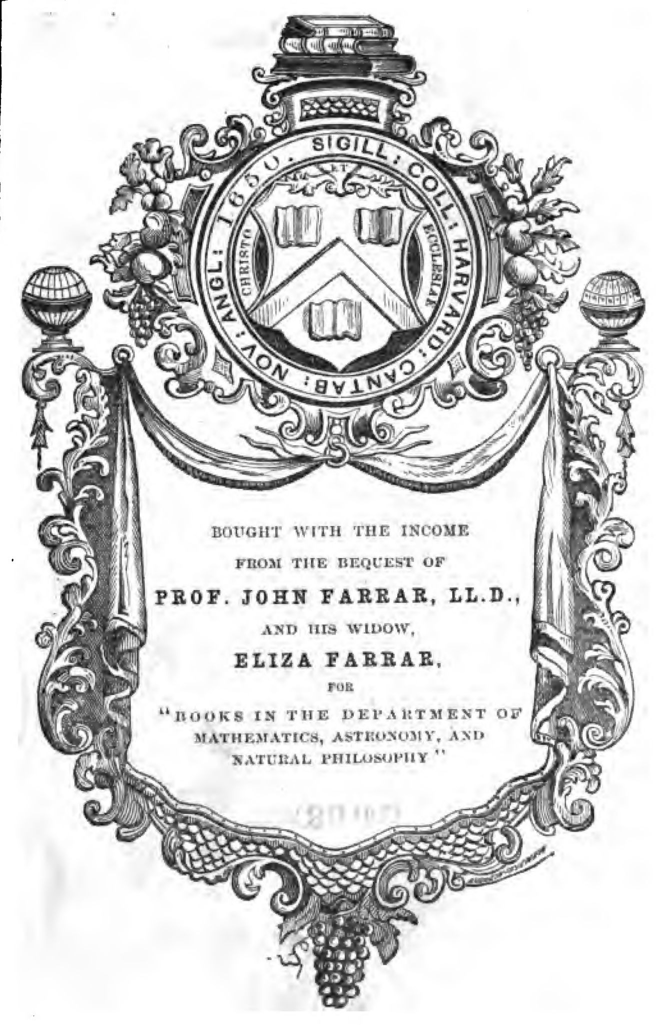

SIGILL : COLL : HARVARD : CANTAB : NOV : ANGL : 1650.
CHRISTO ET ECCLESIAE
BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY"

ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK

UND

MATHEMATIK.

Herausgeber:

A. Baumgartner und A. v. Ettingshausen,

ordentliche Professoren an der k. k. Universität zu Wien.

Siebenter Band.

Mit fünf Kupfertafeln.

WIEN.

Gedruckt und im Verlage bei *Carl Gerold.*

1830.

Inhalt.

I. Heft.

II. Heft.

IV. Heft.

ZEITSCHRIFT FÜR PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Die Einwürfe des Herrn Prof. *Weiſs* gegen die naturhistorische Methode der Mineralogie;

beantwortet von

Friederich Mohs.

(Beschluſs.)

Im eilften §. ist Hr. *Weiſs* mit sich selbst über die Annahme der Geschlechter nicht ganz einig. Er erklärt sich darüber folgender Maſsen:

»Auf die jetzt erörterten zwei Stufen über der der »Gattungen also beschränkte sich, was der Verfasser bis»her bei der Aufstellung seines Mineralsystemes für noth»wendig und für das Zweckmäſsigste hielt. Indeſs ha»ben die neueren Fortschritte der Mineralogie den Ge»danken wohl nachdrücklich angeregt: das System be»dürfe wirklich noch einer Zwischenstufe; und zwar um »der wahrgenommenen weit engern und näheren Ver»wandtschaft zwischen gewissen, dennoch wirklich ver»schiedenen Gattungen willen, als im Allgemeinen die »Familienverwandtschaft begründet und ausdrückt. Die »schönsten Belege hierzu liegen vor in der natürlichen »Stellung von Albit, Periklin, Labrador, Anorthit u. s. w. »gegen Feldspath; den verschiedenen Gattungen des »Glimmers unter sich; vielleicht der Hornblende und »vieler folgender eben so; des Schwefelkieses und

»Bittarkieses, des Kalkspathes und Arragonits, auch wohl »des Gypses und Anhydrits anderseits; den minder »erheblichen anderer Beispiele zu geschweigen.« Man kann wohl nicht sagen, daſs die neuen Fortschritte der Mineralogie den Gedanken an eine Stufe auſser der Familie und Ordnung angeregt haben, erwähnte Stufe auch nicht eine Zwischenstufe nennen; denn über diese und ähnliche Dinge entscheidet die Erfahrung nicht, sondern *die Logik schreibt sie vor.* Aber wohl ist es einer der wichtigsten Fortschritte der neueren Mineralogie, eine Classificationsstufe nach solchen Ansichten zu bestimmen, wie diejenigen sind, von denen der Verfasser hier redet, und von denen ich in der Folge noch einiges anführen werde. Jetzt nur ein Wort über die Entstehung der Classificationsstufen. Das Individuum ist das Gegebene. Daraus wird die nächst höhere Einheit zusammengesetzt, und diese heiſst die *Species, Art,* oder mit Hrn. *Weiſs, Gattung.* Es ist wohl zu bemerken, daſs man dabei auf keine Subspecies, Unterart, . . . kommt, bevor man die Species erreicht, sondern daſs man diese (Subspecies) durch Eintheilung hervorbringen muſs, wenn man sie, *als eine Zwischenstufe,* haben will. Aber Eintheilung, sie sey beschaffen, wie sie wolle, und gegründet, worauf sie wolle, verträgt das System nicht. Durch die Species ist dem Begriffe der Gleichartigkeit Genüge geleistet. Der Gegenstand kann so beschaffen seyn, daſs man genöthigt ist, bei den Species stehen zu bleiben: es könnte sogar so wenig Zusammenhang in demselben vorhanden seyn, daſs es unmöglich wäre, die Species als einen Inbegriff verschiedener gleichartiger Individuen hervorzubringen. Im letzten Falle gäbe es keine Species, die aus mehr als einem, oder aus identischen Individuen bestünde; im ersten, keine höhere Classificationsstufe über denselben, und der Begriff der

Ähnlichkeit fände keine Anwendung. Gestattet aber der Gegenstand die Anwendung dieses Begriffes (was auch der Fall seyn kann, wenn die Species nur identische Individuen enthalten, wie Zoologie und Botanik lehren); so ist die nächste Einheit über der Species das *Genus*: und so wie man ohne die Species nicht zu dem Genus gelangen kann, so kann man ohne das Genus auch zu keiner höheren Classificationsstufe gelangen. Das Genus kann daher keine Zwischenstufe seyn, auch beiläufig bemerkt, nicht durch Eintheilung entstehen. Gibt es nach Maſsgabe der verschiedenen Grade der Ähnlichkeit über dem Genus eine noch höhere Classificationsstufe, so heiſst diese die *Ordnung*. Hr. *Weiſs* nennt sie Familie. Auf das Wort kommt nichts, auf den Begriff alles an. Und so kann es über der Ordnung eine noch höhere Stufe geben, welche die *Classe*, über dieser eine, welche das *Reich*, über diesem eine, welche *die materielle Natur*, und über dieser noch eine, welche die *Natur* heiſst. Bei dem *Reiche* bleibt *jeder Theil* der Naturgeschichte, bei der *materiellen Natur* die *ganze* Naturgeschichte stehen. So ist es in der Zoologie, so ist es in der Botanik, so muſs es also in der Mineralogie seyn, denn die erwähnten Begriffe haben überall einerlei Ursprung, nämlich in der Logik, d. i. in dem menschlichen Verstande, für den allein die Natur Natur ist. Für die Erzeugung der Species im Mineralreiche läſst sich eine allgemeine Regel geben, und diese ist die Construction, welche der Grundriſs lehrt. Das liegt in der Einrichtung der Individuen. Für die Erzeugung des Geschlechtes läſst sich keine Regel *der Art* geben. Das liegt auch in der Einrichtung der Individuen. Aber es gibt allerdings eine Regel dafür, und diese schreibt wiederum die Logik vor. Man soll nämlich diejenigen Species, als Ganze betrachtet, zusammenfassen, welche den

höchsten Grad der Ähnlichkeit besitzen, und diese Ähnlichkeit mufs die *naturhistorische* seyn, weil hier von Naturgeschichte die Rede ist. Sie würde die chemische seyn, wenn von Chemie die Rede wäre: aber sie kann nicht beides zugleich seyn, weil die Logik, ich habe schon erklärt, was ich darunter verstehe, gebietet, dafs Physik, oder Naturlehre und Naturgeschichte, als zwei verschiedene Wissenschaften betrachtet werden, deren Verbindung zu Einer nicht möglich ist, wenn die Eine eine Wissenschaft bleiben soll. Aber dieser höchste Grad der Ähnlichkeit, wie erkennt man ihn? Durch Vergleichung, gerade so, wie sie Hr. *Weifs* unter den genannten Mineralien, mit Ausnahme des Gypses und Anhydrites, anstellt. Auf einzelne Merkmale (Charaktere) lassen die Grade der naturhistorischen Ähnlichkeit sich nicht zurückführen, *Scias Characterem non facere genus*, das gestattet die Mannigfaltigkeit der Natur, nächst ihrer Gesetzmäfsigkeit die bewunderungswürdigste Eigenschaft derselben, nicht. Es gehört also, aufser den gehörigen Kenntnissen, besonders was die Principien betrifft, ein, durch Naturbetrachtung geübtes, Urtheil dazu, und zu dieser Übung hat die Natur im Thier-, Pflanzen- und Mineralreiche, gleichsam an Mustern, die sie in grofser Anzahl aufstellt, hinreichende Anleitung gegeben. An diese müssen wir uns halten, das ist genug. Wir lassen nun den Verfasser fortfahren: »Wenn wir uns entscheiden,« sagt er, »eine Zwischenstufe einzuführen, so »fällt sie also zwischen Gattung und Familie; und wir »würden ihr am ungesuchtesten den Namen *Geschlecht* »geben, obgleich sie etwas ganz anderes wäre, als das »*Mohs*'sche Geschlecht, welches weit mehr unseren Fa»milien, in engerm Umfang, also ziemlich zahlreich ge»nommen, entsprechen würde, aber sehr viel Willkür»liches hat, und nie die Basis neuer Benennungen hätte

»bilden sollen. Die *Mohs'*schen Ordnungen weichen von »den obigen nicht weit ab, als da, wo sie, wie die Ord»nungen der Glimmer, Malachite und Kerate, in mehr »oder weniger weitem Umfang gebildeten Familien glei»chen. Unter diesen ist die der Glimmer eine ohne alle »Berücksichtigung der Chemie gebildete, aber eben defs»halb — nicht natürliche.« Den gröfsten Theil dieser Stelle kann ich übergehen, denn ich habe, was sie betrifft, im Vothergehenden so ausführlich beantwortet, dafs jeder, der diefs verstehen will, sich damit begnügen kann, und über einiges werde ich mich in der Folge noch erklären müssen. Nur über die Ordnung der Glimmer, und über die Veränderung, die ich schon längst mit dieser Ordnung vorgenommen habe, mufs ich, da letzteres dem Leser nicht bekannt seyn könnte, etwas hinzufügen. Dafs diese Ordnung, so wie sie war, und wie sie jetzt ist, ohne alle Berücksichtigung der Chemie gebildet worden, ist wahr, aber das sind die übrigen ebenfalls, wie sich aus den Grundsätzen freilich von selbst versteht. Dafs sie in ihrem früheren Zustande der Natur nicht entsprochen, ist auch wahr, denn ich habe mich, bei der Bildung derselben, nicht von den Verhältnissen der naturhistorischen Ähnlichkeit leiten, sondern von einigen einzelnen, obzwar auch naturhistorischen Eigenschaften, verleiten lassen. Die Entdeckung einer Varietät des sogenannten Pharmakoliths durch Hrn. *Haidinger*, in der Sammlung des Hrn. *Ferguson* auf Raith in Schottland *), hat mich zuerst auf meinen Fehler aufmerksam gemacht, und ich habe ihn sogleich zu verbessern gesucht, indem ich das alte, aus Gyps und Anhydrit bestehende Geschlecht Gyps-Haloid aufgehoben, den Pharmakolith nebst einigen Species aus der ehema-

*) *Edinburgh Journal of Science, Vol. III.*

ligen Ordnung der Glimmer mit dem Gypse in dem neuen Genus Euklas-Haloid, die Euchlor-Glimmer aber mit der Ordnung der Malachite vereinigt, und solchergestalt die Ordnung der Glimmer, in welche ich überdiefs einige neue Species aufgenommen, in einen solchen Zustand versetzt habe, dafs sie der Natur besser als in dem früheren entspricht. Und solche Verbesserungen zu machen, hoffe ich, wird mir die Erfahrung, aber schwerlich das Raisonnement des Hrn. *Weifs*, noch oft Veranlassung geben. Dafs die chemischen Verhältnisse mehreren meiner Ordnungen und Geschlechter bereits in verschiedenen Graden entsprechen, was mir sehr angenehm, aber weiter auch nichts ist, daraus folgt nicht, dafs diese Ordnungen und Geschlechter mit Berücksichtigung der chemischen Verhältnisse gebildet sind. Auch habe ich keine Zusammenstellung vermieden, *weil* die Chemie ihr entspricht, denn mich beseelt nicht der Geist des Widerspruches. Gleichwohl läugne ich nicht, dafs ich das Zusammentreffen der naturhistorischen und chemischen Eigenschaften als ein gutes Zeichen für die Richtigkeit der Ansicht in beiden Wissenschaften, der Naturgeschichte und der Chemie, betrachte, ohne defshalb an eine Bestätigung der ersten, durch die letztere zu denken, und erkläre vielmehr hiermit nochmals, dafs ich eine vollkommene Übereinstimmung der Resultate beider als das endliche, freilich aber schwerlich zu erreichende Ziel ihrer Untersuchungen ansehe, ohne mir defshalb eine Vereinigung derselben, als Wissenschaften, einfallen zu lassen, so wie ich es bereits im vorhergehenden §. und im §. 225 des Grundrisses erklärt habe, und folge nun wieder dem Hrn. *Weifs*.

» Um jene engsten natürlichen Verwandtschaften, » die es unter verschiedenen Mineralgattungen gibt, aus» zudrücken, sind die *Mohs*'schen Geschlechter zu weit,

»denn die Nähe der Verwandtschaft zwischen Nephelin »und Skapolith mit Feldspath ist nicht die des Albites »u. s. w. mit ihm.« In Absicht der Verbindung des Nephelin und Skapolith mit Feldspath glaube ich mich auf das Vorhergehende berufen zu können, bin aber nicht der Meinung des Hrn. *Weiſs*, daſs Albit, Anorthit, Periklin . . . in näherer Verbindung mit dem Feldspathe stehen, als die genannten, obwohl Nephelin und Skapolith mit Feldspath in weit näherer stehen, als Gyps mit Anhydrit, die doch Hr. *Weiſs* in dieser Hinsicht dem Feldspathe und Albite . . . gleich setzt. Die Übereinstimmung der Gestalten, besonders in Absicht des Charakters der Combinationen, bringt nur Schein davon hervor, und hat sogar verursacht, daſs die Varietäten dieser Specierum mit denen des Feldspathes verwechselt worden sind. Verwechselungen, wenn sie von geübten Mineralogen begangen werden, sind Zeichen, ich sage nicht Beweise, eines hohen Grades der naturhistorischen Ähnlichkeit *); und dieselben Verwechselungen, aus denselben Ursachen, welche sie zwischen Feldspath, Albit u. s. w. hervorgebracht haben, denn die Gestalten verstand man noch nicht richtig zu beurtheilen, sind auch zwischen Feldspath und Mejonit vorgefallen.

Hr. *Weiſs* erinnert sich einer kleinen Abhandlung von mir, die ich gern vergessen möchte. Sie stützt sich auf das Urtheil der beiden gröſsten deutschen Mineralogen der damaligen Zeit, in deren Gegenwart ich die ersten Varietäten des Mejonites gesehen. Die neuerlich bestimmten Species des Feldspathes kennt man bisher nur in wenigen Varietäten. Der erwähnte Schein wird ohne Zweifel verschwinden, wenn sie sich in einer grös-

*) *Quae difficilius distinguuntur, propius collocentur. Ph. b.* §. 208.

seren Anzahl von Abänderungen weiter werden entwickelt haben. Und so wird sich auch der Zusammenhang unter den bekannten Speciebus durch die Entdeckung neuer vergröſsern. Ich bin daher vollkommen der Meinung, das Genus Feldspath werde, so wie es ist, sich erhalten, so wie die meisten der übrigen des naturhistorischen Systems, ohne dieſs gleichwohl von allen zu glauben, weil man nicht voraussehen kann, wie die Erfahrung in der Folge sich gestalten wird. Übrigens sind Erscheinungen dieser Art in den organischen Naturreichen sehr gewöhnlich, und werden beurtheilt, wie ich sie beurtheilt habe. Einiges, was hier am rechten Orte wäre, werde ich weiter unten anzuführen Veranlassung haben, und begleite jetzt Hrn. *Weiſs*, der auf einen anderen Gegenstand kommt, indem er fortfährt: »am we»nigsten war eine Nothwendigkeit vorhanden, sie (die »oben genannten Species), den Sprachgebrauch *) eigen»mächtig umstoſsend, ebenfalls mit dem Namen Feld»spath zu belegen. Das sind Licenzen eines Schriftstel»lers, denen nur Miſsbilligung zu Theil werden kann, »und es auch sehr allgemein worden ist.« Hier folgt eine Note des Verfassers, die ich nicht übergehen kann. Sie lautet: »Bei dem sehr allgemeinen Gefühl der Un-

---

*) Ich frage hier nicht, was denn dieser Sprachgebrauch eigentlich sey, denn Jedermann kennt ihn, und Mancher nennt ihn Sprachverwirrung. Ich habe nichts umgestossen, selbst nicht die trivielle Nomenclatur, denn die mag bestehen so lange sie will und kann, und vertheidiget werden von Jedem, der sie vertheidigen will und kann; das sind für die Wissenschaft gleichgültige Dinge. Dagegen sind die unbedachtsamen Äuſserungen des Hrn. *Weiſs* Unrichtigkeiten, die, um mich gelinde auszudrücken, auf Wortverwechselungen beruhen, welche die Absicht haben, Leichtgläubige zu überreden, ich habe mich an der Sprache vergriffen.

»brauchbarkeit der *Mohs*'schen Namen für die Mineralien »hat doch hin und wieder die leider neuerlich so einge- »rissene Gewohnheit, neu beschriebenen Mineralgattun- »gen *nichts sagende* Namen beizulegen, und die Sprache, »die der Wissenschaft dienen soll, bloſs im Dienste per- »sönlicher Eitelkeit zu miſsbrauchen, laute Äuſserungen »des Bedürfnisses anderer »systematischer Namen« statt »jener hervorgerufen. Aber nicht zusammgesetzte Na- »men aus *Genus* und *Species*, wenn dieſs systematische »heiſsen sollen, sind das Bedürfniſs, sondern *bezeich- »nende* und doch möglichst einfache, wie z. B. Hr. *Mohs* »bestrebt war, für seine Genera Namen zu bilden, die zu- »gleich für die Ordnung orientirten. — Viele im folgenden »Entwurfe des Systemes gebrauchte Namen werden die »Meinung des Verfassers über die zweckmäſsige Art, »neue Namen für neue Mineraliengattungen zu bilden, »am besten an den Tag legen.« Die Nothwendigkeit der systematischen Nomenclatur folgt aus dem Begriffe der Naturgeschichte. Für die Naturgeschichte des Mineralreiches war keine systematische Nomenclatur vorhanden. Also war es nothwendig, sie einzuführen, wenn es nothwendig war, eine Naturgeschichte des Mineralreiches zu haben, worüber wiederum der Begriff der Naturgeschichte entscheidet. Es ist merkwürdig *hier* einen Mann von Licenzen reden zu hören, der von Nothwendigkeit spricht, *wo* an Nothwendigkeit gar nicht gedacht werden kann, und der überhaupt die Willkür vertheidigt, *wo* Willkür gerade das ist, was man da gar nicht kennen sollte, nämlich *in einer Wissenschaft*. Die Miſsbilligung, die meinen Namen, wie Hr. *Weiſs* versichert, sehr allgemein zu Theil worden ist, kann nur von Leuten kommen, die mit Hrn. *Weiſs* in gleichem Falle, d. h. mit ihren Begriffen nicht im Reinen sind, und ficht mich keinesweges an. Auch kann und werde ich nichts da-

gegen thun, weil dieſs eines Jeden *eigene* Sache ist. Gleichwohl hat, sagt Hr. *Weiſs*, das sehr allgemeine Gefühl der Unbrauchbarkeit meiner Namen das Bedürfniſs anderer systematischer Namen statt derselben hervorgerufen. Hier sollte freilich nicht von Gefühl und Bedürfniſs, sondern von Einsicht und Nothwendigkeit die Rede seyn. Indessen dabei halten wir uns nicht mehr auf, und bleiben nur einen Augenblick bei dem stehen, was Hr. *Weiſs andere* systematische Namen nennt.

Sollten darunter solche gemeint seyn, die, mit einem Worte, *besser* als die meinigen sind, keine Nebenbegriffe, wenn sie auch nur aus Miſsverstand entstehen können, selbst keine chemischen bei sich führen, so bin ich mit Herrn *Weiſs* vollkommen einverstanden. Ich bin weit entfernt meine Nomenclatur für etwas Vollkommenes zu halten, und würde dieſs seyn, wenn sie auch, *auſser ihrer durchgängigen Brauchbarkeit*, alle die Vorzüge besäſse, die ihr gegeben werden können, und in der Folge (Hr. *Weiſs* wird dieſs durch seine Argumente gewiſs nicht verhindern) werden gegeben werden. Allein dieſs war die Meinung des Verfassers nicht. »Nicht »zusammengesetzte Namen aus *Genus* und *Species*, wenn »dieſs systematische heiſsen sollen,« sagt er, »sondern »*Bezeichnende* und doch möglichst einfache« sollen es seyn. So wie Hr. *Weiſs* die Nothwendigkeit der systematischen Nomenclatur nicht eingesehen hat, so sieht er auch ihre Beschaffenheit nicht ein, und es bleibt mir hier der Kürze halber nichts übrig, als ihn an das dritte Hauptstück meines Grundrisses und S. XI, II etc. der Vorrede zu verweisen. Hr. *Weiſs* beabsichtigt also eine trivielle Nomenclatur (denn das ist jede, die nicht systematisch ist, und dieſs ist jede, die nicht Genus und Species ausdrückt), die, wenn er sie auch noch so geschickt zu Stande bringt, doch Niemand für etwas Brauch-

bares *in der Wissenschaft* anerkennen wird. Aber auch aufser der Wissenschaft, was soll sie? Gibt es der Trivialnamen nicht schon zu viele, und ist die Sprachverwirrung nicht schon grofs genug? Soll es dahin kommen, dafs am Ende nicht Einer den Andern mehr versteht? Die Eigenschaften, die er selbst erwähnt, Bezeichnung und vornehmlich Einfachheit, werden für eine trivielle Nomenclatur die wichtigsten seyn (Gr. §. 245). Die einzige Probe davon, die er in dem gegenwärtigen Aufsatze an dem ungebildeten Namen *Binarkies* gibt, erregt nicht die besten Erwartungen, denn dieser Name ist nicht einmal einfach, wie doch jeder gute Trivialname es seyn sollte, und das Bezeichnende lassen wir dahin gestellt seyn. Glaubt endlich Hr. *Weifs* die Absicht der systematischen Nomenclatur durch solche Namen, wie Binarkies, zu erreichen, so wünsche ich ihm Glück, erinnere an das, was ich oben, wo er mir Nachahmung der Botanik vorwirft, gesagt, und überlasse es übrigens dem Leser, die wahre Meinung des Verfassers über dieselben aus der Fortsetzung seiner Abhandlung kennen zu lernen. Dennoch freuet es mich, mit Hrn. *Weifs* wenigstens in einem Puncte zusammen zu treffen, der hieher gehört. Diefs ist die Mifsbilligung des Mifsbrauches *nichts sagender* Namen, die von *Personennamen* abgeleitet sind. Wer geneigt ist, meine weitere Meinung darüber kennen zu lernen, wird sie in der *Phil. bot.* §. 238 deutlich ausgedrückt finden.

Wir können auch den Schlufs dieses §., in welchem Hr. *Weifs*, nach einem Zusatze zu dem bisherigen, auf seinen vorigen Gegenstand zurückkommt, nicht ganz mit Stillschweigen übergehen. Er heifst: »Und nicht »mehr Recht und Grund gab es für die Mitübertragung »des Namens Quarz auf Dichroit, als es gegeben haben »würde für die Weiterübertragung des Namens Quarz

»auf Berill, dem er nicht zu Theil geworden. Also in »den engsten Grenzen, innerhalb welchen wirklich ver»schiedene Gattungen verbunden vorkommen, ist das »*Mohs*'sche Geschlecht nicht gehalten, und doch ist eine »so grofse Anzahl dieser Geschlechter nur von einer »einzigen Species gebildet; dann geben sie also nicht »einmal Familien im engsten Sinne, sondern sind blofse »Dehnungen der Gattung zum Behufe der Erlangung ei»nes zusammengesetzten Namens für dieselbe, statt des »bisherigen einfachen.« Wenn man fragt, warum Albit, Anorthit u. s. w. Feld-Spath genannt werden, so wird Jeder, der das naturhistorische Genus Feld-Spath kennt, antworten, weil sie Feld-Spathe sind, und diefs so erklären, dafs sie in ein naturhistorisches Genus gehören, welches Feld-Spath heifst. Und wenn man dieselbe Frage in Beziehung auf den Dichroit thut, der Quarz heifst, so wird, aus demselben Grunde, die Antwort dieselbe seyn. Wenn man aber fragt, warum der Berill nicht Quarz heifst, so wird Jeder, der das naturhistorische Genus Quarz mit dem naturhistorischen Genus Smaragd in der Natur, nicht nach den Charakteren (ich kann *Linne's* Ausspruch hier nicht noch ein Mal wiederholen) verglichen hat, antworten, weil er nicht Quarz, sondern Smaragd ist, und diefs, wie oben, erklären. So viel über Recht und Grund. Dafs meine Geschlechter nicht in den Grenzen, welche Hr. *Weifs* die engsten nennt, gehalten worden, ist wahr, und wenn, wie billig, Jemand hier nach Recht und Grund fragen sollte, so ist der Bescheid, dafs diese Grenzen nur scheinbar, und die Geschlechter innerhalb denselben der Natur nicht gemäfs sind, worüber wir Hrn. *Weifs* im folgenden §. selbst hören wollen. Dafs gleichwohl einige Geschlechter bis jetzt nur eine Species enthalten, und vielleicht lange noch nicht mehr enthalten werden, ist ebenfalls

wahr; allein wer kann dafür? Die Erfahrung bringt es in allen drei Reichen der Natur so mit sich. Dafs sie aber dann nicht »einmal Familien im engsten Sinne ge»ben, u. s. w.,« kann man nur sagen, wenn man von Genus und Familie eben so wenig klare Begriffe hat, als von der systematischen Nomenclatur.

Im dreizehnten §. trägt Hr. *Weifs* Bedenken, die Geschlechter, in dem vorhin erwähnten Sinne, als eine wesentliche Classificationsstufe zwischen die der Gattung und der Familie wirklich einzuführen, und überläfst die Entscheidung darüber lieber der künftigen Weiterentwickelung des natürlichen Systemes. Seine Gründe dazu sind *erstens*, »weil eine gleich natürliche Begründung, »wie bei den oben angeführten Fällen, keineswegs durch»gängig in dem übrigen Systeme einleuchtet.« Das soll heifsen, weil ihr Begriff nicht naturgemäfs, nämlich zu enge, gefafst ist, und also mit den übrigen in keinem richtigen Verhältnisse steht. *Wenn ein Einheitsbegriff im Systeme, es betreffe welches Naturreich es wolle, richtig ist, so ist er auch allgemein anwendbar, und man kann wenigstens auf seine Unrichtigkeit mit Sicherheit schliessen, wenn dieses der Fall nicht ist.* Hr. *Weifs* verbreitet sich über diesen Gegenstand weiter, indem er sagt: »Wenn es also gewisse einzelne Fälle sind, wo dieser »engste Grad natürlicher Verwandtschaften zwischen »verschiedenen Gattungen wahrgenommen wird, so mag »es auch bei der speciellen Erwähnung in solchen ein»zelnen Fällen sein Bewenden haben, und wir wollen »darum nicht in den Fehler verfallen, durch allgemeine »Aufnahme dieser Zwischenstufe ins System die Ver»hältnisse zwischen anderen verwandten Gattungen so »darzustellen, als ob sie jenem glichen, während es »nicht so ist;« und gibt damit ziemlich deutlich zu verstehen, dafs ich diesen Fehler begangen habe. Es hat

mir aber gar nicht einfallen können, die Geschlechter so darzustellen, als ob sie jener Zwischenstufe des Hrn. *Weiſs* glichen, denn ich habe nicht zuerst die Ordnungen (Familien) und dann die Geschlechter, sondern erst die Geschlechter und dann die Ordnungen, wie es sich gehört, in der Natur aufgesucht, also ein consequenteres Verfahren angewendet, als Hr. *Weiſs*, den ich übrigens, um über die *Anwendung* der in Frage stehenden Begriffe (denn über die Begriffe selbst entscheidet die Logik) ins Reine zu kommen, an die Ordnungen und Geschlechter in der Botanik und Zoologie, d. i. an die obigen Muster, versteht sich unter richtiger Beurtheilung und Benützung derselben, verweise, in so fern diese nicht durch Eintheilung, welche nur Zwischenstufen hervorbringen könnte, bestimmt sind. Er glaubt also »*diese* Geschlechter jetzt füglich nur in der Art einer »besonderen Bemerkung, corollarweise, als nur für diese »Stelle passend anmerken zu können, wie z. B. *Werner* »bei der Einführung von Sippschaften in seinem Systeme »verfuhr;« und setzt hinzu: »*Werner's* Sippschaften wa»ren gleichgeltend unseren Familien, aber von ihm nicht »durchgeführt und nur als Nebenverhältnisse behandelt, »während seine Geschlechter in einem ganz fremden, »jetzt abgestorbenen Sinn als wesentlichere Classifica»tionsstufen behandelt wurden.« Es ist ganz recht, Verhältnisse der erwähnten Art nicht unbemerkt zu lassen, aber sie gehören nicht in das System, denn sie können im Systeme nichts nützen, da sie nicht allgemein sind, und schwerlich, wenn sie auch, was ich wohl erwarte, in der Folge häufig eintreten sollten, allgemein werden werden. In *Werner's* Sippschaften habe ich die Idee der naturhistorischen Geschlechter zu erkennen geglaubt *),

*) Hrn. *Van der Null's* Mineralien-Cabinett. Einleitung S. XXIII.

die sein Genie ihm eingegeben, die er aber mit mehrerer Sicherheit wo anders hätte hernehmen sollen; und sehe jetzt noch nicht ein, wie man sie, wenn sie mit einer wirklichen Classificationsstufe verglichen werden sollen, was freilich, wegen der unrichtigen Bestimmung der Specierum, schwer angeht, mit einer andern als mit dem Geschlechte vergleichen kann. Denn einige enthalten blofs die Varietäten *einer* richtig bestimmten Species, wie die Sippschaft des Rubins, des Pechsteines (den Sphärulit ausgenommen), andere gleichen unvollständigen naturhistorischen Geschlechtern, nach dem gegenwärtigen Zustande der bestehenden Erfahrung beurtheilt, wie etwa die Sippschaft des Quarzes, des Speiskobolds, noch andere enthalten mehr als das naturhistorische Geschlecht, wie die Sippschaft des Pistazits, und endlich wirft die Sippschaft des geschwefelten Kupfers zusammen, was in verschiedene naturhistorische Ordnungen gehört. Ich glaube, Hr. *Weiſs* thut seinen Familien Unrecht, in so fern er meint, die *Werner*'schen Sippschaften wären ihnen gleichgeltend. Wenn er aber von den *Werner*'schen Geschlechtern sagt, sie seyen in einem ganz fremden, jetzt abgestorbenen Sinne, als wesentliche Classificationsstufen behandelt; so hätte er dasselbe auch von seinen Familien und Ordnungen sagen sollen, die ebenfalls auf Principien (geognostischen und chemischen) beruhen, welche, einzeln genommen, in der Naturgeschichte, und verbunden in jeder Wissenschaft gänzlich fremd sind, und von denen zu wünschen wäre, sie möchten in dieser Absicht niemals erwähnt worden seyn, damit sie nicht absterben könnten. Der *zweite* Grund, warum Hr. *Weiſs* die Geschlechter als Zwischenstufe zwischen Gattungen und Familien einzuführen sich jetzt enthält, ist: »daſs nichts hindert, in den angege-»benen Fällen die Familie so eng zu nehmen, daſs sie

»nicht mehr als jene aufs engste verbundenen Gattungen »umfaſst, also wenn man sonst geneigt gewesen wäre, »Skapolith, Nephelin u. d. gl. in die Feldspathfamilie »mit aufzunehmen, sich eben durch die engere Verwandt»schaft des Albits u. s. w. bestimmen zu lassen, Skapo»lith u. s. w. von der Feldspathfamilie auszuschlieſsen; »was höchstens die Inconvenienz, wenn es eine ist, ha»ben kann, das System mit einigen Familien zu ver»mehren.«

Dazu sage ich nichts. Denn was könnte Hrn. *Weiſs* hindern zu thun was er will, da seine eigenen Principien dieſs nicht können? Wer aber wird auch ferner nach dem fragen, was er thut?

Im vierzehnten §. redet Hr. *Weiſs* noch ein Wort über das Wort *Gattung*, dessen er sich bisher schon durchgängig für die echte anerkannte natürliche Einheit unter den Mineralien bedient hat. »Der Genius der »deutschen Sprache,« sagt er, »verlangt es: daſs diese »durchaus selbstständige Einheit, nicht Art genannt »werde, wie Hr. *Mohs* wieder neuerlich zur Sitte ge»macht hat, nachdem sie den richtigern, passenderen »Namen Gattung schon trug. Wenn man sagt *Art*, so »fragt man nothwendig und sogleich: *wovon* eine Art? »Der Begriff Art bezeichnet ein Nicht-selbstständiges, »und verweist auf einen Hauptbegriff, durch welchen »er erst bestimmt wird! Davon ist gar nicht die Rede, »wenn Quarz, Feldspath, Granat, Kalkspath u. s. w. »ausgesprochen und gedacht wird. Es werden lauter »selbstständige Begriffe mit diesen Namen ausgespro»chen; Niemand fragt dabei: *wovon* es Arten seyen? Es »ist also Unrecht und gegen den Genius unserer Spra»che, sie Arten zu nennen.« Zuerst die Gründe, die ich gehabt habe, das Wort Species oder Art an die Stelle des Wortes Gattung zu setzen, dessen sich *Wer-*

ner bedient, und welches mit seiner Mineralogie oder vielmehr Oryctognosie in Deutschland eine grofse Ausbreitung erhalten hat. Das Wort Species gebrauche ich in der Mineralogie 1) weil es in der Zoologie und Botanik in demselben Sinne gebraucht wird, und Zoologie, Botanik und Mineralogie bei mir Theile einer Wissenschaft sind, und übersetze es durch Art, weil das Wort Gattung, welches herkommt von Gatten, sich begatten, in der Mineralogie ohne Sinn seyn würde, und weil andere sehr brauchbare Ausdrücke, Gleichartigkeit, gleichartig, welches letztern Hr. *Weifs* selbst, und zwar in richtigem Sinne §. 16, S. 17 sich bedient, und §. 2, S. 6 bedient hat, dem Genius der Sprache oder dem Sprachgebrauche gemäfs, nicht füglich durch Gleichgattigkeit, gleichgattig, gegeben werden können; 2) weil ich habe verhindern wollen, dafs die Species, zu deutsch Art, der Naturgeschichte des Mineralreiches mit den Gattungen der Oryctognosie, die bekannter Mafsen gröfsten Theils schlecht bestimmt waren, verwechselt würden, ein Grund, welcher, obwohl ich ihn in dem Grundrisse nicht ausdrücklich angeführt (denn ich habe keine Lust am Tadeln, sondern bin bestrebt gewesen, die Sache besser zu machen), fast auf jeder Seite der Physiographie ersichtlich, und vielleicht auch anderweitig anwendbar ist. Nun aber weiter. Wovon bei Hrn. *Weifs* die Rede ist, und was gedacht wird, wenn Quarz, Feldspath, Granat, und wie sie weiter heifsen, ausgesprochen werden, hat er selbst erklärt; in der Naturgeschichte des Mineralreiches ist bei jedem dieser Worte, das Wort Kalkspath ausgenommen, von einem Genus die Rede, und dieses Genus, und nichts anderes, als dieses Genus, wird dabei gedacht. Wenn man aber sagt *Gattung*, so fragt man nothwendig und sogleich: *wovon* eine Gattung? und erhält zur richtigen Antwort: von

dem und dem Geschlechte, denn das Geschlecht ist *die Aehnlichkeit der verschiedenen Gattungen der Dinge*, sagt *Adelung*; und man darf hier nur naturhistorische Ähnlichkeit setzen, um das naturhistorische Geschlecht und die naturhistorische Gattung, wofür ich aus obigen Gründen Species oder Art sage, zu haben; und wenn man sagt *Geschlecht*, so fragt man nothwendig und sogleich: *wovon* ein Geschlecht? und die Antwort ist, von der und der Ordnung, denn die Ordnung ist das Geschlecht der Geschlechter. Und so geht es fort, so weit die systematischen Begriffe reichen, denn *Generum genus est Ordo, ordinum autem genus Classis est. (Linn. phil. bot.* §. 204.) Wenn Jemand Hrn. *Weiſs* solche Vorwürfe machen wollte, wie er mir macht, und ihm sagte, er verstehe die Worte so wenig als die Sachen; er könnte ihm nicht widersprechen. Er versteckt sich hinter den Begriff von etwas Selbstständigem, und versteht damit die Species. Das ist recht, denn keine Species setzt, als solche, eine andere voraus. Aber eben so ist das Genus und die Ordnung selbstständig, denn weder das eine, noch die andere, setzt etwas ihres Gleichen voraus. Wollte man sagen das Genus könne nicht ohne die Species bestehen, so ist das wiederum recht; allein die Species kann nicht ohne das Individuum oder was, wo keine Individualität Statt findet, an die Stelle desselben gesetzt werden muſs, bestehen, dieſs aber setzt nichts anderes voraus, denn es ist das *von der Natur Gegebene*. Was hingegen, um den Worten des Verfassers doch einigen Sinn zu geben, die Species von den übrigen systematischen Einheiten voraus hat, besteht darin, daſs sie construirbar, und die *erste* ist, auf welche man gelangt, wenn man die mehrmals im Vorhergehenden genannten Begriffe der Logik auf die Producte der Natur anwendet. Hr. *Weiſs* fügt dem Bisherigen noch etwas

hinzu, und kommt dann auf einen Gegenstand, der einige Bemerkung verdient. Er sagt: »Dafs die fälschlich »sogenannte Art der *Species* in Zoologie und Botanik »gleich gesetzt wird, dafs diese von den Franzosen in »*espèce* flectirt, und man gewohnt ist, dieses Wort mit »Art zu übersetzen, ist gewifs kein Grund für einen »falschen Gebrauch des Wortes Art,« und fährt dann fort:

»Unsere natürliche Mineralien-Einheit, Quarz u. s. w. »soll vielmehr der *Species* als dem *Genus* der organischen »Reihe entsprechen? — es sey! aber es fragt sich noch »ob es so ist! es fragt sich ob den zweierlei Einheits-»begriffen der Zoologie und Botanik, dem *Genus* und »der *Species* (falls man überhaupt nicht blofs die eine »als echte natürliche Einheit, die andere blofs als Be-»griffseinheit gelten lassen will), auch *zweierlei solche* »natürliche Einheitsstufen bei den Mineralien entspre-»chen? und ob nicht vielleicht die einzige Stufe der Gat-»tung bei den Mineralien an die Stelle der zwei, *Genus* »und *Species* in den organischen Reihen, tritt?« Wenn Fragen dieser Art Statt finden können, so müssen sie auch beantwortet seyn, bevor man zu der Anwendung der Begriffe schreitet, die sie betreffen. Man kann den Quarz, man verstehe darunter ein Individuum oder die Species des rhomboëdrischen Quarzes, oder das Genus Quarz, mit keinem Individuo, mit keiner Species, mit keinem Genus der organischen Natur vergleichen, denn jene sind oder enthalten unorganische Naturproducte, sind als solche von den organischen durch ihren Begriff verschieden, und haben nichts mit ihnen gemein, als dafs sie Naturproducte sind. Die Begriffe aber vom Individuo, von der Species, von dem Genus u. s. w. hängen nicht von der Beschaffenheit der Wesen, sondern von der Einrichtung des menschlichen Verstandes ab,

sei und folglich überall einerlei, wo jene Wesen mit Verstande betrachtet werden. Wie es nun möglich ist, besonders die letzte Frage zu thun, darüber enthalten wir uns zu urtheilen, und kommen mit Hrn. *Weiſs* zu einem neuen Gegenstande. Dieser betrifft die systematische Behandlung der unkrystallinischen Mineralien. Der Verfasser bemerkt: »Sie dürfen nicht weggelassen werden, sonst hat man ein System der krystallinischen Mineralien, statt der Mineralien schlechtweg. Hr. *Mohs* hat sie in der Wahrheit in seinem System weggelassen, wenn sie gleich dem Anscheine nach mit darin genannt sind. Aber wer kann glauben, daſs auf Kreide, Bergmilch u. s. f. anwendbar sey, was Hr. *Mohs* als die Eigenschaften und Merkmale des »rhomboëdrischen Kalk-Haloids« angibt? Consequenter Weise hätte sie Hr. *Mohs*, statt die Namen Bergmilch, Kreide u. s. f. nach der systematischen Beschreibung des krystallinischen Kalkspathes zu nennen, gleich als ob sie die vorhergehende Beschreibung etwas anginge, kurzweg von seinem System ausschlieſsen sollen. Freilich aber, da bloſs die krystallinischen Fossilien in die Bildung aller *Mohs*'schen künstlich und mühsam abgewogenen Aggregatbegriffe von Ordnungen, Geschlechtern u. s. w. aufgenommen wurden, so war es ein geringer Dienst, der mit ihnen der Erkennung der Fossilien erzeugt wurde *).«

*) Herr *Weiſs* verweist hier auf eine Stelle aus der Vorrede zur ersten Auflage meiner Charakteristik zur Vergleichung. Diese Stelle lautet: »Die vollständige Bestimmbarkeit eines Individui hängt, wie das erklärte Beispiel lehrt, davon ab, daſs die drei angegebenen Merkmale, Gestalt mit Inbegriff der Theilbarkeit, Härte und eigenthümliches Gewicht, daran erkennt werden können. So ist es auch in der Botanik. Die Bestim-

Ob die unkrystallinischen Mineralien (wir nehmen den Ausdruck hier, wie Hr. *Weiſs* ihn nimmt) in dem

---

mungsgründe müssen vorhanden seyn, sonst ist die Bestimmung nicht möglich. Die Charakteristik leistet in vielen Fällen mehr: d. h. sie führt zur richtigen Bestimmung, wenn auch die Kenntniſs der Gestalt nicht vollständig ist. Einer solchen Bestimmung mangelt indessen die Evidenz; und es ist daher, besonders Anfängern, zu rathen, zuförderst nur mit der Bestimmung solcher Individuen sich zu beschäftigen, an welchen die drei Merkmale vollständig ausgemittelt werden können. Das Übrige findet sich, wenn ihre Kenntniſs im Mineralreiche überhaupt, und der Eigenschaften der Producte der unorganischen Natur insbesondere, sich vermehrt, und sie durch Ubung die Fertigkeit erlangt haben, die Theilbarkeit, und vermittelst dieser wenigstens das Krystallsystem, gehörig zu beurtheilen, leicht von selbst: und diese Übung ist daher einem Jeden, wer die Charakteristik benutzen will, sich gründliche Kenntnisse in der Mineralogie zu erwerben, vor allen Dingen zu empfehlen.«

»In dem oben angeführten Grundrisse der Mineralogie werde ich Gelegenheit haben, noch einige, diesen Gegenstand betreffende Bemerkungen beizufügen, und die mittelbare Bestimmung, die in Ermangelung eines, oder des andern, oder aller der obigen Kennzeichen angewendet werden muſs, zu erklären.« Dieselbe Stelle steht im Gr. §. 250; und es ist daselbst auf §. 246 verwiesen, aus welchem zu ersehen ist, wie die Charaktere eingerichtet seyn müssen, damit die Bestimmung die gröſste Evidenz erhalte, welche die Wissenschaft gestattet. Der 251ste §. erklärt den Unterschied zwischen der unmittelbaren und mittelbaren Bestimmung, und der 252ste lehrt, worauf die letztere beruht. Was Hr. *Weiſs* aus dieser Stelle folgert, ist gemeine Consequenzmacherei. So wie die Stelle in der ersten Auflage der Charakteristik steht, bezieht sie sich bloſs auf den Gebrauch der Charakteristik, denn mit nichts andern habe ich es

naturhistorischen Mineralsysteme übergangen sind, mag der Leser aus diesem Systeme selbst ersehen, und daraus beurtheilen, wie getreu Hr. *Weiſs* die Sachen darstellt, die er bestreitet. Sie sind indessen auch nicht »*dem Anscheine nach*« darin »*genannt*,« sondern in der *Wirklichkeit* darin *enthalten*. Daſs auf Kreide, Bergmilch u. s. w. der Charakter der Species des rhomboëdrischen Kalkhaloides nicht *unmittelbar* (Hr. *Weiſs* läſst dieses Wort geflissentlich aus) anwendbar ist, versteht sich von selbst, denn eben darum ist die mittelbare Bestimmung von der unmittelbaren unterschieden, und als ein besonderer Theil der Methode der Bestimmung überhaupt (vergleiche die in der vorigen Note angeführten §§. des Grundrisses) gelehrt und erklärt worden. Die unmittelbare Bestimmung, und folglich der Charakter, bezieht sich auf das Individuum, wo dergl. in der Species vorhanden. Kreide und Bergmilch aber sind zusammengesetzte Mineralien (Gr. §. 23), die aus einer groſsen Anzahl von Individuen bestehen; und der Charakter der Species würde also auch auf diese passen, wenn es möglich wäre, die Individuen von einander zu trennen, und einzeln der Untersuchung zu unterwerfen, wie die Übergänge (Gr. §. 221), die ich in diesem Falle wohl nicht nöthig habe herzuerzählen, unwidersprechlich darthun. Aber dieſs ist der Kleinheit der Individuen und ihrer Verbindung wegen nicht möglich, und darum wendet man die mittelbare Bestimmung an, die hier, wie in allen Fällen, vollkommen Genüge leistet. Ein zusam-

---

in jener Schrift zu thun gehabt. Er hätte sie also aus dem Grundrisse, im Zusammenhange mit dem übrigen, anführen sollen. Aber daraus hätte freilich etwas ganz anderes folgen müssen, als er will, daſs es daraus hervorgehe, wie wir bei der Erörterung des gegenwärtigen §. das weitere sehen werden.

mengesetztes Mineral, *als solches, unmittelbar* bestimmen zu wollen, ist ein Unsinn (Gr. §. 192), den man der Naturgeschichte nicht zumuthen darf. Dieſs über die Bestimmung. Nun von der Darstellung der Species durch das Schema (Gr. Thl. II. S. 99). Unter den einfachen Varietäten des rhomboëdrischen Kalkhaloides können Kreide und Bergmilch nicht enthalten seyn, denn sie sind zusammengesetzte. Unter diesen aber (a. a. O. S. 102) finden sich: »derbe, aus körnigen Zusammensetzungsstücken von der verschiedensten Gröſse bis zum Verschwinden bestehend; Zusammensetzungsfläche (versteht sich wo sie wahrnehmbar ist) unregelmäſsig gestreift, uneben und rauh; die Individuen mehr und weniger fest mit einander verbunden; Bruch bei verschwindender Zusammensetzung splittrig, uneben, flachmuschelig, zuweilen stellenweise eben, zuweilen im Groſsen schiefrig; bei geringem Zusammenhange oft erdig.« Sind darunter Bergmilch und Kreide nicht enthalten, und gehört etwa nur der geringste Scharfsinn dazu, sie herauszufinden? Aber genannt habe ich sie nicht, wie Hr. *Weiſs* mir andichtet, denn die Namen Kreide und Bergmilch gehören nicht in die Naturgeschichte des Mineralreiches, sondern in die Oryctognosie, oder in das System des Hrn. *Weiſs*, oder wohin man sonst will; und um sie in der *Werner*'schen Oryctognosie nachzuweisen, die ich wegen der Allgemeinheit ihrer Verbreitung, ungeachtet ihrer mannigfaltigen Gebrechen, allein anzuführen der Mühe werth gefunden (Gr. Thl. II. Vorerinnerungen S. XV), steht im ersten *Zusatze* zu dem Schema des rhomboëdrischen Kalkhaloides S. 104: »Der dichte Kalkstein (siehe auf derselben Seite einige Zeilen weiter oben, was dichter Kalkstein ist) geht, wenn die Verbindung der Individuen locker, das Ansehen erdig wird, in die *Kreide*, diese, wenn die Masse so häufige Zwischen-

räume enthält, dafs sie dem Gefühle nach bedeutend am eigenthümlichen Gewichte verliert, in die *Bergmilch* über.« Das wird doch für einen Jeden verständlich und hinreichend seyn, der aus dem Grundrisse gelernt hat, was übergehen heifst? Hr. *Weifs* scheint also nicht überlegt zu haben, was er sagt, wenn er behauptet: ich nenne Kreide und Bergmilch, gleich als ob sie die vorhergehende Beschreibung etwas anginge, und daraus folgert, ich hätte sie »consequenter Weise« kurz weg von meinem Systeme susschliefsen sollen. Allein, das steht blofs des Folgenden wegen hier, und darüber habe ich noch ein Wort mit ihm zu reden. Hr. *Weifs* greift nämlich die Nützlichkeit der Charakteristik an, die, dem Begriffe der Charakteristik zu Folge, sich auf nichts anderes als die »Erkennung der Fossilien« beziehen kann. Er nennt die Charaktere künstlich und mühsam abgewogene Aggregatbegriffe. Kunst ist nicht daran; aber mühsam ist es gewesen, die Charakteristik, *nur so wie sie ist*, zu Stande zu bringen, und Hr. *Weifs* wird einsehen, warum und wodurch sie diefs gewesen, wenn er in der von ihm angeführten Vorrede S. XXIV gelesen, vielleicht auch, warum Niemand es versucht, sie zu entwerfen, wenn er erwogen hat, was sie voraussetzt, und was also geschehen seyn mufste, bevor sie mit Erfolg unternommen und mit Leichtigkeit angewendet werden konnte. Denn dazu, glaube ich, schreibt man Bücher, dafs man das Schwierige und Mühsame der Untersuchung auf sich nimmt, um den Leser in den Stand zu setzen, die Wahrheit mit Leichtigkeit einzusehen, und weiteren Gebrauch von ihr zu machen. Er nennt die Charaktere Aggregatbegriffe, um einen verächtlichen Sinn mit ihnen zu verbinden, was wir ihm, nach dem oben §. 3 über dieses Wort Beigebrachten, hingehen lassen; richtiger würde er sie *Distinctionsbegriffe* genannt haben, da

ihre einzige Bestimmung Unterscheidung ist. Die Nothwendigkeit (diefs Wort in logischem Sinne genommen) der Charakteristik folgt aus dem Begriffe der Naturgeschichte. Sie durfte also in der Mineralogie nicht fehlen, mochte sie ausfallen wie sie wollte, und mochten die Schwierigkeiten der Ausführung so grofs seyn, dafs sie selbst die Leichtigkeit der Anwendung beeinträchtigt hätten. Von dieser Seite also braucht sie gar keine Rechtfertigung. Aber die Nützlichkeit? Nützlichkeit setzt einen Zweck voraus, und dieser ist, wie oben gesagt, »Erkennung der Fossilien.«

Wer diesen Zweck nicht hat, wer etwa, wie Hr. *Weifs*, die Mineralien schon von blofsem Ansehen kennt, mag diese Kenntnifs auf wissenschaftlichem oder empirischen Wege erworben seyn, dem kann auch die Charakteristik so wenig nützen als ein ABC-Buch. Wenn aber Jemand ein bestimmbares Mineral hat, welches er nicht kennt, und doch zu kennen verlangt, und den Hrn. *Weifs* fragt, welcher wissenschaftlichen Hülfsmittel er in dieser Absicht sich zu bedienen habe? so kann Hr. *Weifs* ihm keinen anderen Rath geben, als es in einem der besten mineralogischen Werke, etwa in Hrn. *Haüy's Traité* oder in *Hoffmann's* Handbuche der Mineralogie, welches ich hier nenne, weil viele der neueren in der That nicht besser sind, aufzusuchen. In diesen Büchern sind die Mineralien bekanntlich unter Classen, Ordnungen, Geschlechter und Arten gebracht, und was Hrn. *Haüy's* Werk betrifft, die Species musterhaft dargestellt; nur die Kleinigkeit, welche fehlt, sind die *Charaktere*, an denen man *mit Leichtigkeit und Sicherheit* erkennt, *in welche* der Classen, der Ordnungen, der Geschlechter, und *zu welcher* der Specierum das in Frage stehende Mineral gehört. Das erste, nämlich die Classe, die Ordnung und das Genus auszumachen, gibt es in diesen Bü-

dem und dem Geschlechte, denn das Geschlecht ist *die Aehnlichkeit der verschiedenen Gattungen der Dinge*, sagt *Adelung*; und man darf hier nur naturhistorische Ähnlichkeit setzen, um das naturhistorische Geschlecht und die naturhistorische Gattung, wofür ich aus obigen Gründen Species oder Art sage, zu haben; und wenn man sagt *Geschlecht*, so fragt man nothwendig und sogleich: *wovon* ein Geschlecht? und die Antwort ist, von der und der Ordnung, denn die Ordnung ist das Geschlecht der Geschlechter. Und so geht es fort, so weit die systematischen Begriffe reichen, denn *Generum genus est Ordo, ordinum autem genus Classis est. (Linn. phil. bot. §. 204.)* Wenn Jemand Hrn. *Weiſs* solche Vorwürfe machen wollte, wie er mir macht, und ihm sagte, er verstehe die Worte so wenig als die Sachen; er könnte ihm nicht widersprechen. Er versteckt sich hinter den Begriff von etwas Selbstständigem, und versteht damit die Species. Das ist recht, denn keine Species setzt, als solche, eine andere voraus. Aber eben so ist das Genus und die Ordnung selbstständig, denn weder das eine, noch die andere, setzt etwas ihres Gleichen voraus. Wollte man sagen das Genus könne nicht ohne die Species bestehen, so ist das wiederum recht; allein die Species kann nicht ohne das Individuum oder was, wo keine Individualität Statt findet, an die Stelle desselben gesetzt werden muſs, bestehen, dieſs aber setzt nichts anderes voraus, denn es ist das *von der Natur Gegebene*. Was hingegen, um den Worten des Verfassers doch einigen Sinn zu geben, die Species von den übrigen systematischen Einheiten voraus hat, besteht darin, daſs sie construirbar, und die *erste* ist, auf welche man gelangt, wenn man die mehrmals im Vorhergehenden genannten Begriffe der Logik auf die Producte der Natur anwendet. Hr. *Weiſs* fügt dem Bisherigen noch etwas

hinzu, und kommt dann auf einen Gegenstand, der einige Bemerkung verdient. Er sagt: »Daſs die fälschlich »sogenannte Art der *Species* in Zoologie und Botanik »gleich gesetzt wird, daſs diese von den Franzosen in »*espèce* flectirt, und man gewohnt ist, dieses Wort mit »Art zu übersetzen, ist gewiſs kein Grund für einen »falschen Gebrauch des Wortes Art,« und fährt dann fort:

»Unsere natürliche Mineralien-Einheit, Quarz u. s. w. »soll vielmehr der *Species* als dem *Genus* der organischen »Reihe entsprechen? — es sey! aber es fragt sich noch »ob es so ist! es fragt sich ob den zweierlei Einheits»begriffen der Zoologie und Botanik, dem *Genus* und »der *Species* (falls man überhaupt nicht bloſs die eine »als echte natürliche Einheit, die andere bloſs als Be»griffseinheit gelten lassen will), auch *zweierlei solche* »natürliche Einheitsstufen bei den Mineralien entspre»chen? und ob nicht vielleicht die einzige Stufe der Gat»tung bei den Mineralien an die Stelle der zwei, *Genus* »und *Species* in den organischen Reihen, tritt?« Wenn Fragen dieser Art Statt finden können, so müssen sie auch beantwortet seyn, bevor man zu der Anwendung der Begriffe schreitet, die sie betreffen. Man kann den Quarz, man verstehe darunter ein Individuum oder die Species des rhomboëdrischen Quarzes, oder das Genus Quarz, mit keinem Individuo, mit keiner Species, mit keinem Genus der organischen Natur vergleichen, denn jene sind oder enthalten unorganische Naturproducte, sind als solche von den organischen durch ihren Begriff verschieden, und haben nichts mit ihnen gemein, als daſs sie Naturproducte sind. Die Begriffe aber vom Individuo, von der Species, von dem Genus u. s. w. hängen nicht von der Beschaffenheit der Wesen, sondern von der Einrichtung des menschlichen Verstandes ab,

den, so ist es wahr, und der Zusatz »im strengeren, »wahren Sinn« ist überflüssig; soll es aber heifsen, sie bilden, abgesondert von den krystallinischen, eigene Gattungen, aber nicht Gattungen im strengeren, wahren Sinne, so ist es falsch uud beruht auf unrichtigen und verworrenen Begriffen von der Gattung, d. i. der Species im Mineralreiche. Denn wenn das einzelne Individuum zu einer gewissen Species gehört, so gehört eine Verbindung von zwei oder drei, oder von zwei oder drei Millionen mit jenem gleichartiger Individuen, zu derselben Species, nicht als ein einzelnes Individuum, sondern als eine Verbindung von mehreren: man müfste sonst ein Infanterie-Regiment nicht mehr zu den Menschen im strengeren, wahren Sinne rechnen, weil es nicht ein einzelner Mensch, sondern eine Verbindung von Menschen ist, die freilich nicht zusammengewachsen, aber durch Subordination zusammengehalten sind. Zweierlei Arten gleichartiger Dinge, wofür Hr. *Weifs* die krystallinischen und unkrystallinischen Varietäten des rhomboëdrischen Kalkhaloides zu halten geneigt scheint, kann es nicht geben, denn diese stehen mit einander selbst im Widerspruche. Wir müssen also hören, was der Verfasser weiter sagt, um nicht voreilig zu urtheilen, dafs er sich selbst nicht verstanden habe. »Es sind *Massen*, nicht *gattirt* von der Natur auf die »Weise, wie unsere Gattungen es sind.« Die Natur gattirt nicht, d. h. sie bringt keine Species hervor, sondern nur Individuen; gibt aber diesen die Einrichtung, dafs der Begriff der Species auf sie angewendet werden kann. Die Natur schafft (man wird wohl verstehen, was ich damit meine), aber sie denkt nicht, und gebraucht daher keine Begriffe. Wäre die Species von der Natur hervorgebracht, so könnte sie nicht unrichtig seyn; man würde also nicht einsehen, woher die falsch bestimmten

Species oder Gattungen der früheren Systeme, z. B. des *Werner*'schen, gekommen wären. In Absicht der Einrichtung, welche die Natur den Individuen gibt, und durch welche sie fähig werden, unter den Begriff der Gleichartigkeit oder der Species zu treten, verfährt sie aber bei den zusammengesetzten, d. i. den unkrystallinischen, gerade so, wie bei den einfachen, d. i. den krystallinischen, und mufs so verfahren, sonst wäre sie keine Natur. Es ist merkwürdig, wie verkehrt die Urtheile mancher Naturforscher zuweilen ausfallen. Von einem Salze, das man aus einer Auflösung, darin seine Bestandtheile enthalten sind, anschiefsen läfst, ist man gewohnt zu sagen, man habe es gemacht, denn man nennt es ein Kunstproduct, obwohl man nur die Veranlassung zu seiner Entstehung gegeben, an seiner Beschaffenheit aber nichts zu bestimmen oder zu verändern im Stande ist, weil diese unter unwandelbaren Naturgesetzen steht. Von den Species aber sagt man, die Natur habe sie gemacht, nennt sie also gleichsam ein Naturproduct, wie es auch die Meinung des Hrn. *Weifs* ist, obwohl in der Beschaffenheit derselben oft viel Unrichtiges, Willkürliches und Veränderliches, mit einem Worte Unnatürliches, welches die Natur nie hervorbringt, enthalten ist, was man also bescheidener Weise der Natur aufladet. Dennoch steht die Species unter Gesetzen. Aber nicht unter Natur-, sondern unter Verstandesgesetzen, womit wir uns indessen gegenwärtig nicht aufhalten. »Im künstlichen Systeme« (sagt Hr. *Weifs*, er hätte sagen sollen, in *einem* künstlichen Systeme oder in *den* künstlichen Systemen, denn es kann deren so viele geben als man will, wogegen es nur *ein* sogenannt natürliches — wohin ich nicht die zähle, welche der Art nach mit dem Systeme des Verfassers übereinstimmen, denn von diesen sind ebenfalls so viele mög-

lich als man will — d. i. *ein* wahres System geben kann, weil die Principien, worauf dasselbe beruhet, einerlei sind, und aus der consequenten Anwendung derselben auf die Natur, die ebenfalls einerlei ist, nur einerlei folgen kann, so wie es nur einerlei Species gibt), »im künstlichen »Systeme wäre es erlaubt, sie von diesen völlig zu tren»nen.« Die Möglichkeit eines künstlichen Systemes setzt die Species voraus (Gr. §. 229), die, wie vorhin gezeigt, nur einerlei seyn kann. Also ist, was Hr. *Weifs* sagt, selbst für ein künstliches System nicht wahr, und mag allenfalls für seine oben angeführten Tabellen gelten, die selbst nicht mit künstlichen Systemen zu vergleichen sind; »und wir haben uns schon darüber erklärt, wie »nach unserer Meinung sie eben als Massen, und weil »sie nicht Gattungen sind, der chemischen Untersuchung »und Unterscheidung vorzugsweise anheim fallen.« Des Verfassers Meinung entscheidet nicht, sondern die Grundsätze entscheiden. Er hat sich zwar bisher nicht über seinen Begriff der Species bestimmt erklärt, was vor allen Dingen hätte geschehen sollen. Allein diefs scheint kein grofser Verlust zu seyn, weil, dem zu Folge, was er oben gesagt, diese Species nicht nach einerlei Grundsätzen gebildet, also verschieden, und die verschiedenartigen Grundsätze nicht einmal gleichförmig angewendet sind. »Aber ein *natürliches* System soll es nicht »verkennen, dafs sie dieselben Massen, dieselben Sub»stanzen sind oder seyn können, welche in krystallini»nischer Structur als wahre naturhistorische Gattungen »vorhanden sind.« Es scheint, als wolle Hr. *Weifs* in dieser Stelle zu verstehen geben, das naturhistorische System habe diefs verkannt. Das naturhistorische Mineralsystem hat mit den Massen, als Substanzen, d. i. dem Chemischen derselben, nichts zu thun; sieht sich aber auch weder veranlafst noch genöthigt, zu läugnen, dafs

die zusammengesetzten Varietäten dieselben Massen, dieselben Substanzen sind oder seyn können (beides ist ihm gleichgültig), als die einfachen derselben Species, und erkennt übrigens unter diesen Varietäten keinen andern Unterschied an, als den, welcher von der Einfachheit und Zusammengesetztheit herrührt, wie im Vorhergehenden ausführlich erklärt worden, und der Grundriſs an vielen Stellen die Beweise davon enthält. »Eine na»turhistorische Gattung ist es nämlich noch nicht da»durch, daſs es diese oder jene qualitative« (und quantitativ setzen wir hinzu) »bestimmte *chemische* Masse ist.« Das ist vortrefflich und wahr, bis auf das Wort »noch.« Wäre Hr. *Weiſs* diesem, seinem eigenen Ausspruche, mit Consequenz gefolgt, so hätte er mich eines höchst unangenehmen und widerwärtigen Geschäftes überhoben. Dieſs gilt auch von dem folgenden, wenn es auf klare Begriffe gebracht wird. Der Verfasser sagt: »*Na»turhistorische Gattung* wird die chemische Masse erst da»durch, daſs in ihr der krystallinische Structurprozeſs, »und auf eine bestimmte Weise, sich einsetzt, wodurch »eine gegenseitige Bedingung, eine gegenseitige Abhän»gigkeit, vollkommen dem organischen Bau vergleich»bar, im Innern der Masse erst eintritt, wie sie vorher »gar nicht da war, und wodurch erst die Masse zur Gat»tung wird, wie die organische auch.« Die chemische Masse wird nicht naturhistorische Gattung, sondern es entstehen aus ihr ein oder mehrere Individuen, oder eine oder verschiedene Zusammensetzungen mehrerer Individuen, wenn der krystallinische Structurprozeſs sich einsetzt, welche nach Maſsgabe der Anwendbarkeit des Begriffes der Gleichartigkeit, auf die Inbegriffe ihrer naturhistorischen Eigenschaften, entweder unter eine oder unter zwei, oder unter mehrere naturhistorische Gattungen zu bringen sind. Dieſs kann also nicht nach

der chemischen Masse, sondern mufs nach dem Inbegriffe der naturhistorischen Eigenschaften der Individuen, durch welche die Masse ein Gegenstand der Wahrnehmung wird, beurtheilt werden, wird folglich auch nicht darnach beurtheilt, und jene bleibt daher bei dieser Beurtheilung gänzlich aus dem Spiele. Die gegenseitige Bedingung oder die gegenseitige Abhängigkeit besteht darin, dafs es wirklich *die chemische Masse ist*, *was erscheint*, aber nicht *als chemische Masse* (d. i. als Substrat gewisser Kraftäufserungen, so erscheint sie dem Chemiker), sondern *als Inbegriff naturhistorischer Eigenschaften*, mit welchen allein die Naturgeschichte zu thun hat. In so fern mag auch die Vergleichung mit dem organischen Baue Statt finden; allein weiter darf man dieselbe, aus obigen Gründen, nicht treiben. Diefs bestätiget Hr. *Weifs* selbst, indem er hinzusetzt: »freilich wenn in derselben Masse mehrere ungleichartige krystallinische Structuren möglich sind, so kann auch eine und dieselbe chemische Masse so vielerlei wesentlich verschiedene naturhistorische Gattungen bilden, als sie verschiedenerlei krystallinischer Structuren fähig ist;« woraus das obige folgt, nämlich dafs bei der Beurtheilung der naturhistorischen Species die chemische Masse nicht in Betrachtung kommt. Hr. *Weifs* fährt fort: »Wenn nun anerkannter Mafsen ein Fossil im erdigen Zustande u. s. w. die nämliche chemische Substanz oder Masse ist, wie die eines gekannten krystallinischen Fossiles, so fordert es das *natürliche* Mineralsystem, dafs es von diesem nicht weiter getrennt werde, als die Angabe des Zustandes trennt, und dafs es übrigens neben ihm und ihm beigesellt bleibe.« Ein Mineral im erdigen Zustande ist naturhistorisch nicht *unmittelbar* bestimmbar. Es kann seyn, dafs es auch nicht *mittelbar* bestimmbar ist. In diesem Falle ist es

ganz und gar kein Gegenstand der naturhistorischen Bestimmung. Im ersten aber, wohin etwa die Bergmilch gehört, wendet man die mittelbare Bestimmung an, wie es oben und im Grundrisse gezeigt worden; im letztern, wo auch diese nicht hinreicht, hat das Mineral keine *selbstständige Existenz*, sondern ist ein Product der Zerstörung eines andern, wie die Porzellanerde vielleicht des prismatischen Feld-Spathes, und man sucht, nach einem Verfahren, welches §. 21 des Grundrisses, mit der Bemerkung, daſs es *kein* naturhistorisches sey, erwähnt worden, dieses auf, damit man erfahre, woraus das erdige Mineral entstanden, welches das einzige ist, was man von ihm zu wissen verlangt, obgleich es die Naturgeschichte nicht angeht. Denn das zerstörte Mineral hat seine ursprünglichen naturhistorischen Eigenschaften verloren, es hat aufgehört zu seyn, was es war, wie bei der chemischen Zerlegung, und da der krystallinische Structurprozeſs sich nicht von neuem eingesetzt hat, so ist auch nichts Neues daraus entstanden, so wie im entgegengesetzten Falle Individuen einer neuen Species aus ihm hervorgegangen seyn würden. Mit diesen Mineralien verfährt also die Naturgeschichte des Mineralreiches, wie etwa die Zoologie und Botanik mit einem abgestorbenen und zerstörten organischen Wesen verfahren würden, wenn sie darauf Rücksicht nähmen. Das Verfahren, welches Hr. *Weiſs* angibt, ist selbst dazu, nämlich zu erkennen, woraus ein zerstörtes Mineral entstanden ist, seinen eigenen Worten nach, unsicher. Denn da »in derselben Masse mehrerlei ungleich»artige krystallinische Structuren möglich sind, u. s. w.,« so kann man auch aus der Kenntniſs dieser Masse nicht wissen, welcher der daraus entstehenden Gattungen das zerstörte Mineral angehört; und unrichtig ist die Folge, welche er daraus zieht, indem er sagt: »dann muſs aber

»freilich auch im Systeme der Gattungsbegriff zum Mas»senbegriffe erweitert werden, wo beide Zustände na»turgemäſs verbunden werden sollen;« was ausführlich zu zeigen wir nach dem Vorhergehenden uns wohl überheben können.

Der Verfasser fügt diesem Gegenstande noch folgendes hinzu: »Wo hingegen unkrystallinische Minera»lien, dem chemischen Begriffe nach, dem gekannter »krystallinischer nicht bis zur Identität entsprechen, da »mögen sie wohl derjenigen Gattung beigesellt werden, »welcher sie dem überwiegenden Theile ihrer Substanz »nach anheimfallen. Immer wird bei der Durchkreuzung »so vieler fremdartiger Massen das Band, welches sie »an gewisse einzelne Gattungen knüpft, nur lax, und »leicht nicht stärker seyn; als das, was sie mit einer »andern verbinden würde. Und selbst in ihrer Daseyns»weise liegen Eigenthümlichkeiten genug, welche als»dann vielmehr rathen sie als selbstständig im Systeme »zu behandeln, obgleich keineswegs auf gleicher Stufe »mit den Gattungen. Lieſse man ihnen noch diesen Na»men, so würde der Beisatz: unächte Gattungen, con»venzionelle Gattungen, nöthig seyn. Auſserdem nen»nen wir sie Nebenfossilien, Massen schlechtweg.« Hr. *Weiſs* zeigt in diesem Satze, wie unbestimmt, schwankend und unsicher die Anwendung seiner Grundsätze ist. Es wird ihm wenig nützen, die angeführten Ausdrücke zu gebrauchen; aber es gibt seiner Sache ein übles Ansehen, daſs er sich genöthigt, oder nur veranlaſst findet, sie zu erwähnen. Wir wollen hören, was er weiter sagt.

»Die *Thone* bilden unter den gemischt-kiesligen »Fossilien eine sehr natürliche Familie, die am besten »gesondert von allen krystallinischen, als selbstständig »zu behandeln ist, obgleich sie nicht eine einzige ächte

»Gattung enthält.« Wir lassen sogleich die hieher gehörende Note folgen. Sie lautet: »Diejenigen *Ochern* »der Metalloxyde, welche nie im krystallinischen Zu»stande vorkommen, möchten eben so passend eine ab»gesonderte Familie in der Ordnung der oxydischen Erze, »als Gegenstück zu der Familie der Thone bilden; in»defs lassen sie sich auch den übrigen Familien dieser »Ordnung zutheilen; und diefs habe ich für jetzt in dem »folgenden Entwurfe vorgezogen.« Wenn Hr. *Weifs* unter Thonen (um bei diesen stehen zu bleiben, denn wer möchte alles berichtigen, was er hier anführt) versteht, was man sonst darunter zu verstehen pflegt, so sind sie Gemenge aus zerstörten Mineralien (Gr. §. 24), und gehören, wie am a. O. gezeigt worden, nicht in das System: aus dem doppelten Grunde, *weil* sie Gemenge, und *weil* sie zerstört sind. Sie bilden aber »eine sehr natürliche Familie, obgleich diese nicht eine einzige ächte Gattung enthält!« Hr. *Weifs* macht mir's unmöglich, darauf etwas zu erwiedern. Denn wenn ein Systematiker so redet, so mufs der Hörer verstummen. Möchte doch Hr. *Weifs* seine sehr natürliche Familie der Thone, abgesondert von allen krystallinischen, als selbstständig behandelt haben, wo es ihm beliebte, nur nicht in einem Mineralsysteme!

Der Schlufs dieses reichhaltigen und merkwürdigen §. führt den Verfasser noch zu einigen Betrachtungen, die wir nicht übergehen können. »So wie die Schärfe »des krystallinischen Gattungsbegriffes ihnen (den Tho»nen) abgeht, so ist die Schärfe ihrer Sonderung von »anderen unkrystallinischen Massen, und somit die ihrer »Familien von anderen ebenfalls weit unvollkommener, »und die Übergänge der einen in die andern ganz in »der Regel. Sind ja doch selbst die schärfsten Sonde»rungen, die es gibt, zwischen krystallinischen Gattun-

»gen auch nicht unbedingt! und vielmehr die Sonderung »der krystallinischen Gattungen von einander immer von »einer *relativen* Beschaffenheit!« — So wie das letzte hier steht, ist es schwerlich zu verstehen. Hr. *Weiſs* erläutert es aber durch ein Beispiel, welches seine Meinung zu erkennen gibt.

»Gediegen Gold,« heiſst es, »ist als Gattung aller»dings vollkommen geschieden von Quarz, aber nicht »vollkommen von gediegen Silber.« Da vorhin von Übergängen die Rede gewesen, so soll dieſs ohne Zweifel heiſsen, es gibt einen Übergang zwischen den Varietäten des hexaëdrischen Goldes und hexaëdrischen Silbers. Allein, wer hat den nachgewiesen? Daſs Gold und Silber in allen Verhältnissen zusammengeschmolzen werden können, ist kein Beweis dafür. Die naturhistorischen Eigenschaften der Varietäten der beiden Specierum können nach Gr. §. 221 allein darüber entscheiden; und da man diese in gegenwärtiger Absicht nicht untersucht hat, so muſs der Fall nach der Analogie mit andern beurtheilt werden, und zwar um desto mehr, da es *kein Beispiel eines Überganges* der Varietäten *einer richtig bestimmten naturhistorischen Species in eine andere gibt.* Einer der beiden im Gr. §. 222 angeführten Sätze ist daher immer wahr, wenn von den Übergängen einer Species in die andere die Rede ist, nämlich: wenn der Übergang richtig ist, so ist die Bestimmung der Species falsch; wenn aber die Bestimmung der Species richtig ist, so ist der Übergang falsch. Daraus folgt, daſs, wenn Hr. *Weiſs* im Stande ist, seinen Übergang zu beweisen, hexaëdrisches Gold und hexaëdrisches Silber *eine* naturhistorische Species ausmachen werden, ohne daſs deſshalb auch nur das mindeste in den Begriffen der Species, der Übergänge oder in sonst einem Stücke der Methode sich ändert; daſs aber, bis dieſs geschehen, wir hin-

reichende naturhistorische Gründe haben, den Übergang zu läugnen und die genannten Species als zwei verschiedene Species fernerhin zu betrachten. Hr. *Weiſs* leitet aus dem angeführten Beispiele, anstatt es durch die Erfahrung zu bestätigen, den allgemeinen Satz ab, daſs, »*wo Identi-* »*tät der krystallinischen Structur und chemische Verbind-* »*barkeit der Massen* zwischen verschiedenen Gattungen »Statt findet, auch *krystallinische Gattungen eines ächten* »*Überganges in einander fähig seyen;*« unterläſst aber zu erklären, was er unter chemischer Verbindbarkeit versteht. Wir finden uns um so weniger veranlaſst, hierbei zu verweilen, da bei der Beurtheilung der naturhistorischen Übergänge die chemischen Verhältnisse nicht mehr in Erwägung kommen, als bei jedem anderen Urtheile, welches der Naturgeschichte des Mineralreiches angehört, und fahren fort, die Folgerungen aus den Übergängen für eben so richtig und sicher zu betrachten, als jede andere, die mit Consequenz aus den Principien der Wissenschaft hergeleitet wird. Hr. *Weiſs* sagt zum Schlusse dieses §.: »Nur die Heterogenität, die »Unvereinbarkeit von zweierlei krystallinischen Structu- »ren, so wie chemische Unvereinbarkeit der Massen, »hält die Mineraliengattungen in ihrer schärfsten Sonde- »rung aus einander. Wer aber die Sonderungen und »Verbindungen der Natur im Systeme darzustellen ver- »sucht, hat nie zu vergessen, daſs die Natur, während »sie sondert, auch das Gesonderte wieder verbindet, »während sie hier Grenzen einsetzt und schärfer zieht, »sie gleichzeitig dort die Grenzen wieder verwischt, und »das Geschiedene vereint.« Soll dieſs heiſsen: Was die Natur, figürlich zu reden, als Species trennt, vereinigt sie im Genus, und was sie im Genus trennt, vereinigt sie in der Ordnung; und umgekehrt, was sie in der Species vereinigt, trennt sie im Individuo u. s. w., so

ist es vollkommen richtig, aber gewifs Niemanden unbekannt, der weifs, was Genus, Species, Individuum u. s. w. sind. Soll es aber heifsen, was die Natur hier als Species trennt, vereinigt sie dort als Species u. s. w., so ist es zwar neu, aber nicht nur nicht wahr, sondern so unbedachtsam ausgesprochen, dafs, wenn es Statt finden könnte, die Natur aufhören würde, Natur zu seyn.

Im folgenden siebzehnten §., mit welchem Hr. *Weifs* seinen Aufsatz schliefst, gibt er, nach einigen vorläufigen Bemerkungen, die kurze Übersicht der Familien, welche in den verschiedenen Ordnungen unterschieden werden. »Es ist unnöthig,« sagt er, »zu wiederholen, »dafs schon der Umstand, ob es zweckmäfsiger scheine, »mehrere Familien, jede von engerem Umfange, oder »wenigere, von weiterem, zu bilden, so wie die gegen»seitigen Grenzen, vielfachen Stoff zu Discussionen »darbietet.«

»So bin ich geneigt gewesen, um der geognostischen »Wichtigkeit des Serpentins willen, obwohl er ein un»krystallinisches Fossil ist« (die krystallinischen Varietäten sind beschrieben Gr. Thl. II. Erster Anhang, S. 77), »eine eigene Familie für ihn zu bilden, welche entwe»der seinen Namen, oder den des Schillersteines tragen »konnte. Bei der Zweideutigkeit der ihr zuzurechnen»den Gattungen habe ich sie im folgenden Entwurfe auf»gegeben, und ihn und sie den übrigen Familien zuge»theilt.« Das ist also eine Discussion über den Serpentin und seine Familie.

»Die Familien des Skapolithes, der Haloidsteine »und der Zeolithe, von denen beide letztern deutlich »an die folgende Ordnung der salinischen Steine gren»zen, sind defshalb doch nicht an das Ende der Reihe »der Familien der ersten Ordnung gestellt worden, weil »sie sich entschieden an die des Feldspathes unmittelbar

»anschliefsen. Etwas anderes ist überhaupt die Reihen»folge, wie sie die Familien Einer Ordnung, als die, »wie sie die Familien verschiedener Ordnungen« (das heifst diese Ordnungen selbst) »unter einander zweck»mäfsig verbindet, und noch etwas anderes, wie sie »dem successiven Gange des Vortrags der Wissenschaft »am besten angepafst wird, bei welchen letztern es gut »ist, vor der Behandlung der minder wichtigen Gattun»gen die einer gröfsern Zahl der wichtigern vorherge»hen zu lassen, um sie zu Vergleichungen bei der Cha»rakterisirung jener wenigen hervortretenden benutzen »zu können.« Man sollte geneigt seyn, hierin sogar etwas von Consequenz zu finden. Denn wenn die Familien nach einem besonderen Principe gebildet sind, und die Ordnungen wiederum nach einem besonderen, von jenem verschiedenen Principe; so kann, so mufs sogar die Reihenfolge der Gattungen in den Familien von der Reihenfolge der Familien in den Ordnungen verschieden seyn, nämlich dem Principe nach. Aber auch diese falsche Consequenz findet hier nicht einmal Statt; denn der Gang des Vortrages der Wissenschaft hat auch Einflufs auf die Reihenfolge. Ich sollte glauben, der Gang des Vortrages einer Wissenschaft müsse sich nach der Ordnung und Folge der Sätze richten, welche darin enthalten sind, denn ein Inbegriff gleichartiger Erkenntnisse wird durch die systematische Verbindung derselben erst zu demjenigen, was man eine Wissenschaft zu nennen berechtiget ist; nicht die Folge der Sätze nach dem Gange des Vortrages. So macht man es wenigstens bei dem wissenschaftlichen Vortrage einer jeden *wirklichen* Wissenschaft, und darin besteht der Nutzen, der durch den Vortrag erreicht werden kann. Der Lehrling soll durch diesen zum Denken über den Gegenstand angeleitet werden, damit er wirklich über diesen Gegen-

stand denken lerne, und sein Gedächtnifs nicht gedankenlos mit einem Wissen erfülle, was, wenn es ohne wissenschaftlichen Zusammenhang ist, nur einen sehr geringen (nämlich einen blofs empirischen) Werth hat; dieser Zusammenhang soll ihn von der Wahrheit seines Wissens überzeugen (denn diese beruht, vorausgesetzt, dafs es aus richtigen und allgemeinen Principien hergeleitet ist, lediglich auf diesem Zusammenhange, wie insbesondere die Mathematik lehrt), damit er nicht genöthigt ist, seinem Lehrer blindlings zu folgen und ihm nachzubeten, und endlich soll der Vortrag ihn in den Stand setzen, die Wissenschaft im Ganzen zu übersehen, damit er nicht in den Fall so vieler Mineralogen gerathe, die vielleicht recht gut die Mineralien zu unterscheiden und mit allerlei Namen zu belegen verstehen, ohne zu wissen was die Mineralogie ist, und in welchem Verhältnisse zu anderen Wissenschaften sie steht, und damit er in der Folge selbst zu ihrer Erweiterung und Berichtigung beitrage, denn das erfordert jede, wenigstens jede Erfahrungswissenschaft. Wer nicht so lehrt, der lehrt nicht, sondern bringt seine Zuhörer um ihre Zeit, das Köstlichste, was sie besitzen. Hören wir, was Hr. *Weifs* weiter über diese Materie sagt. »Überhaupt sollen die bedeutenderen Gattungen »die Grundlage des Studiums ausmachen, und billig erst, »nachdem diese Grundlage gewonnen ist, das Seltenere, »minder Erhebliche mit beständigem Bezug auf das Wich»tigere, als ein schon gekanntes, stufenweise gelehrt »werden.« Wir übergehen die Fragen, was hier, bei der Betrachtung der Gegenstände der Natur, das Bedeutendere, und was das Seltenere und minder Erhebliche sey, und bemerken, dafs die Regel, welche Hr. *Weifs* hier ausspricht, im Allgemeinen recht gut, nur nicht auf Gegenstände dieser Art bei dem Vortrage an-

zuwenden ist. »Daher,« fährt er fort, »wird es für »den wissenschaftlichen Vortrag vortheilhaft seyn, erst »die Hauptgattungen einer Reihe von Familien zu schil»dern, und später zu den einzelnen Familien zurückzu»kehren, und gleichsam in einem zweiten Cursus die »vollständige Erörterung der übrigen Glieder der Fami»lie nachzuholen, während der erste Cursus die Bestim»mung verfolgt, durch Hervorhebung der wichtigeren »für das Ganze zu orientiren, und eine erste Klarheit in »die Übersicht zu bringen.« Auch diefs hat manches für sich, bezieht sich indessen nur auf einen Theil von dem, was der Vortrag erfordert, nämlich auf Physiographie, welcher, wie sich von selbst versteht, die Terminologie, die Systematik und die Nomenclatur vorhergegangen seyn müssen. Nach diesen drei Hauptstücken, welche *Werner* in dem präparativen Theile seiner Oryktognosie zusammenfafst, die Species einzeln durchzugehen, ist die gewöhnliche Art des Vortrages, welcher gemäfs *Werner* gelehrt hat, nach welcher wahrscheinlich die meisten Mineralogen lehren, und welche ich selbst in früheren Zeiten befolgt, indessen, belehrt durch die Erfahrung, wieder aufgegeben habe. Man beabsichtiget dabei die Erkennung oder Bestimmung der Mineralien durch die Physiographie. Allein die Physiographie hat einen ganz anderen Zweck, nämlich, wenn man ein einzelnes Individunm, oder eine zusammengesetzte Varietät, erkennt oder bestimmt, also ihre Benennung bereits gefunden, oder wenn man diese Benennung gehört oder gelesen hat, die anschauliche Vorstellung der Species zu erhalten, welcher das Individuum oder dessen Benennung angehört (Gr. §. 17). Das kann nicht anders als durch Schilderung (das Schema) geschehen. Wie man aber auch diese Schilderungen einrichten mag (ich bin überzeugt, dafs die Schilderungen der

Specierum des Hrn. *Weiſs* treffender, lebendiger [dadurch unterscheiden sie sich von den trockenen Schematen, *Oratario stylo in charactere*, das sind hier die Schemate, *nil magis abominabile* *)], und überhaupt besser sind als die irgend eines mir bekannten Mineralogen), und wie man auch ihre Aufeinanderfolge anordnet; so bleiben sie doch, wenn sie das Ganze, oder einen beträchtlichen Theil des Ganzen umfassen sollen, etwas so Langweiliges und Ermüdendes für Lehrer und Hörer, daſs groſse Anstrengung dazu gehört, sie auszuhalten. Und wenn man nur den Nutzen betrachtet, den diese Schilderungen in Beziehung auf die *Erkennung* der Mineralien haben, so verschwindet er; denn wer ist im Stande, die unzähligen Merkmale, welche diese Schilderungen enthalten müssen, wenn sie Schilderungen (Beschreibungen, Gr. a. a. O.) seyn sollen, im Gedächtnisse zu behalten, und wer, die rechten herauszufinden und anzuwenden, wenn es zum Erkennen kommen soll? Die Naturgeschichte lehrt, daſs die Physiographie dazu nicht bestimmt ist, und die Erfahrung bestätiget es.

Ein Jeder, der dergleichen Schilderungen ein, zwei, oder wenn es möglich ist, mehrere Male gehört, sich aber auſserdem nicht mit den Mineralien empirisch beschäftiget hat, frage sich, welche Fertigkeit er im Erkennen besitzen wird? Ich habe das an mir selbst erfahren, und *Werner* ist der Lehrer, der mir die Mineralien geschildert hat. Dieſs war aber auch eine der ersten Veranlassungen bei mir, über eine andere Methode in der Mineralogie, als die bisherige gewesen, die unvermeidlicher Weise zur Empirie führt, ernstlich nachzudenken. Es ist hier nicht der Ort, über das Verfahren zu reden, welches ich bei dem Vortrage der Mine-

*) *Linné Phil. bot.* §. 199.

ralogie seit mehreren Jahren befolgt habe, und befolge Nur das einzige will ich anführen, dafs ich, nachdem ich die Terminologie, die Systematik und die Nomenclatur, nach den Grundsätzen, die der Leser kennt, denn andere gibt es in der Naturgeschichte, also auch in der Mineralogie nicht, vollständig, doch ohne alle Weitläufigkeit, abgehandelt habe, die Einrichtung der Charakteristik erkläre, ihren Gebrauch zeige, und dann die Zuhörer in diesem Gebrauche übe. Das gibt ihnen nicht nur die richtige Einsicht in die vorhergegangenen Hauptstücke, und zeigt ihnen nicht allein die Nothwendigkeit und den Nutzen der abgehandelten Gegenstände, sondern nöthigt sie, die Mineralien selbst genau zu untersuchen, ihre Gestalten, ihre Härte und übrigen Eigenschaften zu eruiren, denn sie sind sonst nicht im Stande, sie zu bestimmen, und lehrt sie, in der Folge fremder Hülfe zu entbehren, und sich selbst zu helfen, ohne zur Empirie, welche der Tod aller Wissenschaftlichkeit ist, ihre Zuflucht zu nehmen. Das Studium der Physiographie, d. i. der Natur selbst, mufs aber einem Jeden überlassen bleiben, und es kann ihm dazu nur die gehörige Anleitung gegeben werden, wie denn auch der Vortrag einer Wissenschaft überhaupt nichts anderes beabsichtigt. Die dabei anzuwendenden Hülfsmittel sind zweckmäfsig eingerichtete und öffentlich aufgestellte Sammlungen, Bücher, Modelle, Zeichnungen u. s. w. Allerdings gehören, um den Unterricht so einzurichten, günstige Umstände in Absicht der Apparate, des Locales, der Zeit u. s. w. dazu, die indessen jeder Lehrer, wenn er das Bestreben hat, nützlich zu seyn, mehr und weniger leicht herbeiführen kann: wenn auch nicht in dem vorzüglichen Mafse, in welchem wir sie der allerhöchsten Gnade und Weisheit Sr. Majestät des Kaisers, nächstdem den Directoren der hiesigen Universi-

tät, und den hohen Einsichten der Vorsteher der k. k. naturhistorischen Sammlungen verdanken. Wir kehren zu unserem Gegenstande zurück, ohne den Verfasser dabei weiter zu unterbrechen.

»Die Familie des Skapolithes,« fährt Hr. *Weiſs* fort, »als die unmittelbarste Nebenfamilie des Feldspa- »thes, ist von *groſsem* Umfange genommen worden. Ob »Lasurstein als Mittelpunct einer *kleinen* Familie abge- »söndert zu werden verdient, wäre einer der weiter zu »erörternden Puncte unter vielen der schon angedeu- »teten.«

»Gern würde ich die Familie des Weiſsspiesglanz- »erzes unter denen der oxydischen Erze weggelassen, »das Weiſsspiesglanzerz selbst der Familie der Bleisalze, »die Spiesglanz- und Wismuthochern den übrigen »Ochern u. s. w. zugetheilt haben, wenn das erstere sich »von chemischer Seite rechtfertigen lieſse. Vorausge- »setzt aber, daſs das Weiſsspiesglanzerz in der Ordnung »der oxydischen Erze aufgestellt werden muſste, so »konnte es keiner der übrigen Familien derselben ein- »verleibt werden, muſste also eine eigene bilden.«

»Von der Familie des Bleiglanzes hätte sich eine »besondere *kleinere* Familie derjenigen mit in ihr begriffe- »nen Gattungen ausscheiden lassen, welche bei vielen »sonstigen Ähnlichkeiten durch Einfachheit eines voll- »kommenen blättrigen Bruches und damit verbundene »tafelartige Gestaltung sich auszeichnen, und welche »nach dem Wasserblei hätte benannt werden können.«

»Nichts könnte dem Verfasser angenehmer seyn, »als Bemerkungen und Urtheile in verwandtem Sinne »über alle die Einzelnheiten eines in solcher Weise ver- »suchten Systembaues zu erhalten. Für jetzt glaubte er »es also in den verschiedenen Ordnungen bei der Un-

»terscheidung folgender Familien bewenden lassen zu »können.«

»I. Ordnung der oxydischen Steine.

» 1. Familie des Quarzes.
» 2. » » Feldspathes.
» 3. » » Skapolithes.
» 4. » der Haloidsteine.
» 5. » » Zeolithe.
» 6. » des Glimmers.
» 7. » der Hornblende.
» 8. » » Thone.
» 9. » des Granates.
» 10. » der Edelsteine.
» 11. » » Metallsteine.

»II. Ordnung der salinischen Steine.

» 1. Familie des Kalkspathes.
» 2. » » Flufsspathes.
» 3. » » Schwerspathes.
» 4. » » Gipses.
» 5. » » Steinsalzes.

»III. Ordnung der salinischen Erze.

» 1. Familie des Spatheisensteins.
» 2. » der Kupfersalze.
» 3. » » Bleisalze.

»IV. Ordnung der oxydischen Erze.

» 1. Familie der oxydischen Eisenerze.
» 2. » des Zinnsteins.
» 3. » der Manganerze.
» 4. » des Rothkupfererzes.
» 5. » » Weifsspiesglanzerzes.

»V. Ordnung der gediegenen Metalle.

»Eine einzige Familie *).

»VI. Ordnung der geschwefelten Metalle

»1. Familie des Schwefelkieses.
»2. » » Bleiglanzes.
»3. » » Grauspiesglanzerzes.
»4. » » Fahlerzes.
»5. » der Blende.
»6. » des Rothgiltigerzes.

»VII. Ordnung der Inflammabilien.

»1. Familie des Schwefels.
»2. » » Diamants.
»3. » der Kohlen.
»4. » » Erdharze.
»5. » » Brennsalze.

»(Die Ausführung dieses Entwurfs im folgenden Heft.)«

Ich warte diese Ausführung nicht ab, da sie schwerlich geeignet seyn wird, etwas an meinem Urtheile zu ändern. Ich danke übrigens dem Hrn. *Weiſs*, daſs er sich die Mühe hat geben wollen, die naturhistorische Methode der Mineralogie seiner Prüfung zu unterziehen, und den Ausfall derselben öffentlich bekannt zu machen. Ein bedeutungsvolles Stillschweigen von ihm, einem der angesehensten Mineralogen in Deutschland, dem es nicht an scharfsinnigen Auslegern gefehlt haben würde, hätte

*) Unterscheidung der Familien möchte hier überflüssig seyn, es scheint angemessener, die gediegenen Metalle eine einzige Familie, also eine Ordnung mit Einer Familie, bilden zu lassen, da man doch deſshalb nicht geneigt seyn wird, die ganze Ordnung als solche eingehen zu lassen, und sie mit der Ordnung der geschwefelten Metalle zu vereinigen. *Weiſs*.

dieser Methode, wenigstens in den Augen einiger Mineralogen, die mit den Grundsätzen der Naturgeschichte nicht bekannt sind, nachtheilig seyn können. Hr. *Weiſs* hat geredet, und auch diese Gefahr ist vorüber. Zugleich erkläre ich, daſs ich mich, auch in dieser Sache, auf keinen ferneren Streit, weil mir Lust und Zeit dazu fehlen, einlassen, und wie bisher meinen Weg ruhig verfolgen werde, unbekümmert, ob Andere mich auf demselben begleiten, oder in dem gewohnten Geleise fortfahren wollen.

II.

Bereitung künstlicher Säuerlinge;

von

P. *A. Jedlik* in Raab.

Die Säuren kommen in der Natur wegen ihrer starken Verwandtschaft zu so vielen andern Körpern, die häufig und unter begünstigenden Umständen mit ihnen zusammentreffen, selten in reinem Zustande vor. Mit diesen Körpern vereinigt bilden sie bald Salze, und werden bald vom Wasser absorbirt, dem sie einen säuerlichen Geschmack mittheilen.

Das mit *Kohlensäure* geschwängerte Wasser löst durch dessen Hülfe viele andere Substanzen in sich auf, und erhält dann den Namen eines *Sauerbrunnens*. Von den Kranken als Heilmittel angewendet, und auch von Gesunden wegen ihres angenehmen Geschmacks gerne gebraucht, aber von der Natur, wenn zwar mit freigebiger Hand, doch nicht allenthalben in genügender Fülle gespendet, wurden diese Heilwässer von jeher ein Ge-

genstand chemischer Bemühungen, sie künstlich, in grofser Menge, kurzer Zeit, und auf dem wohlfeilsten Wege zu erzeugen.

Kaum hatten *D. Black* und *Pristley* die Natur dieser Sauerbrunnen erforscht, und die Möglichkeit ihrer künstlichen Bereitung aufser Zweifel gesetzt, so erdachten schon *Parker*, *Baader* und *Withering* Apparate für obige Zwecke [1]), und das von ihnen Erfundene wurde fortwährend vervollkommnet und verbessert. Nach dem Zeugnisse *Fourcroy's* [2]) bereitete *Nic. Paul* zu Genf in Gesellschaft des Apothekers *Goffe* schon seit 1789 eine solche Menge Sauerbrunnen, dafs er jährlich mehr als 40,000 Flaschen Selterwasser abzog. Im Jahre 1799 untersuchte eine eigene Commission des franz. Nationalinstitutes seine Fabrik, und *Fourcroy*, einer ihrer Mitglieder, sagt [3]): Die theils auf trockenem, theils auf nassem Wege entwickelte Kohlensäure sey durch Druck mit dem Wasser vereinigt, und dann durch Schütteln in kurzer Zeit eine so starke Absorption bewirkt worden, dafs das Wasser mehr Kohlensäure aufnahm, als irgend ein anderer künstlich bereiteter oder natürlicher Sauerbrunnen je enthielt; ja *Paul* habe es dahin gebracht, dafs 1 Vol. Wasser 3 Vol. Luft absorbirte. — Den Apparat selbst übergeht der Berichterstatter mit Stillschweigen, weil der Erfinder denselben sich und seinem Associé als Geheimnifs vorbehielt.

Gleiche Vorzüge schrieb eine Ankündigung des *D Fries* [4]) dem von ihm bereiteten Mineralwasser zu; er erwähnt ferner, dafs *Nic. Paul* später auch zu Paris, *Schwesse* zu London, *D. Ziegler* zu Winterthur Anstal-

---

1) *Fischer's* physik. Wörterbuch, 3. Theil, S. 786—793.
2) *Gilb.* Ann. der Physik, Th. 12, S. 77.
3) *Gilb.* Ann. der Physik, Th. 12, S. 88.
4) *Gilb.* Ann. der Physik, Th. 17, S. 248.

ten im Großen zur Bereitung der Mineralwässer errichtet hatten. Keiner dieser Herren hat je seinen Apparat bekannt gegeben.

Die neulich bekannt gemachte Bereitungsart des Herrn Med. Dr. *Fierlinger* [1]) empfiehlt sich durch besondere Einfachheit. Nach ihm werden mit Kohlensäure gefüllte Flaschen umgekehrt und geöffnet in das zu schwängernde Wasser gestellt. Innerhalb 24 — 36 Stunden, behauptet nun Hr. *Fierlinger*, seyen diese *ganz* mit Wasser gefüllt, das durch Absorption der Kohlensäure hinlänglich *gesäuert* wäre. Ich muſs aufrichtig gestehen, daſs ich auf diesem Wege zu keinem glücklichen Resultate gelangen konnte. Abgesehen davon, daſs sich die Flaschen nie *ganz* füllten [2]), fand ich die auf solche Weise bereiteten Säuerlinge stets schwächer als jene natürlichen Mineralwässer, die eine etwas gröſsere Menge Säure aufgelöst enthalten.

Unter solchen Umständen achte ich auf Erfindung eines Apparates, der auch mir das leistete, was einst *Paul*, *Schwesse*, *Ziegler* und *Fries* zu Stande brachten, und richtete meine Aufmerksamkeit vorzüglich darauf, wie man 1) die Kohlensäure auf die schnellste, leichteste, wohlfeilste Art bereiten, 2) die bereitete auf das Bequemste mit einer Kraft von etwa 3 — 4 Atmosphären ohne Verlust zusammendrücken, 3) auf das Zweckmässigste mit dem zu schwängernden Wasser in Verbindung bringen, und 4) wie man durch ein gelindes Schütteln die Luft- und Wassertheilchen in engere und vielseitigere Verbindung bringen, und hiedurch den Verlauf der Absorption beschleunigen könnte.

---

1) *Gilb.* Ann. der Physik, Th. 1, S. 64; und ausführlich aus einander gesetzt in Zeitschrift für Phys. und Math. Th. 5, S. 257.

2) *Gilb.* Ann. der Physik, Th. 1, S. 65.

Betrachten wir nun, in wie ferne der von mir ersonnene Apparat, dessen verticalen Aufriß die Figur 1 darstellt, diesen Anforderungen genüge.

In Fig. 1 ist *AA* eine dicke, viereckige Bohle, die dem Apparate zur Basis dient, und an einen Tisch angeschraubt, oder bei einem größsern Apparate mit starken Füßsen versehen ist; *BB* sind zwei tief in die Bohle eingelassene hölzerne Säulen; *C* ein kupfernes Gefäſs, stark genug, einen Druck von 5—6 Atmosphären auszuhalten. Dieses Gefäſs steht auf einem aus der Basis aufsteigenden stumpfen Kegel; damit dieser nicht umgestürzt werde, steckt er mit dem Halse *aa* in dem Loche *b* des eisernen Querstückes *EE* (das Fig. 2 deutlicher gezeichnet ist). Dieses hat auf beiden Seiten, senkrecht auf seine Breite, eine Zunge *c* und *c*, die genau in die Höhlung der hölzernen Säule gefügt, und durch einen in die Löcher *d* und *d* getriebenen eisernen Nagel (Fig. 3 dargestellt) festgehalten, zugleich den ganzen Beschlag befestiget. Die Öffnung des Gefäſses *C* hat inwendig eine Schraubenmutter, bestimmt zur Aufnahme der Schraube *e*, die aus der Mitte der Arme *FF* hervorragt. Diese Schraubenspindel *e* hat in der Mitte eine so groſse Öffnung, daſs sie die Röhre *f* aufnehmen, und zwischen der Röhre *f* und den Wänden der Öffnung noch ein Zwischenraum *gg* (in der Figur durch eine schwarze Linie ausgedrückt) bleiben kann. Die Röhre *f* selber ist in den Boden der Schraubenmutter *hh* fest eingefügt. Jeder der beiden Arme *FF* besteht aus einer hohlen Röhre von ungefähr einer Linie im Durchmesser, und so gebohrt, daſs die durch das eine Ende *i* eingeblasene Luft durch *g* (den Zwischenraum zwischen der Röhre *f* und der Wand der Schraubenspindel *e*) entweichen kann. Diese Öffnungen beider Röhren werden mit den Hähnen *GG* hermetisch geschlossen, und das

andere Ende derselben geht in die Schraubenspindel *ii*, aus, an die mittelst der Schraubenmutter *RR* die Gefäſse *HH* gefügt werden. Diese Gefäſse sind aus Kupfer, wohl verzinnt, von gleicher Gröſse aber geringerer Dicke als das Gefäſs *C*, jedoch immer noch stark genug, einen Druck von 4 — 5 Atmosphären auszuhalten. Der Hals dieser Gefäſse geht in die Schraubenmutter *ll* aus, in welche die Spindel *mm* greift, die mit einer Handhabe versehen ist, so daſs man sie bloſs mit der Hand stark anziehen kann. Diese Spindel hat in ihrer Mitte die oben zugeschmolzene Thermometerröhre *nn*, um den Druck der Luft in dem Gefäſse *HH* anzuzeigen [1]). Diese Gefäſse sind überdieſs an ihrer Basis mit weit gebohrten Hähnen *KK*, jedoch hermetisch geschlossen [2]).

In die Schraubenmutter *hh*, die in der Mitte der Röhre *FF* steht, wird der gleichfalls hermetisch schlies-

1) Diesen Compressionsmesser habe ich auf folgende Weise construirt: Die oben zugeschmolzene Röhre wurde erwärmt, und mit der Öffnung über Quecksilber gestellt. Bei Erkaltung der Röhre wurde durch den Druck der Atmosphäre ein Quecksilberfaden in dieselbe getrieben, und (wegen der engen Öffnung der Röhre) in derselben erhalten. Hierauf zwängte ich die Röhre hermetisch in die Öffnung der Spindel *d* (s. Fig. 4), und brachte diesen Apparat in die Mündung des Gefäſses *H*; beim zunehmenden Druck der Luft in diesem Gefäſse muſste auch das Quecksilber steigen, und so zur Anzeige jenes Druckes dienen. (*Gehler's* phys. Wörterbuch, Bd. 2, S. 217.)

2) Bei den Hähnen *KK* ist eine *weite* Öffnung vorzuziehen, damit das Wasser aus den Gefäſsen *H* und *H* schnell abgelassen werden könne, weil es so viel weniger von der aufgenommenen Kohlensäure fahren läſst, als wenn man es lange durch eine enge Ausfluſsröhre zu strömen zwingt.

sende Hahn *L* eingelassen; ich gebe ihm eine etwas gröſsere Öffnung, und lasse ihn in einen Stiefel endigen. Dem obern Theile des Stiefels ist ein kleines Gefäſs *N* so eingefügt, daſs es bedeutend über den Rand des Stiefels hervorschaut. Der Stiefel selbst ist mit einem beweglichen Kolben *o* versehen, der, wenn man ihn bis an die Öffnung des Stiefels hinaufzieht, in dem Stiefel eine Seitenöffnung *p* entdecken läſst. Damit aber der Kolben während der Operation nicht aus dem Stiefel falle, ist letzterer mit einem Hütchen gedeckt, das in der Mitte ein Loch zur Aufnahme der Kolbenstange hat. Endlich, damit der Kolben mit geringer Anstrengung und Beschwerde gehoben und gesenkt werden könne, wird die Kolbenstange in *Q* an den Hebel *OP*, der in *O* seinen Unterstützungspunct findet, befestiget [1]).

Mit Hülfe dieses Apparates verfahre ich nun auf folgende Weise: Mittelst eines gläsernen Trichters gieſse ich eine bestimmte Menge Schwefelsäure in das Gefäſs *C* [2]), und löse sie in ungefähr der doppelten Menge Was-

[1]) Um eine hermetische Verbindung der Theile des Apparats zu bewirken und jeden Austritt zu versperren, muſs man sich, wie es sich von selbst versteht, bei den Schrauben mit Öhl getränkten Leders, und bei den Hähnen einer Masse aus mit Öhl abgeriebenem Kalk- oder Magnesiapulver bedienen.

[2]) Die Menge der Säure wird nach der Gröſse des Gefäſses *C* bemessen. In meinen Apparat, der drei Maſs faſst, gebe ich, durch die Erfahrung belehrt, 10 Unzen Säure. Daſs ich vorzugsweise Schwefelsäure anwende, hat darin seinen Grund, daſs diese Säure erstens das Gefäſs am schwächsten angreift, und zweitens nicht wie andere Säuren Dämpfe ausstöſst, die sich mit der Kohlensäure mischen, und den Untergang des Apparats herbeiführen könnten. Es ist überhaupt nicht zu befürchten, daſs das kupferne Gefäſs von der Säure werde zerfressen wer-

sers auf [1]). Dann wird der Arm *FF*, mit dem der Stiefel *M* mittelst des Hahnes *L* schon verbunden ist, durch die Schraube *e* angezogen, hierauf die mittelst der Schrauben fest anschliefsenden Gefäfse *HH* mit Wasser [2]) bis ungefähr zur punctirten Linie angefüllt, und ihre Öffnungen *ll* durch die Schrauben *mm* (die den

---

den, denn die im Gefäfse enthaltene Säure ist von allem Zutritte der äufsern Atmosphäre abgesperrt, und da hat *H. Davy* gezeigt (Zeitschrift für Phys. und Math. Bd. 4, S. 362), dafs unter solchen Umständen Kupfer durch drei Monate der Einwirkung verdünnter Schwefelsäure ausgesetzt war, ohne angegriffen zu werden.

1) Die Schwefelsäure wird aufgelöst, sowohl damit die Asche sich leichter in demselben auflöse, als auch um die Entwicklung der Schwefeldünste (schwefeligen Säure) aus der concentrirten Säure niederzuschlagen.

2) Wenn das Wasser, mit dem die Gefäfse *HH* gefüllt werden, gemeines Bruunen- oder Flufswasser ist, so wird es zwar durch Hülfe gegenwärtigen Apparats mit Kohlensäure geschwängert, jedoch nie den natürlichen Säuerlingen ganz gleich werden. Denn die natürlichen Mineralwässer enthalten aufser der Kohlensäure noch viele andere Stoffe in sich aufgelöst; und damit die künstlich bereiteten ihnen gleichen, mufs man gedachte Stoffe auch mit letztern vereinigen. Die constituirenden Elemente der Sauerbrunnen sind nicht stets und überall dieselben, daher es eben so viele und verschiedene Arten Sauerbrunnen gibt; aber sie alle nachzuahmen, steht in der Gewalt meines Apparats. Ich brauche nur in das Wasser, welches zur Aufnahme der Kohlensäure bestimmt ist, jene Körper und in dem Mafse zu geben, als sie in den nachzuahmenden natürlichen Mineralwässern vorhanden sind. Zu dem Ende bediene man sich der Analysen erprobter Chemiker, die nun beinahe schon von allen Sauerbrunnen durch den Druck bekannt gegeben sind.

Compressionsmesser enthalten) hermetisch geschlossen.

Hierauf wird fein gesiebte Holzasche *) mit Wasser zusammen gerührt, bis ein leicht flüssiges Gemenge entsteht. Dieses wird in das Gefäſs *N* gegossen, dann mit Hülfe des Hebels *O P* der Kolben *o* bis über die Seitenöffnung *p* gehoben, wodurch die Asche mittelst des Druckes der Atmosphäre in den Stiefel *M* hinabgedrückt, und dann durch Senkung des Kolbens und Öffnung des Hahnes *L* in das Gefäſs *C* gebracht wird. Hier in Berührung mit der Schwefelsäure entwickelt sie reichlich die Kohlensäure. Um von Neuem eine gleiche Menge Asche in das Gefäſs *C* zu bringen, und diese Operation überhaupt mehrmal zu wiederholen, muſs man den Kolben von Neuem heben und senken, wobei man jedoch nicht vergessen darf, ehe man den Kolben hebt, den Hahn *L* zu schlieſsen, und ehe man ihn senkt, den Hahn zu öffnen.

Das entwickelte Gas muſs sich im Gefäſse, da es nirgends entweichen kann, so weit verdichten, bis es durch seine Elasticität jede weitere Gasentwickelung hemmt. Nun öffnet man auf einmal die Hähne *G G*, das verdichtete Gas strömt durch die Zwischenräume *g g* in die Arme *F F*, durchstreicht die Wassermasse in den Gefäſsen *H H*, und wird in dem oberhalb der punctirten Linie befindlichen Raume so lange verdichtet, bis

---

*) Bei meinen ersten Versuchen nahm ich statt der Holzasche Pottasche oder Soda; allein da diese Substanzen zu hoch kommen, dachte ich auf eine Methode, statt ihrer Kreidenstaub oder Holzasche ins Gefäſs zu bringen. Wohl ausgebrannte Holzasche ist geriebener Kreide oder Kalkstein vorzuziehen, vorzüglich weil sie nicht erst gerieben zu werden braucht, und dann auch, weil sie so leicht und wohlfeil herbeigeschafft werden kann.

es durch seine Dichte mit dem im Gefäfse *C* comprimirten Gase ins Gleichgewicht kommt. Da aber das in den Gefäfsen *HH* enthaltene Wasser, zumal wenn es kalt ist, Kohlensäure absorbirt, und zwar in um so gröfserer Menge, da es unter einem drei- bis vier Mal stärkern Drucke als dem der Atmosphäre geschieht (*Meifsner's* Anfangsgründe der Chemie, Bd. 2, S. 569), so mufs fortwährend ein neuer Gasstrom von dem Gefäfse *C* in die Gefäfse *HH* überströmen, besondert wenn der ganze Apparat um seine Axe beweglich ist, hin und her getrieben wird, und so die Berührung der Luft- und Wassertheilchen vervielfacht. Zeigt endlich das Manometer, dafs der innere Druck sich verringere, so ist diefs ein Zeichen, dafs die Gasentwickelung aufgehört habe, und dafs sich wieder neues Gas entwickeln könne; man hat daher eine neue Menge Asche in das Gefäfs auf die schon erwähnte Weise zu bringen *).

Auf diese Art wird das in den Gefäfsen *HH* ent-

*) Diese Bereitungsart ist, wie es am Tage liegt, äufserst leicht, bequem, ja auch sehr wohlfeil. Um 12 kr. C. M. bekommt man 16 Unzen Schwefelsäure, und diese reichen hin, 16 Rohitscher Flaschen Wasser überstark mit Kohlensäure zu sättigen; die hierzu nöthige Asche bekommt man beinahe umsonst. Doch gebe ich diese Bereitungsart der Kohlensäure nicht für die einzig vortheilhafte aus, auch durch den Gährungsprozefs kann man aus verschiedenen Substanzen eine grofse Menge Gas gewinnen (*Fierlinger* in Zeitschrift für Phys. und Math. Bd. 5, S. 260). Wer letztere Methode vorzieht, kann in meinem Apparate das Gefäfs *C* um ein Beträchtliches gröfser machen, und darin die gährende Masse anbringen. Mittelst Schwefelsäure gewinnt man das Gas schneller, durch die Gährung reiner; welche Methode übrigens vorzuziehen sey, überlasse ich Andern zur Entscheidung.

haltene Wasser in kurzer Zeit mit Kohlensäure übersättiget seyn, was sich durch folgende Anzeichen offenbaret: 1) Wenn beim Rütteln des Apparats nur wenig Luftblasen in die Gefäſse *HH* übergehen, ungeachtet die Manometer *mm* einen bedeutenden Druck zu erkennen geben; 2) wenn man mittelst des Hahnes *K* ein wenig Wasser in einem Becher auffängt, und dieses die Kohlensäure in Gestalt unzähliger Bläschen aufsteigen läſst; 3) wenn das Wasser auf der Zunge einen angenehm beiſsenden Geschmack verursacht.

Ist das Wasser vollkommen gesättiget, so muſs man es in Flaschen abziehen, aber mit Vorsicht, damit beim Überfüllen wenig Gas verloren gehe *). Zu dem Ende bediene ich mich einer messingenen Röhre *S*, die genau an den Hahn *K* paſst, und tief in die zu füllende Flasche reicht; denn auf diese Weise, habe ich bemerkt, geht viel weniger Gas verloren, als wenn man das Wasser gleich von dem Hahne aus durch die Luft in die Flasche flieſsen läſst. Man schlieſst also den Hahn *G*, öffnet den Hahn *K*, an dem man die Röhre *S* befestiget, und hält mit der einen Hand die Flasche unter, während man mit der andern ihren Stöpsel in Bereitschaft hält. Das geschwängerte Wasser stürzt mit Gewalt hervor, da die comprimirte Luft es herausdrängt, bis end-

---

*) Sechs (ungarische) Maſs Wasser, so viel in die beiden Gefäſse *HH* meines Apparats gehen, habe ich binnen 30 Minuten zur Übersättigung gebracht; und sicher hätte ich noch merkwürdigere Resultate erhalten, wenn mir ein gröſserer Apparat zu Gebote gestanden wäre. Denn die Absorption der Kohlensäure steht nach meiner Beobachtung im Verhältnisse der Oberflächen, in denen das Gas und die Flüssigkeit sich berühren, daher in *weitern* (wenn auch flächern) Gefäſsen in derselben Zeit mehr Kohlensäure absorbirt werden wird.

lich die durch den gewonnenen Raum verdünnte Luft sammt dem noch übrigen Wasser mit der äufsern Atmosphäre ins Gleichgewicht tritt. Da hört das Wasser auf zu fliefsen, und man mufs den Hals des Gefäfses *H* öffnen, um die Flüssigkeit ganz ausströmen zu machen. Ist die Flasche voll, so wird sie fest geschlossen, und am besten umgekehrt aufgestellt, weil sonst, wie es mir und vielen Andern widerfuhr, die Flaschen springen.

Ist das Wasser ausgeleert, so kann man in die Gefäfse *HH* neues einfüllen, von Neuem Asche in das Gefäfs *C* bringen, und kurz obige Operation so lange wiederholen, bis die Schwefelsäure mit dem Kali der Asche gesättiget ist, was sich dadurch zu erkennen gibt, dafs nach Hinzuschüttung einer neuen Dosis Asche, und obgleich das Manometer einen niedern Druck verräth, dennoch keine Luftblasen in die Gefäfse *HH* übergehen.

Ist also die Säure in *C* gesättiget (oder bei Anwendung der andern Methode die Gährung geschlossen), so nimmt man den Arm *FF* zugleich mit den beiden Gefäfsen *HH* herab, zieht die Nägel *dd* heraus, und entfernt den eisernen Beschlag *EE* vom Halse des Gefäfses *C*, leert letzteres aus, reinigt es, und richtet es zum weitern Gebrauche wieder her.

Ein so gebauter Apparat von mäfsiger Gröfse bietet eine hinlängliche Menge Mineralwasser. Mit meinem Apparate (wo, wie gesagt, die beiden Gefäfse *HH* zusammen 6 Mafs halten) bereitete ich in einer Stunde 12 ungarische (beinahe 16 österreichische) Mafs Sauerbrunnen, die an Stärke nach Belieben des Operirenden alle natürlichen bedeutend übertreffen, noch ihnen in andern Rücksichten nachstehen, da auch sie alle jene Bestandtheile und in derselben Mischung enthalten können *).

*) Für Jene, die das Criterium des Geschmacks jeder andern Theorie vorziehen, will ich noch erwähnen, dafs

Ferner sind sie frei von allen jenen, dem thierischen Organismus schädlichen Substanzen, die man in den natürlichen Mineralwässern nicht selten vorfindet. Auch glaube man ja nicht, dafs die Kosten der Bereitung grofs sind, und diese Erfindung darum, wie so viele andere, ohne practische Ausführbarkeit ist. Funfzig Flaschen Rohitscher Sauerbrunnen kamen mir (das Glas und meine Mühe nicht gerechnet) auf 10 fl. W. W., also eine Flasche auf 12 kr., eine Flasche Egerwasser gar nur auf 3 kr., während doch in unserer Gegend diese 48 kr., jene 36 kr. kostet.

III.

Beschreibung eines tausendtheiligen Mafsstabes;

von

Dr. und Prof. *Joseph Knar.*

Mit Hülfe des jetzt durchgängig üblichen Mafsstabes vermag man die Länge einer geraden Linie bis auf einen hundertsten Theil der Einheit (Zoll) genau anzugeben. Man überzeugt sich jedoch leicht, dafs bei einiger Aufmerksamkeit und mit einem fein zugespitzten Zirkel auch noch kleinere Theile des Zolles deutlich unterschieden werden können, man dürfte daher wohl in manchen Fällen wünschen, einen Mafsstab zu besitzen, welcher eine gröfsere Genauigkeit, als der gewöhnliche

mein kleiner Apparat in diesem Sommer nach und nach 150 Flaschen Mineralwasser erzeugt habe, die, der Beurtheilung Vieler unterzogen, allgemeinen Beifall gefunden haben.

hunderttheilige, zu gewähren im Stande ist. Ich will nun hier die Einrichtung eines solchen Maſsstabes beschreiben, wobei der Zoll in tausend gleiche Theile getheilt erscheint, und welcher so einfach ist, daſs er von den Verfertigern der gewöhnlichen Maſsstäbe ohne Anstand ausgeführt werden kann.

Eben wegen dieser groſsen Einfachheit der Einrichtung kann ich mich kaum überreden, daſs sie ganz neu seyn sollte; mir wenigstens ist nicht bekannt, daſs ein solcher Maſsstab schon irgendwo beschrieben worden sey, und ich bringe ihn nun zur Kenntniſs Anderer, welchen er bisher ebenfalls noch nicht vorgekommen seyn sollte.

Der Maſsstab besteht, wie Fig. 5 zeigt, aus folgenden Theilen: *ABCD* oder eigentlich *ABEF* ist der allgemein bekannte, hunderttheilige Maſsstab, über dessen Einrichtung etwas Mehreres zu sagen wohl überflüssig wäre. Von den beiden verlängerten Linien *DA* und *CB* sind zwei gleich lange Stücke genommen, deren jedes einen ganzen Zoll und einen zehnten Theil desselben enthält, nämlich: $AH = BG = \frac{11''}{10}$. Diese beiden Linien werden nun in zehn gleiche Theile getheilt, und die Theilungspuncte durch Transversallinien verbunden, gerade so, wie bei *ABCD*. Die Hinzusetzung der Zahlen geschicht am besten auf diejenige Art, welche aus der beigefügten Zeichnung deutlich zu sehen ist.

Der Gebrauch dieses Maſsstabes wird dem einiger Maſsen Geübten sogleich einleuchten; für minder Geübte füge ich die folgende Erklärung hinzu.

Um hierbei, der Kürze unbeschadet, mögliche Miſsverständnisse zu vermeiden, bemerke ich, daſs jede Transversallinie durch die beiden Ziffern bezeichnet werden soll, welche an ihren Endpuncten geschrieben er-

scheinen, und zwar dergestalt, dafs die oben, über der Linie DH, stehende Ziffer stets zuerst genannt wird. Auf diese Art werden die Transversalen, welche rechts von der Senkrechten AB in dem Theile $ABCD$ stehen, nach der Ordnung durch 90, 81, 72, 63, . . ., die Transversalen in dem Theile $ABGH$ aber durch 01, 12, 23, 34, . . . bezeichnet werden. Die zu CG oder DH parallelen Linien sollen durch die bei DC stehenden Ziffern, mithin von oben nach unten, nach der Ordnung, durch 1, 2, 3, 4, . . . angezeigt werden.

Der Theil $ABGH$ ist, für sich betrachtet, wie schon der blofse Anblick lehrt, ein hunderttheiliger Mafsstab, wobei aber die Einheit BG nicht einen Zoll, sondern um einen zehnten Theil mehr, nämlich $\frac{11''}{10}$ enthält. Da nun die Stücke der Linien 1, 2, 3, . . . 9, welche zwischen der Senkrechten AB und der Transversale 01 enthalten sind, die einzelnen hunderten Theile der Einheit BG sind; so werden die Werthe dieser Stücke nach der Ordnung folgende seyn:

$$\frac{1}{100} \cdot \frac{11''}{10} = \frac{11''}{1000} = \frac{1''}{100} + \frac{1''}{1000},$$
$$\frac{2}{100} \cdot \frac{11''}{10} = \frac{22''}{1000} = \frac{2''}{100} + \frac{2''}{1000},$$
$$\frac{3}{100} \cdot \frac{11''}{10} = \frac{33''}{1000} = \frac{3''}{100} + \frac{3''}{1000},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\frac{9}{100} \cdot \frac{11''}{10} = \frac{99''}{1000} = \frac{9''}{100} + \frac{9''}{1000}.$$

Die Stücke eben dieser Linien 1, 2, 3, . . . 9, welche zwischen der Senkrechten AB und der Transversale 90 enthalten sind, machen, vermöge des hunderttheiligen Mafsstabes $ABCD$, nach der Orduung $\frac{9''}{100}$, $\frac{8''}{100}$, $\frac{7''}{100}$, . . . $\frac{1''}{100}$ aus. Addirt man nun diese

Zahlen nach der Ordnung zu den vorher gefundenen, so erhält man

$$\frac{9''}{100} + \frac{1''}{100} + \frac{1''}{1000} = \frac{1'}{10} + \frac{1''}{1000},$$
$$\frac{8''}{100} + \frac{2''}{100} + \frac{2''}{1000} = \frac{1''}{10} + \frac{2''}{1000},$$
$$\frac{7''}{100} + \frac{3''}{100} + \frac{3''}{1000} = \frac{1''}{10} + \frac{3''}{1000},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,$$
$$\frac{1''}{100} + \frac{9''}{100} + \frac{9''}{1000} = \frac{1''}{10} + \frac{9''}{1000}$$

als Werthe für die Stücke der Linien 1, 2, 3, . . . 9, welche zwischen den beiden Transversalen 01 und 90 eingeschlossen sind: diese Stücke enthalten also nebst einem zehnten Theile noch alle einzelnen tausendsten Theile des Zolles.

Zwischen je zweien nach einander folgenden Transversalen 90, 81, 72, . . . ist stets $\frac{1''}{10}$ enthalten, daher sind zwischen der Transversale 01 und den Transversalen 90, 81, 72, . . . alle einzelnen zehnten, in Verbindung mit allen einzelnen tausendsten Theilen des Zolles eingeschlossen.

Zwischen je zweien nach einander folgenden Transversalen 01, 12, 23, . . . ist ferner der zehnte Theil von BG, d. h. von $\frac{11''}{10}$ enthalten, welcher

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{11''}{10} = \frac{11''}{100} = \frac{1''}{10} + \frac{1''}{100}$$

beträgt. Nimmt man daher anstatt 01 nach einander die folgenden Transversalen 12, 23, 34, . . ., so wird zu der vorigen Länge des Stückes von einer der Linien 1, 2, 3, . . . immer ein hundertster und ein zehnter Theil des Zolles noch hinzu kommen, mithin werden zwischen je zweien aus den Transversalen 90, 81, 72, ...

und 01, 12, 23, . . . alle einzelnen Tausendtheile, verbunden mit allen einzelnen Hunderttheilen des Zolles enthalten seyn, die Anzahl der zugleich vorhandenen Zehntheile des Zolles aber muſs wenigstens um 1 grösser seyn, als die Anzahl der Hunderttheile. Man sieht hiebei leicht, daſs die bei *DC* stehende Ziffer jedes Mal die Anzahl der Tausendtheile, und die am Ende der Transversale bei *AH* stehende Ziffer die Anzahl der Hunderttheile angebe; die Anzahl der Zehntheile besteht aber aus der Summe der Ziffern, welche unter den beiden Transversalen bei *BG* und *BC* stehen, wobei, wie sich wohl von selbst versteht, zehn solche Theile als ein ganzer Zoll geschrieben werden müssen. Diesen Bestimmungen gemäſs kann nun der Maſsstab in den beiden Hauptaufgaben, welche mit seiner Hülfe zu lösen sind, folgender Maſsen gebraucht werden.

I. Ist eine gerade Linie gegeben, und ihre Länge mittelst des Maſsstabes zu bestimmen; so wende man zuerst ganz auf die gewöhnliche Weise den hunderttheiligen Maſsstab *ABEF* an, wodurch man die Anzahl der in der gegebenen Linie enthaltenen ganzen Zolle, so wie der Zehntheile und Hunderttheile des Zolles erfährt. Wäre nun die Anzahl der Zehntheile gröſser, als die Anzahl der Hunderttheile; so schneide man von der gegebenen Linie alle darin enthaltenen ganzen Zolle ab: tritt aber diese Voraussetzung nicht ein; so muſs man noch *einen* ganzen Zoll übrig lassen, oder auch wohl hinzufügen, wenn etwa gar kein ganzer Zoll vorhanden seyn sollte. Auf diese Art wird das noch zu messende Stück im ersteren Falle kleiner als ein Zoll seyn, im anderen Falle aber zwischen einem und zwei Zollen liegen. Nun setze man die eine Zirkelspitze auf diejenige von den Transversalen 01, 12, 23, . . ., über welcher bei *AH* die bereits bekannte Anzahl der Hunderttheile

steht; die andere Zirkelspitze kommt auf eine der Transversalen 90, 81, 72, . . . dergestalt zu stehen, daſs die Summe der unter den beiden Transversälen bei *BG* und *BC* geschriebenen Ziffern die volle Anzahl der vorhandenen Zehntheile ausmacht, wobei der etwa vorkommende ganze Zoll aus zehn Zehntheilen bestehend betrachtet werden muſs. Diejenige von den parallelen Linien 1, 2, 3, . . ., auf welcher die Zirkelspitzen genau mit den beiden eben bezeichneten Transversalen zusammen fallen, gibt links bei *CD* die Anzahl der vorhandenen Tausendtheile an.

II. Ist eine gerade Linie von gegebener Länge, wobei Tausendtheile des Zolles vorkommen, zu verzeichnen; so hat man wieder zuerst zu sehen, ob die Anzahl der Zehntheile gröſser ist, als die Anzahl der Hunderttheile, oder nicht. Im ersten Falle läſst man alle ganzen Zolle weg, im anderen Falle behält man nur *einen* ganzen Zoll bei, oder setzt einen hinzu, wenn keiner vorhanden seyn sollte. Dann werden die Zirkelspitzen auf diejenige von den zu *CG* parallelen Linien gesetzt, wo die rechts bei *CD* stehende Ziffer die Anzahl der gegebenen Tausendtheile anzeigt, und zwar kommt eine Zirkelspitze auf eine aus den Transversalen 01, 12, 23, . . . zu stehen, bei welcher oben bei *AH* die Anzahl der gegebenen Hunderttheile geschrieben ist, die andere Zirkelspitze aber wird in eine der Transversalen 90, 81, 72, . . . eingesetzt, so daſs die Summe der unter beiden Transversalen bei *BG* und *BC* stehenden Ziffern genau der Anzahl der vorhandenen Zehntheile gleich ist, wobei wieder zehn Zehntheile statt des etwa vorhandenen ganzen Zolles genommen werden.

Es versteht sich übrigens sowohl bei dieser als auch bei der vorhergehenden Aufgabe, daſs die am Anfange weggelassenen oder hinzugefügten ganzen Zolle am Ende

wieder besonders hinzugefügt oder weggelassen werden müssen. Um diese Weglassung der ganzen Zolle zu vermeiden, könnte man auch den Theil *DCEF* des Maſsstabes eben so eintheilen, wie es mit *ABCD* gewöhnlich geschieht, was noch überdieſs den Nutzen bringen würde, daſs die Senkrechten *IK*, *LM*, *NO*, *FE* nicht so sehr durchgestochen werden würden, als es sonst bei einem, im Gebrauche des Maſsstabes noch ungeübten, Anfänger leicht geschieht.

IV.

Über die Verallgemeinerung des *Lagrange*'schen Reversions-Theorems;

von

Franz Xav. Moth.

Bekanntlich besteht das von *Lagrange* entdeckte Reversions-Theorem darin, aus der Functionalgleichung

$$x = \varphi(t + \alpha . f(x)),$$

in welcher φ und f gegebene Functionen bedeuten, und worin α und t zwei von einander unabhängige Gröſsen sind, den Werth von x, oder allgemeiner, irgend eine Function $\psi(x)$ dieser Gröſse in eine nach Potenzen von α fortschreitende Reihe von der Form

$$\psi(x) = X_0(t) + \alpha . X_1(t) + \alpha^2 . X_2(t) + \ldots$$

zu entwickeln, gemäſs welchem Theorem denn auch für die Bestimmung der Functionen $X_0(t)$, $X_1(t)$, $X_2(t)$, ... ein sehr einfaches Gesetz besteht.

Dieser Satz, welchen *Lagrange* für Functionen einer einzigen Veränderlichen x erwiesen hat, wurde

durch *Laplace* dergestalt verallgemeinert, daſs er zeigte, wie die Entwickelung der Functionen jeder Anzahl Veränderlicher bewerkstelliget werden könne.

Da ich mich mit diesem Gegenstande befaſste, habe ich gefunden, daſs beide Theoreme einer noch gröſseren Verallgemeinerung fähig wären, und daſs beide Gesetze Folgerungen eines viel allgemeinern wären. Ich habe meine Untersuchungen über diesen Gegenstand der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften vorgelegt, welche sie unter ihre Abhandlungen aufgenommen hat. Da der Raum dieser Blätter nicht gestattet, sich in ein gröſseres Detail, so dieser Gegenstand fordert, einzulassen; so liefere ich hier bloſs eine Anzeige des Resultates, dessen Beweis man in der erwähnten, bald zu erscheinenden, Abhandlung nachlesen kann.

Wenn man die Functionalgleichung hat:

$$x = \varphi\,[t + \alpha\,.\,z_1 + \alpha^2\,.\,z_2 + \alpha^3\,.\,z_3 + \ldots],$$

in welcher $z_1\, z_2\, z_3 \ldots$ gegebene Functionen von x sind, und man denkt sich die Gröſse x aus dieser Gleichung durch die übrigen noch darin sich befindlichen Gröſsen ausgedrückt, und in die gleichfalls gegebene Function $\psi(x)$, welche wir u nennen wollen, gesetzt; so wird man dieselbe in einer nach Potenzen von α mit ganzen positiven Exponenten fortschreitenden Reihe von folgender Form

$$u = X(t) + \alpha\,.\,X_1(t) + \alpha^2\,.\,X_2(t) + \alpha^3\,.\,X_3(t) + \ldots$$

darstellen können, in welcher Reihe die Coefficienten dieser Potenzen von α, d. i. $X(t)$, $X_1(t)$, $X_2(t)$, ... Functionen von t sind, die nach einem gemeinschaftlichen Gesetze aus den Functionen $z_1\, z_2\, z_3 \ldots \varphi$ und ψ hergeleitet werden können. Das Gesetz, nach welchem diese Functionen zu entwickeln sind, spricht sich nun auf folgende Art aus:

»Der Coefficient $X_n(t)$ der Potenz a^n ist ein Ag»gregat von Gliedern von der Form

$$\left(\frac{d^{v'+v''+v'''+\ldots-1}(Z_p^{v'}\cdot Z_q^{v''}\cdot Z_r^{v'''}\ldots V)}{1.2.3..v'\times 1.2.3..v''\times 1.2.3..v''' \text{ etc. } dt^{v'+v''+v'''\ldots-1}}\right),$$

»worin $p\,q\,r\ldots v'\,v''\,v'''\ldots$ ganze positive Zahlen bedeu»ten, welche der Gleichung

$$(p \cdot v' + q \cdot v' + r \cdot v''' + \ldots) = n$$

»Genüge leisten; worin ferner Z_p, Z_q, Z_r, ... die »Werthe der Functionen z_p, z_q, z_r, ... sind, wenn »man daselbst $x = \varphi(t)$ setzt, und worin V diejenige »Function von t ist, die man aus $\left(\frac{du}{dt}\right)$ erhält, wenn »man darin $a = 0$ und $x = \varphi(t)$ substituirt, das ist »$V = \left(\frac{d\,.\,\psi\varphi(t)}{dt}\right)$.«

Diesem Grundsatze gemäfs sind die Functionen der Anfangsglieder der Reihe berechnet und erhalten worden:

$$X(t) = \psi(\varphi t);$$

$$X_1(t) = (Z_1 \,.\, V);$$

$$X_2(t) = \left(\frac{d\,.\,Z_1^2 V}{1.2.dt}\right) + (Z_2 \,.\, V);$$

$$X_3(t) = \left(\frac{d^2\,.\,Z_1^3 V}{1.2.3.dt^2}\right) + \left(\frac{d\,.\,Z_1 Z_2 V}{1.1.dt}\right) + (Z_3 \,.\, V);$$

$$X_4(t) = \left(\frac{d^3\,.\,Z_1^4 V}{1.2.3.4.dt^3}\right) + \left(\frac{d^2\,.\,Z_1^2 Z_2 V}{1.2.dt^2}\right) + \left(\frac{d\,.\,Z_2^2 V}{1.2.dt}\right) + \left(\frac{d\,.\,Z_1 Z_3 V}{1.1.dt}\right) + (Z_4 \,.\, V);$$

$$X_5(t) = \left(\frac{d^4\,.\,Z_1^5 V}{1.2.3.4.5.dt^4}\right) + \left(\frac{d^3\,.\,Z_1^3 Z_2 V}{1.2.3.1.dt^3}\right) + \left(\frac{d^2\,.\,Z_1^2 Z_3 V}{1.2.1.dt^2}\right) + \left(\frac{d^2\,.\,Z_1 Z_2^2 V}{1.2.1.dt^2}\right) + \left(\frac{d^2\,.\,Z_1^2 Z_4 V}{1.2.dt^2}\right) + \left(\frac{d\,.\,Z_2 Z_3 V}{1.1.dt}\right) + (Z_5 \,.\, V);$$

u. s. w.

Für $z_2 = 0$, $z_3 = 0$, $z_4 = 0$, u. s. w. fallen in diesen Ausdrücken, wegen $Z_2 = 0$, $Z_3 = 0$, $Z_4 = 0$, ... alle jene Glieder weg, welche diese Gröſsen enthalten, so daſs bloſs die ersten übrig bleiben. In diesem Falle hat man *Lagrange's* Reversionsformel vor sich.

Das in Rede stehende allgemeine Gesetz läſst sich auch noch auf folgende Art ausdrücken:

Die Function $X_n(t)$ ist eine Summe von Gliedern, welche man aus der Function $\left(\frac{du}{da}\right)$, wenn man nach der Differenzirung $\alpha = 0$ setzt, nach und nach dadurch entwickelt, daſs man z_1 in Functionen von der Form

$$\frac{(Z_p^{v'} \cdot Z_q^{v''} \cdot Z_r^{v'''} \ldots)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots v' \times 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots v'' \times 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots v''' \times \text{etc.}},$$

so wie zu gleicher Zeit u in V verwandelt, indem man alle diese Functionen, die man für z_1 zu setzen hat, dadurch erhält, daſs man in jener Form für $p\,q\,r \ldots$ und $v'\,v''\,v''' \ldots$ alle möglichen ganze positive Zahlen setzt, welche der Bedingungsgleichung

$$p \cdot v' + q \cdot v'' + r \cdot v''' \ldots = n$$

ein Genüge leisten.

Mittelst der so eben gegebenen Entwickelungen läſst sich nun das nachstehende Problem ohne Schwierigkeit auf eine einfache Art auflösen.

Wenn man die zwei Functionalgleichungen hat:

$$t = \varphi[f_0(x) + \alpha \cdot f_1(x) + \alpha^2 \cdot f_2(x) + \ldots],$$
$$y = \psi[F_0(x) + \alpha \cdot F_1(x) + \alpha^2 \cdot F_2(x) + \ldots],$$

worin $f\,F\,\varphi\,\psi$ gegebene Functionen sind; so soll man die Gröſse x aus beiden Gleichungen so eliminiren, daſs man t in einer nach Potenzen von α fortschreitenden Reihe, deren Coefficienten Functionen von y sind, so wie umgekehrt y in einer solchen Reihe, worin die Coefficienten der Potenzen von α Functionen von t sind, erhalte.

Die Anleitung zur Auflösung dieses angezeigten Problems nebst der Entwickelung eines merkwürdigen besondern Falles findet man in meiner erwähnten Abhandlung.

V.

Bestimmung der goniometrischen Fundamentalformeln ohne Zuziehung geometrischer Vorbegriffe;

vom

Professor *Kulik*.

Man pflegt in der Analysis die discrete Quantitätslehre von der Raumgröfsenlehre sorgfältig abzusondern, ohne nachzuweisen, wie die goniometrischen Ausdrücke, deren man sich in jener häufig bedient, ohne Zuziehung geometrischer Constructionen zum Vorscheine kommen; oder aber man leitet sie aus Formeln ab, deren Gestalt schon an und für sich dem Anfänger einen gerechten Zweifel über das Daseyn solcher Functionen einflöfst. Folgender Aufsatz soll beweisen, dafs goniometrische Ausdrücke ein reines Eigenthum der discreten Quantitätslehre, und ihre Erscheinung in der Geometrie blofs Construction arithmetischer Sätze sey.

Seyen p, q zwei Functionen einer veränderlichen Gröfse x, die von einander so abhängen, dafs beständig die Gleichung

$$p^2 + q^2 = 1 \quad . \; . \; . \; a)$$

Statt habe, welchen Werth auch x haben mag, so kann man fragen, wie beide Functionen aus x zusammengesetzt sind, wenn sie blofs *mögliche* Werthe enthalten sollen?

Die Gleichung a) gibt sogleich

$$p = \sqrt{(1 - q^2)}, \quad q = \sqrt{(1 - p^2)},$$

woraus zu ersehen ist, dafs beide Functionen möglich sind, sobald sie die Grenzen $+1$ und -1 nicht überschreiten, und dafs der Werth der einen beider Functionen der Gröfse nach bestimmt ist, sobald man die andere derselben zwischen diesen Grenzen nach Belieben angenommen hat. Die Zweideutigkeit des Vorzeichens in der Wurzelgröfse kann man durch eine willkürliche Annahme heben: es sey also $p = 0$ für $x = 0$, und von diesem Anfangspuncte an sey p für ein positives Zunehmen von x positiv, hingegen für ein negatives Zunehmen derselben Gröfse negativ; so hat man, wenn $x = 0$ ist, $q = \pm 1$; man lasse hierbei das obere Zeichen gelten; oder es sey für $x = 0$

$$q = +1.$$

Da der Annahme zu Folge p mit x wächst, so mufs q für zunehmende x abnehmen, also nach und nach in o, und nach dem Gesetze der Stetigkeit zuletzt in -1 übergehen: ist $q = 0$, so hat p den Werth $+1$, und wenn $q = -1$ wird, geht p in o über; es war also p während dieser Änderungen von x beständig positiv: bezeichnet man nun mit π den Werth von x, für welchen p abermals Null wird; so ist klar, dafs für $x < \pi$ die Werthe von p immer positiv sind; ist $x = \frac{1}{2}\pi$, so erreicht p sein Maximum $+1$, ist aber $x = \pi$, so wird $p = 0$. Dagegen sind die Werthe von q positiv für $x < \frac{1}{2}\pi$; ist $x = \frac{1}{2}\pi$, so wird $q = 0$, und für $x = \pi$ wird $q = -1$. Da nun q sein Minimum erlangt hat, so mufs für zunehmeude Werthe von x, q stufenweise wachsen, also nach und nach in o und $+1$ übergehen: war π der Werth von x, für welchen p von o anfangend nach allen Änderungen abermals Null wurde, so wird es auch derjenige Werth seyn,

um den x von $\frac{1}{2}\pi$ an, da $q=0$ war, zuzunehmen hat, damit q abermals Null wird, sonach ist q für $x=\frac{3}{2}\pi$ Null, und aus gleichem Grunde ist $q=+1$ für $x=2\pi$; für diese Werthe von q wird aber p beziehungsweise gleich -1 und 0, weil dem Gesetze der Stetigkeit gemäfs für $x>\pi$ die Werthe von p negativ werden müssen, daher von den zwei Werthen, welche der Gleichung

$$0=\sqrt{(1-p^2)}$$

Genüge leisten, $p=-1$ zu wählen ist.

Bezeichnet man die Functionen p und q wie gewöhnlich durch $\sin. x$ und $\cos. x$, und stellt diese Schlüsse in ein Schema zusammen, so erhält man für ein positives Wachsen der veränderlichen Gröfse x, wenn nämlich

x von 0 in	$\frac{1}{2}\pi$,	π,	$\frac{3}{2}\pi$,	2π übergeht, gleichzeitig
$p=\sin. x$ 0	$+1$	0	-1	0
$q=\cos. x$ $+1$	0	-1	0	$+1$;

hingegen für ein negatives Wachsen von x, wenn

x von 0 in	$-\frac{1}{2}\pi$,	$-\pi$,	$-\frac{3}{2}\pi$,	-2π übergeht, wird
$p=\sin. x$ 0	-1	0	$+1$	0
$q=\cos. x$ $+1$	0	-1	0	$+1$.

Das Gesetz des Zeichenwechsels fällt von selbst in die Augen; ist nämlich n irgend eine ganze Zahl, so ist $\sin. n\pi=0$, hingegen wenn n gerade ist, $\cos. n\pi=+1$, und wenn n ungerade ist, $\cos. n\pi=-1$: ferner hat man

$$\sin. \frac{4n+1}{2}\pi=+1, \quad \sin. \frac{4n+3}{2}\pi=-1, \quad \cos. \frac{2n+1}{2}\pi=0.$$

Da aber zwischen diesen Grenzen die Functionen p und q ihre Vorzeichen nicht ändern, so folgt, *dafs q für ein positives sowohl als auch für ein negatives Wachsen von x gleiche, p hingegen entgegengesetzte Vorzeichen erhält,* oder es ist

$$\cos. x = \cos. -x \quad . \; , \; . \quad \text{b)},$$

$$\sin. -x = -\sin. x \quad . \; . \; . \quad \text{c)}.$$

Sind p_1, q_1 zwei den vorigen ähnliche Functionen in Beziehung auf die veränderliche Gröſse x_1, nämlich

$$p_1 = \sin. x_1, \quad q_1 = \cos. x_1,$$

so hat man, der Gleichung a) analog,

$p_1^2 + q_1^2 = 1$, daher auch $(p^2 + q^2)(p_1^2 + q_1^2) = 1$,

welches Product man so schreiben kann:

$$p^2 q_1^2 + q^2 p_1^2 + q^2 q_1^2 + p^2 p_1^2 = 1;$$

addirt man hiezu die identische Gleichung

$$\pm 2 p q_1 q p_1 \mp 2 q q_1 p p_1 = 0,$$

so erhält man

$$p^2 q_1^2 \pm 2 p q_1 q p_1 + q^2 p_1^2 + q^2 q_1^2 \mp 2 q q_1 p p_1 + p^2 p_1^2 = 1$$

oder

$$(p q_1 \pm q p_1)^2 + (q q_1 \mp p p_1)^2 = 1 \; . \; . \; . \; \text{d})$$

Läſst man hier das obere Zeichen gelten, so gibt das erste Glied dieser Gleichung für $-x = x_1$, da dann wegen b) und c) $q = q_1$ und $p = -p_1$ wird, Null zum Resultate, während das zweite Glied derselben für eben diesen Werth von x in die Einheit übergeht: allein die Voraussetzung $-x = x_1$ führt auf die Gleichung $x + x_1 = 0$, mithin muſs das erste Glied der Gleichung d) für $x + x_1 = 0$ verschwinden, das andere aber $= 1$ werden; folglich ist obigem Schema gemäſs

$$\sin. (x + x_1) = p q_1 + p_1 q, \quad \cos. (x + x_1) = q q_1 - p p_1 \ldots \text{e})$$

Gelten aber die unteren Zeichen, und man setzt $x = x_1$, wodurch $p = p_1$, $q = q_1$ wird, so verschwindet abermals das erste Glied der Gleichung d), während das andere zu $+1$ wird; und da für $x = x_1$ die Gröſse $x - x_1$ Null wird, so stellt jenes Glied die Function $\sin. (x - x_1)$, dieses aber $\cos. (x - x_1)$ vor, und man hat

$$\sin. (x - x_1) = p q_1 - p_1 q, \quad \cos. (x - x_1) = q q_1 + p p_1 \ldots \text{f})$$

Setzt man nun noch statt p, q, p_1, q_1 ihre gewöhn-

lichen Zeichen, so geben die Gleichungen e), f) im Zusammenhange:

$$\left.\begin{array}{l}\sin.(x \pm x_1) = \sin.x \,.\, \cos.x_1 \pm \cos.x \,.\, \sin.x_1 \\ \cos.(x \pm x_1) = \cos.x \,.\, \cos.x_1 \mp \sin.x \,.\, \sin.x_1\end{array}\right\}\ldots g)$$

und diese Formeln sind die Grundlage des ganzen goniometrischen Algorithmus.

Macht man in den Gleichungen g) $x = \pi$, $x_1 = a$, so erhält man sofort

$$\sin.(\pi - a) = \sin.a, \quad \cos.(\pi - a) = -\cos.a,$$

oder *die Sinus und Cosinus zweier Gröſsen, die sich zu* π *ergänzen, sind einander gleich, nur haben die Cosinusse entgegengesetzte Zeichen;* setzt man aber $x = \frac{1}{2}\pi$, $x_1 = a$, so folgt

$$\sin.(\tfrac{1}{2}\pi - a) = \cos.a,$$

und wenn man $\frac{1}{4}\pi \pm a$ statt a schreibt, wird

$$\sin.(\tfrac{1}{4}\pi \mp a) = \cos.(\tfrac{1}{4}\pi \pm a),$$

d. i. *der Sinus irgend einer Gröſse ist zugleich der Cosinus ihrer Ergänzung zu* $\frac{1}{2}\pi$.

Man kann der Gleichung a) auf dreierlei Art eine veränderte Gestalt ertheilen, nämlich wenn man setzt

$\frac{p}{q} = r$, $\quad \frac{1}{q} = s$, so erhält man $r^2 + 1 = s^2$;

$\frac{q}{p} = t$, $\quad \frac{1}{p} = u$, so wird $1 + t^2 = u^2$;

$1 - q = v$, $1 - p = w$, sonach $(1 - v)^2 + (1 - w)^2 = 1$.

Hiedurch entstehen auſser den beiden Hauptfunctionen p, q noch sechs Hülfsfunctionen r, s, t, u, v, w, welche von jenen auf die einfachste Weise abhängen, und nicht selten geschickt sind, der Rechnung eine bequemere Gestalt zu ertheilen. In der üblichen Bezeichnungsweise werden diese Functionen von x oder r, s, t, u, v, w durch tang. x, cot. x, sec. x, cosec. x, sin. vers. x und cos. vers. x beziehungsweise vorgestellt;

man hat daher zu ihrer Bestimmung die Gleichungen

$$\text{tang.}\,x = \frac{\sin.x}{\cos.x},\quad \sec.x = \frac{1}{\cos.x},\quad \text{sin.vers.}x = 1 - \cos.x,$$

$$\cot.x = \frac{\cos.x}{\sin.x},\quad \text{cosec.}\,x = \frac{1}{\sin.x},\quad \text{cos.vers.}x = 1 - \sin.x,$$

und es unterliegt keiner Schwierigkeit, für diese Functionen die bekannten Formeln und Lehrsätze ohne alle geometrischen Betrachtungen abzuleiten.

Den Werth der Gröſse π zu erhalten, welche bei allen diesen Functionen bedeutungsvoll ist, entwickle man die Gröſse x in eine Reihe, welche nach den Potenzen von tang. x fortläuft, dieſs gibt bekannter Maſsen

$$x = \text{tg.}\,x - \tfrac{1}{3}\,\text{tg.}^3 x + \tfrac{1}{5}\,\text{tg.}^5 x - \tfrac{1}{7}\,\text{tg.}^7 x + \ldots \quad \text{h)}$$

und hieraus, wenn man $\frac{1}{4}\pi$, wovon die Function tang. die Einheit beträgt, in eine beliebige Anzahl Theile a, b, c zerfällt, so daſs

$$\tfrac{1}{4}\pi = ma + nb + kc$$

wird, wo m, n, a, b, c willkürliche Zahlen sind, k aber die Zahl bedeutet, welche aus der Gleichung

$$1 = \text{tg.}\,(ma + nb + kc)$$

hervorgeht, erhält man für $\frac{1}{4}\pi$ schnell convergirende Reihen, deren Summirung den Werth von π so genau gibt, als man immer haben will, man findet so

$$\pi = 3{,}14159265 \ldots$$

VI.
Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Optik.

1. Über Reflexion und Zerstreuung des Lichtes an der Grenze zweier Mittel. Von *Brewster.*

(Auszug aus *Phil. transact.* 1829, *P. I.*, *p.* 187.)

Wenn zwei optische Mittel an einander grenzen, welche verschiedene Grade des Brechungsvermögens besitzen, so wird ein Lichtstrahl an den beiderseitigen Grenzen zum Theile reflectirt. Die Intensität des reflectirten Antheils ist desto geringer, je mehr sich die Brechungsvermögen dieser zwei Mittel der Gleichheit nähern; erreichen sie diese, so findet gar keine Reflexion mehr Statt, und alles Licht setzt seinen Weg unverändert über die Grenze fort. Nimmt man ein Glasprisma mit kleinem brechenden Winkel, oder nur ein Stück Spiegelglas, deren selten eines vollkommen parallele Wände hat, und daher schon ein solches Prisma vorstellt, hält es nahe an das Auge, so daſs man das von der ersten Fläche reflectirte Bild einer Kerzenflamme gewahr wird, so bemerkt man in der Nähe dieses Bildes ein zweites, welches durch Reflexion an der anderen Glasfläche entsteht. Beide Bilder haben fast einerlei Lichtstärke, wenn der Einfallswinkel nicht groſs ist. Benetzt man die Rückseite des Prisma mit Wasser, so verliert das zweite Bild augenblicklich viel von seiner Lichtstärke. Dieses wird noch mehr der Fall, wenn man statt Wasser Olivenöhl nimmt, ja wenn man letzteres durch Harz ersetzt, das man durch Wärme so weich gemacht hat, daſs es an dem Gase hängen bleibt, so

verschwindet das zweite Bild ganz. Mit Cassiaöhl wird dieses Bild hingegen viel intensiver, mit Schwefel wird es so hell, daſs man es vom ersteren gar nicht mehr unterscheiden kann, und mit einem Amalgam erreicht es eine Lichtstärke, gegen welche die des ersten Bildes fast ganz verschwindet.

Das zweite Bild erscheint auch farbig. *Brewster* schloſs Cassiaöhl zwischen zwei Flintglasprismen ein, und bemerkte mit Erstaunen, daſs das reflectirte Bild blau erschien. Es folgt dieses aber unmittelbar aus der Wirkung des Cassiaöhls auf das Licht im Verhältnisse zu der des Flintglases auf dasselbe; denn das Cassiaöhl bricht die mittleren Strahlen stärker als Flintglas, während beide Körper auf die minder brechbaren Strahlen mit gleicher Kraft wirken. Darum wird der rothe Strahl fast ganz durchgelassen, von den übrigen wird aber ein desto gröſserer Theil reflectirt, je gröſser ihre Brechbarkeit ist, und darum ist im reflectirten Lichte die blaue Farbe vorherrschend. Mit anderen Öhlen und Gläsern erhielt er auch verschiedene Resultate, und es ging aus seinen Versuchen das allgemeine Gesetz hervor, daſs bei jeder Reflexion des Lichtes von durchsichtigen Körpern der reflectirte Antheil eine andere Farbe haben muſs als der auffallende, auſser beide sich berührende Körper haben genau dasselbe Brechungs- und Zerstreuungsvermögen. Zur festeren Begründung dieses Gesetzes wurden nun mehrere neue Versuche angestellt, deren Relation der Gegenstand der gegenwärtigen Abhandlung ist.

Bei einem der von *Brewster* in der genannten Beziehung angestellten Versuche nahm er zwei Glasprismen, die *A* und *B* heiſsen mögen. Der Durchschnitt beider ist ein rechtwinkeliges gleichschenkeliges Dreieck, und der Brechungsexponent von *A* ist gleich 1.508, der von

B gleich 1.510. Beide Prismen wurden an einer Fläche durch eine convergirende Schichte Castoröhl, dessen Brechungsexponent 1.490 ist, oder durch Copaivabalsam, der einen Brechungsexponenten von 1.528 hat, mit einander verbunden, wie Fig. 6 zeigt. Fällt da ein Strahl in der Richtung *Rr* ein, und wird nach *ro* gebrochen, so wird ein Theil desselben in *o* nach *oq* reflectirt, und verläſst in der Richtung *qm* das Prisma, ein anderer dringt in die zwischen den zwei Prismen befindliche Schichte ein, und wird erst in *p* reflectirt, so daſs er die Richtung *ps* annimmt, und auſserhalb des Prisma nach *sn* seinen Weg fortsetzt. Da die zwischen den zwei Prismen befindliche Schichte nicht gleich dick ist, so treten die zwei Strahlen nach der Reflexion hinreichend weit aus einander, und man kann jeden einzeln untersuchen.

Bei der Anwendung von Castoröhl, dessen Brechungsvermögen *kleiner* ist als das des Glases, zeigte sich Folgendes: Ist der Einfallswinkel sehr groſs (70°), so erleidet der Strahl in *o* eine totale Reflexion; innerhalb der Grenze der totalen Reflexion ist der Strahl *oqm* gelb; vermindert man aber den Einfallswinkel zusehends, so geht dieser Strahl durch alle Farbenabstufungen durch. Der Strahl *psn* hingegen erscheint bei jedem Einfallswinkel schwach gelblich, und erleidet an seiner Intensität nur eine geringe Veränderung.

Fällt homogenes Licht auf die Prismen, so zeigt sich kein Farbenwechsel, sondern die Lichtstärke bekommt Maxima und Minima, wie dieses bei den durch Beugung entstandenen homogenen Farbenringen der Fall ist. Für rothes Licht erscheint das erste Minimum bei einem Winkel von 77° 54′, das zweite bei 60° 57′; für blaues Licht tritt ersteres bei 80° 27′, letzteres bei 59° 4′ ein. Wird die Öhlschichte erwärmt, und

dadurch das Brechungsvermögen derselben herabgesetzt, so erscheinen die Farben minder hell, und man braucht, um einen ganzen Farbenwechsel zu erzeugen, eine geringere Änderung des Einfallswinkels.

Werden dieselben Prismen mit Copaivabalsam verbunden, dessen Brechungsvermögen *größser* ist als das des Glases, so zeigt sich der reflectirte Strahl von dem Eintritte der totalen Reflexion vollkommen weiſs, hierauf aber (bei 47°) wird er gelb, und geht durch dieselbe Farbenreihe durch, wie im vorhergehenden Falle. Doch erscheinet jede Farbe schon bei einem geringeren Einfallswinkel. Die erste Farbenreihe schlieſst sich bei einem Winkel von 64° 58′, während dieses bei Anwendung des Castoröhles erst bei 58° erfolgte. Die Prismen wurden so gestellt, daſs sie blaues Licht der zweiten Ordnung ins Auge sendeten, und hierauf erwärmt. Dadurch entwickelte sich die Farbe mehr, aber ihre Intensität nahm ab. Bei 94° *F.* war das Brechungsvermögen zwischen Glas und Copaivabalsam gleich, es zeigte sich dabei aber keine besondere Veränderung des Phänomens. Über 94° hinaus nahm die Lichtstärke bedeutend zu, doch verschwanden die Farben ganz, als man die Temperatur stark erhöht hatte.

Merkwürdig ist das Verhältniſs der beiden reflectirten Strahlen in Betreff ihrer Intensität. Bei einem Einfallswinkel von 61°.54′ und einer Temperatur von 50° ist der Strahl *oqm* gesättiget blau, *psn* hingegen graulich weiſs, und minder intensiv als jener. Nimmt der Einfallswinkel zu, so wächst *oqm* schnell an Stärke, *psn* hingegen nimmt langsam ab, so daſs bei einem Winkel von 74° ersterer zehn oder zwölf Mal intensiver ist als letzterer, während bei einem Winkel unter 61° 54′ der Strahl *psn* zehn Mal stärker ist als *oqm*. Bei einer Erwärmung wurde *psn* gelblich weiſs, und nahm schnell

an Stärke zu. Bei einem schiefen Einfall ward *psn* fast so hell wie *oqm*, während bei einem kleinen Einfallswinkel *psn* stärker ist als *oqm*.

Ähnliche Erscheinungen wurden bemerkbar, als das untere Glasprisma mit Obsidian vertauscht wurde, und die Mittelsubstanz noch immer Copaivabalsam war, nur waren die Farben weniger entwickelt, ja als der Balsam durch Castoröhl ersetzt wurde, blieben die Farbenphänomene ganz aus.

Wenn die zwischen den zwei Glasprismen enthaltene Schichte von Öhl oder Balsam allenthalben gleich dick ist, so fallen die beiden Bilder zusammen, und es entsteht ein Phänomen, das verschieden ist, je nachdem die einzelnen Prismen für sich dieselben Farbenabwechslungen auf dieselbe Weise geben oder nicht, wie dieses aus der Natur der vorhergehenden Erscheinungen von selbst einleuchtet.

Brewster hat die Versuche über diesen Gegenstand sehr vielfach abgeändert, und dabei verschiedene Öhle und andere Körper als Trennungsmittel der zwei Prismen angewendet. Er gibt ein über drei Quartseiten langes Verzeichniſs der Farben, welche sich bei Anwendung jeder einzelnen Flüssigkeit zeigten, und zieht aus dem ganzen Inbegriff seiner Versuche folgende Schlüsse:

Mittel von gleichem Brechungsvermögen besitzen eine reflectirende Kraft, die über ihre Grenzen hinauswirkt. Die reflectirende und brechende Kraft befolgen in demselben Mittel nicht einerlei Gesetz, und dieses Gesetz ist für das Reflexionsvermögen bei verschiedenen Körpern verschieden. Diese Gesetze lassen sich aus beiden Hypothesen, die sich in Betreff des Lichtes um den Vorrang streiten, leicht erklären: Bei der Emanationshypothese hängen sie von der Gröſse der Wirkungssphäre der abstoſsenden Kraft und ihrem Gesetze, bei

der Vibrationshypothese von der Dichte und Elasticität des Äthers in der Nähe des Körpers ab. Die Farben rühren von einer Interferenz zweier Strahlen her, deren einer vielleicht von der ersten, der andere von der zweiten Grenze der Wirkungssphäre der flüssigen Schichte reflectirt wird.

Merkwürdig ist der Unterschied im Verhalten mehrerer Körper, den *Brewster* in folgenden Fällen erfuhr: Er hatte beobachtet, dafs die Farben, welche sich in einer der vorhin beschriebenen Vorrichtung zeigten, mit der Zeit etwas an Lebhaftigkeit verloren, und dafs einige Stellen bei merklich verschiedenen Neigungen der Strahlen doch dieselbe Farbe zeigten. Er nahm nun ein Prisma, welches mit Castoröhl drei Reihen schöner Farben zeigte, brachte es in Weifsglühhitze, und schliff und polirte es von Neuem. Nun gab es nicht mehr dieselben Farben wie vorhin. Auch die vorhin erwähnte Obsidianplatte gab mit Copaivabalsam nicht mehr die oben beschriebenen Phänomene, als eine ihrer Flächen von Neuem geschliffen und polirt worden war. Ein Glasstück, welches zehn Jahre lang der Luft ausgesetzt war, gab noch die gewöhnlichen Farbenabwechslungen, als es aber eine neue Fläche bekam, zeigte sich nur *eine* Farbe. Die Ursache dieses verschiedenen Verhaltens des neu polirten oder alten Glases konnte *Brewster* ungeachtet vielfacher Bemühungen nicht ausfindig machen.

2. Über die Ursache des grofsen Zerstreuungsvermögens des Cassiaöhls. Von *Herschel.*

(*Journ. of sc. N. XX, p.* 308. Auszug.)

Herschel unterwarf das Cassiaöhl folgenden Versuchen, um die Ursache des grofsen Zerstreuungsvermögens, das ihm eigen ist, zu erfahren. Es wurde ein

Strom Chlorgas durch dasselbe geleitet, bis es nicht mehr darauf wirkte. Dabei erhielt das Öhl zuerst eine dunklere Farbe, als aber die Einwirkung fortdauerte, nahm es ein eigenes röthlich gelbes Colorit an, welches es behielt, so lange die Operation dauerte, endlich aber in ein schönes Rosenroth überging. Während dieses Prozesses entwickelte sich viel salzsaures Gas, zum Beweise, daſs dem Öhle viel Hydrogen entzogen werde, und zuletzt war das ganze Öhl in eine zähe Masse verwandelt, die sich in lange Fäden ziehen lieſs, das eigenthümliche Aroma nicht mehr hatte, sondern einen stechenden Geruch von sich gab, und einen adstringirenden Geschmack hatte. Sie war brennbar, aber in einem geringeren Grade als vorhin, brannte mit einer am Rande grün gefärbten Flamme, aus der sich die Gegenwart von Chlor erkennen lieſs. Ihr Brechungsvermögen war nicht viel kleiner als das des Öhles. Wenn ein Tropfen dieser Masse in den inneren Winkel zweier convergirender Glasplatten gebracht wurde, unmittelbar daran aber ein Tropfen unverändertes Cassiaöhl, konnte man mit *einem* Auge beide Spectra einer Lichtlinie sehen. Das vom ungeänderten Öhle herrührende erschien um $^1/_5$ der Breite des anderen Spectrums mehr gebrochen. Aber das Zerstreuungsvermögen des veränderten Öhles war sehr stark, fast um die Hälfte, vermindert, und erreichte kaum mehr das des Flintglases. Flintglas, welches die Farbenzerstreuung des natürlichen Öhles zu compensiren vermochte, war für das veränderte Öhl schon zu stark wirkend. Demnach rührt das ungewöhnlich groſse Zerstreuungsvermögen des Cassiaöhls vom *Wasserstoff* her.

3. Merkwürdiger optischer Bau des *Glauberit.* Von *Brewster.*

(*Journ. of sc. N. XX, p.* 325. Auszug.)

Brewster erhielt von *Nicol* zwei Exemplare Glauberit, die schon so zugerichtet waren, daſs man im polarisirten Lichte das doppelte Ringsystem deutlich sehen konnte. Diese gaben ihm Veranlassung zu einer sehr merkwürdigen Entdeckung.

— Wurden die Ringe mittelst des gewöhnlichen polarisirten Lichtes betrachtet, so erschienen die Farben derselben sehr regelwidrig, und man suchte vergebens die zwei Pole, wo sonst die doppelte Brechung und Polarisation aufhörte. Die Ursache dieser Unregelmäſsigkeit zeigte sich aber bei Anwendung von homogenem Licht. Im rothen Lichte bemerkte man leicht zwei Axen, und ihre Neigung beträgt 5°. Für die orangen, gelben und grünen Strahlen nimmt diese Neigung stufenweise ab, und für das violette Licht fallen beide zusammen und es erscheint nur eine einzige Axe der doppelten Brechung. Alle Axen sind negativer Art.

Dieses Verhalten sieht *Brewster* als einen triftigen Beweis für das Daseyn mehrerer Axen an, durch deren Zusammensetzung gleich der Zusammensetzung der Kräfte in der Statik die wirklichen Phänomene erklärt werden können. Im Glauberit, sagt er, zeigt uns eine negative Axe *A*, welche auf das violette und auf jedes andere minder brechbare Licht wirkt. Auſserdem findet sich noch eine zweite Axe *B*, die positiv oder negativ seyn kann, aber in beiden Fällen um 90° von *A* abstehen muſs. Ist sie negativ, so muſs sie in einer Ebene liegen, welche durch die zwei für das rothe Licht resultirenden Axen geht, und sie muſs sich zu *A* verhalten, wie $\sin.^2 2°\frac{1}{2} : 1$. Ist sie positiv, so muſs sie in der

Ebene jener resultirenden Axen liegen, und sich zur Axe *A* verhalten wie $\sin.^2 2^\circ \frac{1}{2} : \cos.^2 2^\circ \frac{1}{2}$. Aber sie mag positiv oder negativ seyn, so wirkt sie doch nicht auf das violette Licht, eine Annahme, die *Brewster* für absurd hält. Nimmt man aber an, die Axe *A* für das violette Licht sey die resultirende aus zwei positiven unter einem rechten Winkel gegen einander geneigten Axen *B* und *C*, und wirken *B* und *C* auf gleiche Weise auf das violette Licht, so resultirt daraus eine einzige negative Axe für das violette Licht, wie sie die Erfahrung nachweiset, und wenn ihre Intensität in dem Verhältnisse von $\cos.^2 2^\circ \frac{1}{2} : 1$ ist, so nimmt die schwächere stufenweise für die zwischen den rothen und violetten liegenden Strahlen bis 0° ab, und es lassen sich daraus alle beim Glauberit beobachteten Phänomene berechnen.

Das ist nun der zweite Fall, wo *Brewster* durch Zusammensetzung mehrerer Axen Phänomene auf eine sehr einfache Weise erklärt, die sich aus der Annahme einer einzelnen Axe als Anomalien darstellen. Der erste war jener, wo er die Phänomene des Apophyllites erklärte, an dem *Herschel* eine Axe nachwies, die auf rothe Strahlen negativ, auf blaue positiv, und auf alle anderen gar nicht wirkte. Wahrscheinlich wird man in allen diesen der Wahrheit näher kommen, wenn man die Lage der optischen Axen mehr mit den krystallographischen zusammenhalten wird.

4. Über die Farben verschiedener Flammen und ihre prismatischen Spectra. Von *M. J. Herschel.*

(*Correspondance math.* Th. 5, Heft 4.)

Die Flamme des Blaustoffes, durch ein Prisma betrachtet, zeigt ein Farbenbild, das auf eine ganz eigenthümliche Weise in mehrere, beinahe gleich breite und

intensive, durch dunkle Linien von einander getrennte Streifen getheilt erscheint. Strontiumnitrat (womit man in den Theatern das rothe Licht erzeugt) verbrennt mit einer Flamme, in der man zwei hochrothe Nuancen unterscheidet. Ihr prismatisches Farbenbild läſst mehrere Unterbrechungen der Continuität bemerken; aber besonders merkwürdig ist eine hell glänzende, dunkelblaue, von dem ganzen übrigen Bilde ganz abstechende Linie. Ein gleich sonderbares Bild gibt die Flamme von Kalium, wenn man es in Jod verbrennt. Ein Humus, der nahe der Fäulniſs war, gab ein bläuliches Licht. Durch das Prisma geleitet, bildete letzteres ein Farbenbild von so geringer Intensität, daſs man zwischen der Färbung der Mitte und Enden nicht den geringsten Unterschied wahrnehmen konnte.

5. Über einige Eigenheiten des Eindrucks, den das Licht auf das Organ des Gesichtes macht. Von *M. J. Plateau.*

(Bulletin des sc. math. et phys. Août 1829.*)*

Eine Arbeit, bemerkenswerth wegen der Menge und Genauigkeit der Versuche; wir können hier nur die Folgerungen des Verfassers anführen:

1) Jede Lichtempfindung bedarf einer angebbaren Zeit, um sich vollständig zu entwickeln, und einer gleichen, um ganz zu verschwinden.

2) Die Empfindung erlischt nicht plötzlich, sondern nimmt allmählich an Intensität ab.

3) Je näher eine Empfindung ihrem Erlöschen kommt, desto langsamer wird ihr Gang.

4) Die verschiedenen Farben, bloſs vom Tageslicht beleuchtet, sind zwar hinsichtlich der Dauer ihres Eindruckes nicht sehr von einander verschieden, doch kann man sie in dieser Rücksicht, von jener Farbe angefan-

gen; die den dauerndsten Eindruck hinterläfst, in folgende Reihe bringen: Weifs, Gelb, Roth, Blau.

5) Die mittlere Dauer aller Farben, von jenem Moment angefangen, wo die Empfindung ihre gröfste Stärke erreicht hat, bis zu jenem, wo sie kaum mehr merklich ist, beträgt 0″,34.

6) Nach der Stärke des Eindruckes lassen sich die Farben in folgende Reihe bringen: Weifs, Gelb, Roth, Blau.

7) Die Gesichtswinkel, unter denen des Verfassers Auge die verschiedenen Farben nicht mehr wahrzunehmen vermag, sind:

	im Licht	im Schatten
Weifs . . .	12″	18″
Gelb . . .	13″	19″
Roth . . .	23″	31″
Blau	26″	42″.

Die im Licht beobachteten Winkel sind also ungefähr zwei Drittel der im Schatten becbachteten.

8) Wenn zwei verschiedene Farbenempfindungen sich wechselseitig auf der Netzhaut verdrängen, aber mit zu geringer Geschwindigkeit, als dafs eine *einzige* Empfindung hieraus entstehen könnte; so erzeugen sich gemeiniglich lebhafte Nuancen, welche von den beiden angewendeten Farben und deren Mischungsfarben ganz verschieden sind. So kann man auf diesem Wege blofs durch Gelb und Blau ein schönes Weifs erhalten.

9) Wenn zwei verschiedene Farbenempfindungen mit solcher Schnelle auf einander folgen, dafs sie nur eine Empfindung hervorzurufen scheinen, so entspricht diese letztere nicht immer jener Farbe, welche aus der wirklichen Mischung der angewendeten Farben entsteht. So bringt der Eindruck des Gelb mit dem des Blau ein

vollkommenes Grau hervor, ohne den mindesten Stich ins Grüne.

10) In der Verbindung mehrerer Farbeneindrücke wirken die einzelnen Farben (die gelbe vielleicht ausgenommen) nicht im Verhältnisse ihrer Intensität; das Maximum ihres Einflusses offenbart sich in einer eigenthümlichen blassen Tinte, unter und über welcher dieser Einfluſs abnimmt: daher der Himmel in seinen gefärbtesten Theilen einen bläulichen Ton durchschimmern läſst, weil dieser das Maximum hinsichtlich der rothen und gelben Farbe besitzt.

6. Über die Ursachen der Beugung des Lichtes. Von *Haldat.*

(Ann. de Chim. et de Phys. T. 41, p. 424.)

Bei den Phänomenen der Beugung, welche in der neuesten Zeit die wichtigsten Gründe gegen die Emanationshypothese darboten, schienen *Haldat* jene Umstände nicht hinlänglich erwogen zu seyn, welche sie mannigfach modificiren, und auf ihre Grundursache schlieſsen lassen. Aus diesem Gesichtspuncte hat er eine Menge Versuche gemacht, in welchen er die Körper, die die Beugung hervorbringen, und welche er *diffringirende* nennt, der Einwirkung der kräftigsten Agentien unterwarf, und da die Newtonianer (Anhänger der Emanation) die Brechung von der anziehenden Kraft der Körper abhängen lassen, wandte er vorzüglich solche Mittel an, welche auf letztere den gröſsten Einfluſs nahmen. Weder Dichte noch chemische Natur der Körper (auch nach dem Zeugnisse älterer Experimentatoren), aber auch nicht die stärksten Gewalten der Natur, Wärme, Electricität, Magnetismus, electrisch-chemische Ströme, ja selbst nicht einmal eine so mächtige Verwandtschaft, daſs sie die eigenthümliche Anziehungskraft bedeutend zu

modificiren vermochte, und die einzeln oder in Verbindung auf die diffringirenden Körper angewendet wurden, während diese ihren Einflufs auf die Lichtstrahlen übten, vermochten diesen abzuändern. Metalldrähte, diffringirende Eisen-, Kupfer- und Silberplatten wurden bis zur Weifsglühhitze erhitzt, und dann bis — 10° abgekühlt, ohne dafs die Farbenstreifen, welche ihr Einflufs auf das Licht hervorbringt, merklich von denen verschieden gewesen wären, die bei der gewöhnlichen Temperatur erscheinen. Die Drähte der diffringirenden Platten wurden von Strömen der gemeinen Electricität, von mächtigen Ladungen electrischer Batterien, von electrochemischen Strömen durchströmt, die sie glühen und schmelzen machten. Die Ströme folgten bald derselben, bald der entgegengesetzten Richtung, wie das Licht; man fing den Lichtstrahl an den Rändern diffringirender Platten auf, die als Armatur eines Magnetes dienten; die Phänomene erlitten keine merkliche Änderung. Der Lichtstrahl wurde, bevor er zu den brechenden Platten oder Drähten gelangte, von Flammen durchweht, von electrischen Funken und Strömen durchstrichen, aber nichts änderte sich an den Farbenstreifen oder an den Phänomenen der Beugung. Die schwarzen Linien im Schatten dünner Drähte erlitten, denselben Einwirkungen ausgesetzt, keine Änderung an Zahl oder Stärke.

Auf diese Versuche gestützt, behauptet *Haldat*, jede Erklärung der Beugung, die sich auf den Einflufs einer anziehenden Kraft oder dem Daseyn gewisser den Körpern eigenen Atmosphären gründet, sey unstatthaft, da solche Kräfte oder Atmosphären für den Einflufs der angewendeten Agentien gewifs nicht vollkommen unempfindlich geblieben wären. Und beweisen zwar diese Thatsachen noch nichts für das Vibrationssystem; so sprechen sie doch indirect dafür, da sie die einzige Hypothese

vernichten, die man ihm allenfalls entgegenstellen könnte. Allerdings hat auch in der Vibrationshypothese die Erklärung, wie es komme, dafs die Bewegungen der Lichtwellen, welche doch so regelmäfsig seyn müssen, durch die Strömungen jener feinen Fluida, die ihren Gang durchkreuzen, nicht im mindesten gestört werden, ihre eigenthümliche Schwierigkeit. Doch die Lösung dieser Frage kann uns nur dann gelingen, wenn die Wissenschaft das innere Princip dieser Agentien, die uns bisher nur nach ihren Wirkungen bekannt sind, durchdrungen haben wird.

B. Magnetismus.

1. Über die Neigung der Magnetnadel zu London. Vom Capitän *E. Sabine.*

(*Phil. trans.* 1829. *P. I. p.* 47. Auszug.)

Capitän *Sabine* hat im Jahre 1821 eine Reihe sehr genauer Beobachtungen über die Neigung der Magnetnadel zu London angestellt, wobei er sich der ungemein sinnreich eingerichteten Nadel bediente, welche Hr. Hofrath *Mayer* in Göttingen bekannt machte. Das mittlere Resultat seiner Beobachtungen zeigte eine Neigung von 70° 4′.5. Im Jahre 1828, also nach Verlauf von sieben Jahren, wurden diese Beobachtungen wiederholt, zwar nicht an demselben Platze, an welchem die früheren angestellt wurden, sondern sechs engl. Meilen davon entfernt, aber möglichst nahe an der isoclinischen, durch den ersteren Beobachtungsort gehenden Linie. Dabei wurden fünf verschiedene Instrumente gebraucht. Zwei derselben beruhten auf dem von *Mayer* angegebenen Principe, und unterschieden sich von einander nur durch ihre Gröfse; eines hatte eine gewöhnliche Magnetnadel, ein anderes eine Nadel mit veränderlicher Axe, und das

letzte eine von *Dollond* verfertigte Nadel, die beiderseits conisch zulief, und in der Mitte in einen Würfel so eingefügt war, dafs man sie heraus nehmen und durch die zwei gegenüber stehenden Seiten desselben einsetzen konnte. Die Resultate mit allen diesen Instrumenten enthält folgende Tabelle:

Gewöhnliche Nadel. Mittel aus drei Versuchen. Neigung	= 69° 46′.1
Mayer's Nadel. Mittel aus vier Versuchen. Neigung	= 69° 47′.4
Mayer's kleines Instrument. Mittel aus vier Versuchen. Neigung	= 69° 51′.4
Nadel mit veränderlicher Axe. Mittel aus vier Versuchen. Neigung . . , . .	= 69° 38′.3
Dollond's Nadel. Mittel aus vier Versuchen, Neigung	= 69° 51′.7
Mittel aus allen diesen Versuchen	= 69° 47′.0

Vergleicht man dieses Ergebnifs mit dem im Jahre 1821 erhaltenen von 70° 4′.5, so findet man, dafs die Neigung der Magnetnadel innerhalb sieben Jahren um 17′.5 abgenommen hat, und dafs daher die jährliche Verminderung dieser Gröfse 2′.5 beträgt.

Diese jährliche Abnahme der magnetischen Neigung ist viel kleiner, als sie sich durch Vergleichung genauer, aber durch grofse Zwischenzeiten von einander getrennter Beobachtungen ergibt. Diese geben als jährliche Verminderung der magnetischen Neigung 2′.9 bis 3′.2. Man dürfte freilich in den oben angeführten Beobachtungen nur einen Fehler von wenigen Minuten annehmen, um diese Differenz nachweisen zu können, und dieses wäre wohl auch als das Wahrscheinlichere vorauszusetzen, wenn sich nicht aus anderen Beobachtungen, deren Genauigkeit keinem Zweifel unterworfen werden kann, das Resultat ergäbe, dafs die jährliche Variation der

magnetischen Neigung wirklich im Abnehmen begriffen sey. So hat *Alex. v. Humboldt* im Jahre 1798 seine Beobachtungen über die magnetische Neigung begonnen, und *Gay-Lussac*, *Humboldt* und *Arago* haben diese Beobachtungen bis in die neueste Zeit fortgesetzt. Berechnet man nun die jährliche Variation in der Neigung aus den in den Jahren 1798 bis 1812 gemachten Beobachtungen, so findet man für den Zeitraum von vierzehn Jahren eine Verminderung von 69° 51′ — 68° 42′ = 69′, mithin für jedes einzelne Jahr 4′.93. Thut man dasselbe aus den Beobachtungen, welche in den Jahren 1812 bis 1828 angestellt sind, so erhält man als Variation innerhalb sechzehn Jahren die Gröſse 68° 42′ — 67° 58′ = 44′, mithin für jedes einzelne Jahr 2′.75. Nimmt man statt den im Jahre 1812 von *Arago* gemachten Beobachtungen die von *Arago* und *Humboldt* im Jahre 1810 angestellten, so findet man als jährliche Abnahme der Neigung 5′.08 und 2′.89. Demnach scheint sich aus allem diesen zu ergeben, daſs die jährliche Abnahme der magnetischen Neigung selbst im Abnehmen begriffen sey.

2. Magnetische Abweichung, auf einer Reise nach Indien beobachtet. Von *White*.

(*Phil. mag. Aug.* 1829, *p.* 153.)

Auf einer Reise nach Indien wurden folgende magnetische Abweichungen beobachtet:

Hinreise.

Geog. Breite.	Geog. Länge.	Abweichung.
49° 30′ N.	5° 30′ W.	27° W.
10° — S.	23° 30′ W.	10° W.
21° — S.	37° — W.	0°
40° — S.	31° 00′ O.	31° W.

Rückreise.

Geog. Breite.	Geog. Länge.	Abweichung.
36° 30′ S.	23° 00′ O.	28° W.
21° 30′ S.	2° 51′ O.	20° W.
20′ W.	18° 25′ W.	11° W.
49° 40′ W.	5° 40′ W.	25° W.

3. Änderung der Stärke der magnetischen Kraft. Von *Watt*.

(*Edinb. phil. journ. N.* 12, *p.* 376. Auszug.)

Watt construirte sich ein eigenes Instrument, um mit demselben die Änderung beobachten zu können, welche von Tag zu Tag oder von Monat zu Monat in der Gröſse der magnetischen Kraft vorgeht. Dieses Instrument besteht aus zwei dünnen Holzprismen von 3 oder 4 Z. Länge, deren jedes nicht in der Mitte, sondern näher an einem Ende mit einem Hütchen gleich einer Magnetnadel versehen ist, und mittelst desselben auf eine verticale Spitze gestellt werden kann. Am kürzeren Ende jedes Stückes ist ein Magnet befestiget, dessen Axe in die Längendimension des Holzstängelchens fällt, und der aus einem gerade gemachten Uhrfederstück besteht. Seine Länge kann 1 oder 1 1/2 Z. betragen. Das längere Ende des hölzernen Stäbchens ist wie ein Zeiger zugespitzt, und mit einem verschiebbaren Gewichtchen versehen, mittelst dessen man jeden solchen Apparat, wenn er auf die verticale Spitze gestellt wird, ins Gleichgewicht setzen kann. Beide Apparate werden, wenn die Nadeln hinreichend frei schweben, neben einander gestellt, so daſs ihre Drehungsaxen 2 oder 2 1/2 Z. von einander entfernt sind.

Da die beiden Magnete ihre feindlichen Pole auswärts und einwärts gerichtet haben, so wirken sie abstoſsend

auf einander, und die Arme des Apparates, an welchen diese befestiget sind, nähern und entfernen sich von einander nach Maſsgabe der Gröſse der abstoſsenden Kraft oder der Stärke des Magnetismus, und in demselben Grade nähern sich einander die zeigerförmig gebauten hölzernen Arme des Apparates. Spielen sie über einen Gradbogen, so kann man aus der Gröſse des Winkels, den sie machen, auf die Stärke der Kraft schlieſsen, mit welcher die zwei Magnete auf einander einwirken. *Watt* hat mit diesem Apparate die zwar nicht neue, aber doch erwähnenswerthe Erfahrung gemacht, daſs die Kraft der Magnete in den wärmeren Sommermonaten am gröſsten, in den Wintermonaten am kleinsten ist. Er theilt folgende Tabelle mit, wo die Ziffern den Winkel der zwei hölzernen Arme des Apparates bezeichnen.

Mai		7° bis 8°.	November	11	bis 14°.
Juni			December	12	
Juli			Jänner . .	12	
August . .	7½	bis 11°.	Februar .	11	bis 10°.
September	8		März . . .	9	
October. .	9		April . . .	9	

Überdieſs fand noch eine tägliche Variation von 1° im Sommer, und von ½° im Winter bei heiterem Wetter Statt. Zugleich behauptet *Watt*, zwischen 12 und 4 — 5 U. Nachmittag eine um 1° gröſsere Abstoſsung bemerkt zu haben, als sie in den übrigen Stunden des Tages war, wo er doch erwartet hatte, daſs sie kleiner seyn sollte, weil er vermuthete, die Gröſse der magnetischen Kraft richte sich nach der Höhe und Abweichung der Sonne.

4. Über den Einfluſs des Magnets auf einige chemische Erscheinungen. Von *Francesco Zantedeschi.*

(Bibl. ital. Aprile 1829.)

F. Zantedeschi, ein Geistlicher aus Pavia, hat die Versuche *Mashmann's*, *Hansteen's*, *Ritter's* und *Rendu's* über den Einfluſs des Magnetismus auf die chemischen Erscheinungen von Neuem aufgenommen, wiederholt und abgeändert, und einige neue nicht uninteressante Resultate erhalten.

Er suchte vorzüglich zu bestimmen: 1) Ob nicht einer der Pole einen vorwaltenden Einfluſs übe; 2) welche Wirkungen beiden Polen zugleich, sowohl unter einander verbunden als isolirt, zukommen; 3) welche Veränderungen der Magnet selbst bei diesem Prozesse erleide.

Um den *ersten* Punct auszumitteln, bediente sich *Zantedeschi* eines hufeisenförmigen, zwei Pfund schweren Magnetes, der sechs Pfund trug, und vertical, die Pole nach unten gekehrt, an einem Haken hing. Mittelst einer Schnur, die über eine Rolle lief, konnte man den ganzen Apparat nach Belieben heben und senken. An jeden Pol wurde eine gemeine Stahlnadel gehängt, und diese zwei Nadeln schwebten in einem untergestellten Glase. Mit diesem einfachen Instrumente stellte er nun foldende Versuche an:

1. Wurden die beiden Nadeln in sehr verdünnte Schwefel- oder Salpetersäure gebracht: so zeigte sich zwar an beiden Polen eine viel stärkere chemische Wirkung, als wenn man eine unmagnetische Nadel in die Flüssigkeit brachte; aber am Nordpol war unter gleichen Umständen die Ausscheidung des Stickstoffes oder der Schwefelkrystalle bedeutend stärker.

2. Anstatt der Säure wurde eine Sonnenblumentinctur angewendet, der Magnet in den magnetischen Meridian, den Nordpol nach Nord gerichtet, gestellt, und nach zwölf Stunden sah man deutlich, dafs sich auf der Seite des Nordpols bedeutend mehr Eisenoxyd angesetzt habe, als am Südpole. Und doch wurde vor dem Versuche genau geprüft, ob die Nadeln gleich hell polirt, von gleichem Durchmesser, vom Ende des Magnetes gleich weit entfernt, und in die Flüssigkeit gleich weit eingetaucht wären. — Kehrte man die Pole um, so war der Unterschied in der Oxydbildung nicht so bedeutend. Die Farbe der Tinctur hatte keine merkliche Änderung erlitten.

3. In einer Herbstrosentinctur konnte man selbst in sechzehn Stunden keine Wirkung ersehen; allein wie *Zantedeschi* einige Tropfen Salpetersäure hineingegossen hatte, so dafs die Tinctur sich zu röthen anfing, zeigten sich nach sechs Stunden die Nadeln von mehreren parallelen, kreisrunden Ringen umgeben, die etwa eine halbe Linie einer vom andern abstanden, und aus Eisenoxyd und einem Färbestoffe gebildet waren. Am *Nordpole*, der gegen Nord gestellt war, zeigten sich zwei Kreise mehr. Die Tinctur war stark dunkelblau geworden. Nun wurden die Pole umgekehrt, so dafs der Nordpol nach Süden sah; die Ringe zeigten sich erst in dreizehn Stunden, weniger deutlich, und am Nordpole war nun um einen Ring mehr als am Südpole zu sehen. War der Nordpol nach Ost gerichtet, so äusserte sich am selben Pole eine gröfsere chemische Wirkung, als wenn er nach West gerichtet war.

Aus allen diesen Versuchen geht hervor, dafs die Gegenwart eines Magnets nicht ohne Einflufs auf die chemischen Wirkungen, dafs dieser Einflufs an dem Nordpole am gröfsten, und auch da verschieden sey, je

nachdem der Pol sich mehr oder weniger aus dem magnetischen Meridian und der Richtung gegen Norden entfernet. Es scheint, daſs man den Nordpol als den positiven, den Südpol als den negativen Pol eines *Volta'*schen Apparats betrachten könne, als Resultate eines Stromes, der dem Magnete vom Südpole aus in der Richtung durch Ost nach Nord entströmt.

Hierher gehört eine andere von *Zantedeschi* untersuchte Erscheinung, die kein geringes Licht auf den inneren Zusammenhang der electro-magnetischen Erscheinungen zu werfen scheint: *Zantedeschi* hatte einen hufeisenförmigen Magnet, ein Pfund an Gewicht, und der 4—5 Pfund zu tragen vermochte, genommen, und an jeden Pol einen feinen Kupferdraht dergestalt befestigt, daſs man in einer Entfernung von 15—16 Pariser Fuſs vom Magnete frei mit dem Drahte operiren konnte. Nun hatte *Zantedeschi* an den Enden des Polardrahtes eines *Nobili*'schen Multiplicators (mit zwei über einander gestellten Magnetnadeln) wohl polirte Kupferplättchen angebracht, und mit diesen setzte er die oben erwähnten Kupferdrähte, jeden gesondert, mittelst zweier Ruthen, damit nicht etwa durch irgend eine andere Verknüpfungsweise eine Temperaturänderung und daher ein thermoelectrischer Strom entstehe, in Verbindung. Alsogleich wich die Nadel des Multiplicators aus ihrer natürlichen Lage, und jener Pol schlug nach Ost aus, oberhalb dessen die magnetische Einwirkung des Nordpols in den Apparat gelangte, jener nach Westen, unterhalb dessen diese Einwirkung eingetreten war. Die Abweichung betrug 8°—10°. Electricitätsentwickelung scheint unter den angegebenen Umständen nicht Statt gefunden zu haben, so daſs *Zantedeschi's* Ansicht durch diesen Versuch bestätigt, und die Betrachtung des Nordpols als des Zinkendes eines *Volta*'schen Apparates zuläſsig wird.

Um den *zweiten* Punct, die Art und Weise der Einwirkung beider magnetischer Pole, sowohl im Falle ihrer Isolirung als Verbindung auszumitteln, tauchte *Zantedeschi* zwei an einem Magnete hängende Stahlnadeln in verschiedene Flüssigkeiten, wie in Salzlösungen, verdünnte Säuren, in Sonnenblumen- und Herbstrosentinctur. Der Magnet wurde in die verschiedensten Richtungen gestellt, die Pole umgekehrt, und dennoch entwickelten die beiden Nadeln stets eine gröſsere chemische Thätigkeit, wenn sie isolirt waren, als wenn man sie mittelst einer dritten in die Quere gelegten Nadel mit einander verknüpft hatte, und diese Quernadel war immer weniger angegriffen als die beiden andern. Dieser Umstand beweist, daſs kein Theil des magnetischen Fluidums zur Hervorbringung der chemischen Erscheinungen verwendet, sondern dasselbe im Gegentheile entweder unverringert von einem Pole zum andern übertragen, oder seine Kraft bloſs durch die Ausübung verringert werde.

Was das dritte Moment seiner Untersuchungen betrifft, so zeigt es sich deutlich, daſs die erwähnten chemischen Erscheinungen auf den Magnet einen rückwirkenden Einfluſs haben.

Werden nämlich oben erwähnte an die Pole des Magnets gehängte Stahlnadeln in eine mittelst einiger Tropfen Salpetersäure geröthete Sonnenblumentinctur getaucht, durch eine dritte Nadel mit einander verbunden und zwölf Stunden stehen gelassen, so verliert der Magnet merklich an seiner Intensität. Wird aber die Verbindung dieser zwei Nadeln mit einander aufgehoben, so erhält der Magnet allmählich eine stärkere Kraft.

Alle aufgezählten Versuche wurden mehrmal wiederholt, und gaben immer dasselbe Resultat.

C. Physikalische Chemie.

1. Wirkung der Pottasche auf organische Stoffe. Von *Gay-Lussac*.

(*Ann. de Chim. et de Phys. T.* 41, *p.* 398. Übersetzung.)

Vauquelin hat bei der Behandlung der Geléesäure mit Pottasche in einem Schmelztiegel oxalsaures Kali erhalten. Dieser Versuch brachte mich auf den Gedanken, den Faserstoff, der mit der Geléesäure einige Ähnlichkeit hat, demselben Versuche zu unterwerfen. Dabei erhielt ich folgende Resultate:

Ich nahm 5 Gr. Baumwolle, gab sie mit 25 Gr. Pottasche in Alkohol gelöset in einen Schmelztiegel, und setzte hierauf etwas Wasser zu. Hierauf wurde der Tiegel mit einer Weingeistlampe mäfsig erwärmt, so dafs er noch bei weitem nicht roth glühte. Die Baumwolle widersteht einige Zeit hindurch der Einwirkung des Alkali, aber endlich wird sie erweicht, das Gemenge schwillt an, ohne sich zu verkohlen, und die Einwirkung des Alkali auf den Faserstoff kündet sich durch Hydrogengasentwickelung an. Während des Aufschwellens mufs man das Gemenge beständig umrühren. Wenn alles ruhig geworden ist, löset man die Masse in Wasser auf, und übersättiget sie schwach mit Salpetersäure. Da gibt sie mit salpetersaurem Blei einen Niederschlag, der, mit Schwefelwasserstoffsäure behandelt, sehr schöne Krystalle von Oxalsäure liefert. Mit salpetersaurem Kalk erhält man einen voluminösen Niederschlag von oxalsaurem Kalk. Sägespäne von Holz gaben bei gleicher Behandlung ein ähnliches Resultat.

Zucker, mit dem vier- oder fünffachen Gewichte von Pottasche gemengt, wird zuerst gebräunt, hierauf aber wieder weifs, und liefert viel Oxalsäure.

Stärkmehl liefert mit Pottasche eine sehr klebrige Masse, die lange in diesem Zustande beharrt. Gibt man eine fernere Quantität Pottasche zu, so schmilzt sie; das Gemenge schwillt an, und verwandelt sich in oxalsaure Pottasche.

Gummi und Milchzucker wurden ebenfalls unter Entwickelung von Wasserstoffgas in Oxalsäure verwandelt.

Die merkwürdigste Umwandlung in Oxalsäure findet aber mit Weinsäure Statt. Da tritt kein Aufschwellen ein, das Gemenge wird nicht schwarz, und was besonders bemerkt zu werden verdient, es entwickelt sich nur eine so geringe Menge Wasserstoffgas, dafs man es der Gegenwart von ein wenig fremdartiger vegetabilischer Materie zuschreiben mufs. Will man das Hydrogengas auffangen, so mufs man den Versuch in einer Retorte machen, an welche man eine etwas lange Glasröhre angesetzt hat, die man unter Wasser in ein wenig Quecksilber taucht, um jede Absorption zu vermeiden. Die Retorte kann man in einem Öhl- oder Quecksilberbade erhitzen, wobei man leicht erkennt, dafs zur Bildung der Oxalsäure höchstens eine Temperatur von 200° hinreicht.

Citronen- und Schleimsäure liefern auch viel Oxalsäure. Ich habe sie auch mit Bernsteinsäure erhalten; aber Benzoesäure widerstand der Einwirkung der Pottasche, und blieb ungeändert.

Essigsaures Kali, mit einem Überschufs von Kali erhitzt, verwandelt sich in kohlensaures Kali. Doch erhielt ich ein wenig oxalsauren Kalk, als ich salpetersauren Kalk in eine Auflösung der übrig gebliebenen Masse gab, nachdem ich sie vorläufig mit Essigsäure übersättiget hatte; allein es ist sehr wahrscheinlich, dafs die Oxalsäure von einer fremdartigen, in geringer Menge vorhandenen vegetabilischen Materie herrührte.

Rübsamenöhl konnte ungeachtet einer grofsen Menge zugesetzter Pottasche nicht zum Fliefsen gebracht werden. Ich erhielt daraus nur eine sehr geringe Menge Oxalsäure.

Unter den thierischen Substanzen gab Seide, mit Pottasche behandelt, unter Entwickelung von Hydrogengas Oxalsäure.

Harnsäure entwickelte während der Operation Ammoniak. Das Gemenge blieb sehr weifs. Im Wasser aufgelöset und mit Salpetersäure gesättiget, lieferte es Hydrocyan- und Kohlensäure; salpetersaurer Kalk brachte aber in der Auflösung einen reichlichen Niederschlag von oxalsaurem Kalk hervor. Gallerte gab ein ähnliches Resultat, aber Indigo lieferte keine Oxalsäure.

Wurde kohlensaure Pottasche statt ätzender angewendet, so unterblieb mit Weinstein die Bildung von Oxalsäure. Eben so wenig konnte sie mittelst Kalk und Stärke erzeugt werden, aber Soda läfst sich der Pottasche mit Erfolg substituiren.

Aus diesen Versuchen folgt, dafs eine grofse Anzahl vegetabilischer und thierischer Substanzen, mit ätzendem Kali oder Soda behandelt, in Oxalsäure verwandelt werden. Es ist zu bemerken, dafs die Bildung dieser Säure der der Kohlensäure vorhergeht, und zwar genau unter denselben Umständen, wo z. B. Schwefel und Pottasche unterschwefelige und Schwefelsäure liefern. Eine vegetabilische Materie liefert demnach bei geringer Erwärmung Oxalsäure, bei viel stärkerer Kohlensäure.

Da nun sehr verschiedene organische Substanzen Oxalsäure liefern, so mufs sie aus anderen Producten hervorgehen. Viele vegetabilische Körper liefern Hydrogen, und zwar von ihrer eigenen Substanz oder vom Wasser, und endlich auch Kohlensäure. Thierische

Stoffe geben aufser diesen zwei Körpern auch noch Ammoniak und Cyanogen. Es kann sich mit thierischen Substanzen eben so wohl Wasser bilden, wie mit vegetabilischen. Diese verschiedenen Producte, ja selbst nur einige von ihnen, reichen hin, um sich im Allgemeinen das Entstehen der Oxalsäure zu erklären; indefs sollte man doch in einigen besonderen Fällen andere Producte erwarten. So liefert Weinsäure keine merkliche Menge Hydrogen, und man kann nach seiner Zusammensetzung aus 2 $^1/_2$ Th. Hydrogen, 4 Th. Kohlenstoff und 5 Th. Oxygen, den obigen Producten gemäfs, die Umwandlung in Oxalsäure nicht erklären. Während der Operation bleibt die Masse weifs. Würde aller Kohlenstoff zur Bildung der Oxalsäure verwendet, so wären dazu 6 Th. Oxygen nothwendig, und es müfste zur Lieferung eines Theiles Wasser zersetzt werden. Bildete sich nur eine so grofse Menge Oxalsäure, als der Oxygengehalt der Weinsäure erlaubt, so würden $^2/_3$ Th. Kohlenstoff übrig bleiben, der mit Hydrogen sich zu einem besonderen Producte verbinden könnte, und man erhielte aus 1 Th. Weinsäure 1 $^2/_3$ Th. Oxalsäure. Ich habe in der That statt dieser Menge nur 1 $^1/_3$ erhalten, konnte aber kein Hydrogenproduct wahrnehmen. Endlich wäre es wohl möglich, dafs sich aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff eine besondere Säure gebildet hätte. Dieser Gegenstand verdient, wie man leicht sieht, eine besondere Untersuchung, und ich hätte sie schon unternommen, wenn mir Amtspflichten in den Studienferien dazu Zeit gelassen hätten; doch hoffe ich, sie in Kurzem unternehmen zu können.

Zum Schlusse will ich noch ein sehr schönes Verfahren angeben, um Weinstein in Oxalsäure zu verwandeln, das in Folgendem besteht: Man löst rohen Weinstein mit einer passenden Menge Kali oder Soda in Was-

ser auf, und treibt die Auflösung mittelst einer Pumpe in einem ununterbrochenen Strome in eine dicke eiserne oder bronzene, auf 200° — 225° erwärmte Röhre. Der Druck, den sie erleidet, steigt nicht über 25 Atm., weil sich kein Gas entwickelt. Am einen Ende der Röhre muſs eine Klappe angebracht seyn, die mit einem hinreichenden Gewichte belastet ist, und sich nur durch den Druck der Injectionspumpe öffnen kann. Ich habe zwar dieses Mittel noch nicht angewendet, das man auch für andere Substanzen brauchen kann, aber ich sehe nicht ein, was den guten Erfolg stören sollte. Nach einigen bereits angestellten Versuchen braucht man weniger als 1 Th. Kali für 1 Th. neutralen Weinstein.

2. Darstellung des Palladium und Osmium. Von *Wollaston.*

(Ebendas. p. 413.)

Um hämmerbares Palladium zu erhalten, glüht man blausaures Palladium, verbindet den Rückstand mit Schwefel, schmilzt dann die Masse, und reiniget sie durch Abtreiben in einem offenen Schmelztiegel, wobei man Borax und ein wenig Salpeter zusetzt. Hierauf röstet man das Sulphurid bei schwacher Rothglühhitze auf einem flachen Ziegel, und drückt es, sobald es weich geworden, an denselben, um der Masse die Gestalt eines vollkommen glatten, kubischen oder länglichen Kuchens zu geben. In diesem Zustande wird es neuerdings, aber sehr langsam, bei schwacher Rothglühhitze geröstet, bis es schwammig wird. Während dieser Operation entweicht der Schwefel in schwefeligsaurem Gase, besonders wenn die Wärme nachläſst. Ist die Masse völlig kalt geworden, so schlägt man sie mit einem leichten Hammer, um die schwammigen Auswüchse an der Oberfläche wegzuschlagen oder sie zu verdichten. Man muſs

aber mehrere Male neuerdings Hitze anwenden, und anfangs nur sehr leichte Schläge anbringen, um die Masse für stärkere Schläge empfänglich zu machen, dann wird sie aber sehr eben, und läſst sie in Blech und in dünne Blättchen von der nöthigen Feinheit bringen.

Das so zubereitete Metall ist aber immer noch sehr gebrechlich, wenn es erwärmt worden, vielleicht weil es noch etwas Schwefel enthält. Ich habe öfters Palladium ohne Schwefel geschmolzen, doch war es dann so hart und schwer zu bearbeiten, daſs ich gezwungen war, das angegebene Verfahren anzuwenden.

Um reines, festes und krystallinisches Osmiumoxyd zu bereiten, reibe ich drei Theile gepulvertes Iridiumerz und einen Theil Salpeter mit einander ab, und gebe das Ganze in einen kalten Schmelztiegel, erhitze diesen hierauf in offenem Feuer bei lebhafter Rothglühhitze, bis die Masse weich wird; da entwickeln sich Osmiumdämpfe. Den lösbaren Antheil dieses Gemenges löse ich hierauf in möglichst wenig Wasser auf, und gieſse die daraus entstandene Flüssigkeit in eine Retorte, die gleiche Theile Wasser und Schwefelsäure enthält. Die Quantität Schwefelsäure muſs wenigstens der in dem Salpeter enthaltenen Kalimenge gleich kommen; es würde aber auch nicht schaden, mehr davon zu nehmen. Destillirt man nun diese Masse schnell in ein reines Gefäſs über, so lange als sich noch Osmiumdünste entwickeln, so setzt sich das Osmiumoxyd in Gestalt einer weiſsen Kruste an die Wände des Gefäſses ab, verwandelt sich dort in kleinere Tropfen, die in der wässerigen Auflösung zu Boden sinken, und sich daselbst zu einer flüssigen, abgeplatteten Kugel vereinigen. Dieses Oxyd erstarrt und krystallisirt, während das Gefäſs erkaltet. Eine Operation dieser Art lieferte mir 30 Gran krystal-

lisirtes Oxyd nebst einer wässerigen Auflösung, die noch viel davon in sich enthielt.

3. Über festen Blaustoff und eine neue Verbindung von Carbon und Azot. Von *Johnson*. (*Journ. of sc. New. Series N. I., p. 75.*)

Wenn man bei der Bereitung von Blaustoff Quecksilbercyanid anwendet, so bleibt, nachdem die Gasentwickelung vorüber ist, in der Röhre ein schwarzer kohlenähnlicher Rückstand, dessen Gewicht immer gering ist im Verhältnifs zur Menge des angewendeten Salzes, aber an äufserem Aussehen sehr verschieden ausfällt; bald schwammig, bald compact ist, aber da, wo er sich an die Glasröhre anlegt, einen Metallglanz hat. Auch an Dichte wechselt er sehr, und erscheint bald wie die von *Gay-Lussac* beschriebene leichte Kohle, bald ist er dicht und klingend. In Masse hat er eine schwarze oder olivengrüne Farbe, dünne Schichten erscheinen aber an der inneren Glaswand in durchgelassenem Lichte dunkelroth, er läfst sich leicht pulvern, und hängt sich an die Finger an. In der Flamme einer Lampe brennt er leicht und ohne Geruch und Flamme. Erhitzt man ihn in einem Glasgefäfse bis zum Rothglühen, so gibt er keinen Rauch von sich, und wird sehr langsam verzehrt, ohne einen Rückstand zu geben. Bei höherer Temperatur in einem Silber- oder Platintiegel schmilzt er, und verschwindet viel schneller.

Als Pulver ist diese Substanz weder in Alkohol, noch in Ammoniak oder Salpetersäure lösbar, wohl aber in heifser und concentrirter Schwefel- und Salzsäure, und liefert mit letzterer eine schwach gelblichbraune Lösung. Die Auflösung sowohl in der einen als in der anderen Säure gibt beim Abdampfen bis zur Trockenheit einen Rückstand, der im Wasser unlöslich ist. Jener von der

Salzsäure ist dunkelroth, der von der Schwefelsäure dunkelgrau. Wird er in einem Mörser mit chlorsaurem Kali abgerieben, so detonirt er zwar in der Hitze, jedoch nicht durch einen bloſsen Stoſs.

Dieses Residuum wurde bis jetzt als Kohle behandelt, und ihm wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Man dachte, während der Zersetzung des Cyanides ward ein Theil Blaustoff zersetzt, der Kohlenstoff bleibt zurück, und der Stickstoff geht mit dem Blaustoff davon. Allein man hat oft, während eine bedeutende Menge dieses kohligen Stoffes in der Röhre zurückblieb, Blaustoff erhalten, wenn auch nicht in reinem Zustande. Es muſs demnach diese Substanz mehr als bloſser Kohlenstoff seyn. Bei der Analyse mittelst chlorsaurem Kali fand man sie von gleicher Natur mit dem gasförmigen Blaustoff. Sieben Versuche dieser Art gaben im Durchschnitte

2.32 K. Z. Kohlensäuregas,
1.173 „ Azotgas,

mithin nahe zwei Volumina des ersteren auf ein Volumen des letzteren. Das Detail dieser Resultate ist folgendes:

Zahl der Versuche.	Gesammeltes Gas.	Kohlensäuregas.	Azotgas.
1. Versuch.	3.04 K. Z.	2.0	1.04
2. »	4.99 »	3.2	1.79
3. »	1.89 »	1.28	0.61
4. »	4.41 »	3.0	1.41
5. »	3.4 »	2.2	1.2
6. »	2.725 »	1.8	0.925
7. »	5.7 »	2.76	1.24

Obige Zusammensetzung konnte nicht frei von metallischem Quecksilber bereitet werden, und es hafteten daran selbst nach dem sorgfältigen Verfahren kleine Kü-

gelchen dieses Metalles. Daher war bei der Analyse das Gewicht des Kohlenstoffes und Azotes nicht dem der kohligen Masse gleich. Wurde die Masse in einem Glasgefäſse über einer Weingeistflamme erhitzt, so wurde das Quecksilber verflüchtiget, jedoch trat vor diesem eine Veränderung in der Zusammensetzung der Substanz selbst ein, auf welche wir später zurückkommen werden.

Es war wünschenswerth, eine andere Methode kennen zu lernen, um dieses Product zu erzeugen, bei welcher die Gegenwart metallischer oder anderer fremdartiger Körper ganz vermieden wurde. Bekanntlich setzt sich aus Blaustoff, der längere Zeit hindurch über Quecksilber steht, eine dunkle Substanz an die Seitenwand des Gefäſses ab. Eben so weiſs man, daſs eine Auflösung von kaustischem Kali, die mit Blaustoff gesättiget, und einem Übermaſs dieses Gases ausgesetzt ist, durch den Absatz schwarzer Theilchen verdunkelt wird. In beiden Fällen nimmt man an, es werde ein Theil Blaustoff zersetzt, und der Absatz sey reiner Kohlenstoff. Doch macht es das Folgende wahrscheinlicher, daſs diese Ablagerung das Azotbicarbonid sey, von welchem oben die Rede war.

Wird Cyangas durch Alkohol über Quecksilber geleitet, so wird es rasch absorbirt. Nach *Gay-Lussac* absorbirt auf diese Weise der Alkohol sein 23faches Volumen an Gas. Läſst man eine solche gesättigte Flüssigkeit über Quecksilber mit Blaustoff durch 24 Stunden oder länger in Berührung, so tritt eine neue Absorption ein; die Absorption steigt auf das 30—40fache Volumen, die Flüssigkeit wird braun, dann röthlich, und so mit der Zeit immer dunkler. Gewöhnlicher Weingeist saugte einmal vom Blaustoffe, der 12 Stunden über Quecksilber befindlich war, in wenigen Minuten 40 Volumina ein, und wurde dadurch dunkelroth; im Allgemeinen

braucht er aber längere Zeit dazu. Setzt man diese Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefäfse bei Seite, so lagert sich nach einigen Tagen ein Bodensatz ab, der im reflectirten Lichte schwarz, im durchgelassenen hingegen röthlichbraun ist. Der Alkohol geht farbenlos durch ein Filter, doch tritt oft, wenn man ihn ruhig stehen läfst, eine neue Ablagerung einer schwarzen Substanz ein, die nach einigen Tagen wie die vorhergehende abgenommen werden kann.

Wäscht man diesen Stoff auf einem Filter mit destillirtem Wasser, so bekommt das Waschwasser eine gelbe Farbe, zum Beweise, dafs er in diesem Zustande zum Theile in Wasser löslich ist. Als man ihn in einem Glasgefäfse zuerst bei gelinder Wärme, dann über einer Weingeistflamme getrocknet, und hierauf einen Theil mit chlorsaurem Kali erhitzt hatte, so erhielt man 29.2 K. Z. Kohlensäuregas und 1.502 Azotgas, mithin von jenem das doppelte dieses.

Eine zweite Portion wurde, ohne vorläufig mit Wasser gewaschen zu werden, bei einer Wärme, die 212° F. nicht überstieg, getrocknet. Sie hatte in Masse eine glänzend schwarze, gepulvert eine dunkle Chocoladefarbe. Von dieser wurden 7 Gran mit 5 Gran chlorsaurem Kali erhitzt, und dadurch 4.7 K. Z. Gas erhalten. Der Verlust betrug 2.6 Gr. Das Gas bestand aus

2.2	K. Z. Kohlensäuregas im Gewichte von				1.025	Gran.
1.1	» Azotgas	»	»	»	0.3261	»
1.4	» Oxygengas	»	»	»	0.4748	»
Mithin zusammen im Gewichte					1.826	»
Gewichtsverlust beim Versuche					2.6	»
und daher ein Abgang von					0.774	»

Der in 2.2 K. Z. Kohlensäuregas enthaltene Kohlenstoff wiegt 0.2794 Gr., der in 1.1 K. Z. Stickgas enthaltene Stickstoff 0.3261 Gr., und daher das Gewicht bei-

der 0.6055 Gr. Das Gewicht der untersuchten Substanz belief sich auf 0.7; es bleibt demnach ein Abgang von 0.0944 Gr. Aber 0.0944 × 9 = 0.8496 Gr., also nahe so viel wie der erste Abgang. Man kann ihn daher von einer Wasserbildung herleiten. In dieser Voraussetzung ist der Hydrogengehalt des Stoffes 0.9944 Gr.; und da 0.605 : 0.0944 = 3.25 : 0.505 ist, und letztere Zahl nahe 4 Atomen Hydrogen gleich kommt, so kann man obige Substanz als zusammengesetzt ansehen aus

1 Atom Cyan oder dessen Elementen,
4 Atomen Hydrogen.

Bei starker Hitze wird wahrscheinlich das Hydrogen ausgetrieben, und es bleibt demnach nur das Cyan zurück.

Man kann den Absatz aus der geistigen Lösung, statt durch Filtriren, auch durch Destilliren in einer Retorte erhalten. Auch in diesem Falle wird der farbenlos übergehende Alkohol, wenn man ihn einige Zeit stehen läfst, gelb, dann dunkelroth, und gibt einen ferneren Bodensatz, vorausgesetzt, dafs jene Lösung nicht so lange stehen geblieben, bis sich aller Blaustoff abgesetzt hat.

Nimmt man die feste Masse aus der Retorte, und trocknet sie bei einer 212° *F.* nicht übersteigenden Hitze, so erscheint sie als chocoladebraunes Pulver, das an Geruch und Geschmack der Rhabarber gleicht. Ätzkali zersetzt sie, und liefert Ammoniak; erhitzt man sie in einer Glasröhre, so stofst sie einen weifsen Dampf aus, der sich an den Wänden der Röhre verdichtet, und an Farbe, Geruch und Geschmack der Rhabarber gleicht. Sobald keine Dämpfe mehr entweichen, bleibt eine schwarzblaue, ziemlich dichte und glänzende Substanz zurück, die in rechtwinklige Stücke zerbricht.

Als 8 Gr. dieser Substanz mit 8 Gr. chlorsaurem Kali zur Explosion gebracht wurden, erhielt man 2.75 K. Z

Kohlensäuregas und 1.4 K. Z. Azotgas. Hier gibt das Gewicht des in der Kohlensäure enthaltenen Kohlenstoffes mit dem des Stickstoffes nahe genug das der zum Versuch gebrachten Substanz.

Aus diesen und den vorhergehenden Versuchen kann man daher schliefsen, dafs der Absatz aus dem mit Blaustoff übersättigten Alkohol ein starres Azotbicarbonid ist. Die Folge wird zeigen, dafs er mit der kohligen Masse, welche bei der Zersetzung des Quecksilbercyanides als Rückstand erscheint, einerlei sey.

Es entsteht nun die Frage, ob diese Substanz, die doch mit dem gasförmigen Cyan identisch ist, sich von demselben durch eine neue Anordnung seiner Elemente oder durch ihre gröfsere Annäherung unterscheide. Die Erscheinung, dafs Substanzen, welche sehr verschiedene Eigenschaften besitzen, gleiche Zusammensetzung haben, ist in der Chemie nicht neu. Von der Art ist die Essig- und Bernsteinsäure. Aber bei diesen gestattet die grössere Anzahl der Atome einen gröfseren Spielraum für ihre Anordnung, im gegenwärtigen Falle hingegen sind nur drei Atome mit einander verbunden, und da zwei derselben dem Kohlenstoff angehören, so sind nur zwei gleiche Combinationen der Elemente möglich.

Alkohol, der jüngst mit Blaustoff gesättiget wurde, gibt mit Quecksilberbichlorid keinen Niederschlag; wenn er aber die oben angeführte braune Farbe angenommen hat, setzt er ein Präcipitat ab, das anfänglich braun ist, später aber einen röthlichen Teint annimmt. Mit salpetersaurem Silber gibt er einen gar besonderen Niederschlag. Dieser ist anfangs braun, wie der durch Quecksilber bewirkte, wird aber immer dunkler, und endlich nebst dem darauf befindlichen Fluidum purpurroth. Wässeriges Cyan gibt mit salpetersaurem Silber einen schmutzig dunklen, Blausäure einen weifsen, später schwarz

werdenden Niederschlag, der sich vom vorhergehenden purpurfarbigen sehr unterscheidet, und man kann daraus schliefsen, dafs auch das Fällungsmittel in beiden Fällen verschieden seyn müsse. Aber in beiden ist der Kohlenstoff mit dem Stickstoffe in demselben Verhältnisse verbunden; denn läfst man den durch Quecksilber bewirkten Niederschlag mit chlorsaurem Kali detoniren, so erhält man auch ein Gas, das 2 Volumina Kohlensäure auf 1 Volumen Azot enthält. (Von diesen wird in folgendem Aufsatze die Rede seyn. *B.*)

Ich habe schon vorhin der Veränderung gedacht, welche das Bicarbonid erleidet, wenn es einer Hitze ausgesetzt ist, wodurch das Quecksilber ausgetrieben wird, das von der Zersetzung des Cyanides durch dieses Metall herrührt. Die Natur dieser Veränderung ergibt sich aus folgenden Resultaten: Es wurde eine unbestimmte Menge dieser Substanz, nachdem man sie auf die genannte Weise erhitzt hatte, mittelst chlorsaurem Kali zersetzt. Das Resultat war

Kohlensäuregas	0.93	K. Z.	oder 3	Atome.
Azotgas	0.62	»	» 2	»

Zwei andere Versuche gaben ein ähnliches Verhältnifs der Bestandtheile, so dafs diese Substanz als ein Sesqui-Carbonid oder als ein Gemenge aus Procarbonid mit Bicarbonid angesehen werden mufs. Letzteres ist das wahrscheinlichere.

Eine andere Portion jener Substanz wurde wieder erhitzt, bis kein Metalldampf mehr entwich, 2 Gr. davon mit 3 Gr. chlorsaurem Kali und mit 10 Th. gestossenem Glas (zur Verhinderung einer schnellen Zersetzung) gemischt, und der Flamme einer Weingeistlampe ausgesetzt. Das Resultat war:

Kohlensäuregas	0.55	K. Z.	oder 7	Atome.
Azotgas	0.455	»	» 6	»

Der Kohlenstoff in den 0.55 K. Z. Gas beträgt 0.0698 Gr.
» Stickstoff in . . 0.455 K. Z. . . . . . 0.1349 Gr.
mithin beide zusammen . . . . 0.2047 Gr.

15 Gran Cyanid in einem offenen Glasgefäſse durch die Hitze einer Weingeistlampe zersetzt, gaben 0.35 kohlige Substanz. 0.3 davon mit 3 Gr. Chlorid zum Verpuffen gebracht, lieferten

Kohlensäuregas 0.82 K. Z. oder 7 Atome,
Azotgas . . . 0.685 » » 6 »
mithin . . . . 0.104 Gr. Kohlenstoff,
0.203 Gr. Stickstoff,
also zusammen . . . . 0.307 Gr., d. h. nahe das angewendete Gewicht. Diesen Versuchen gemäſs besteht die untersuchte Substanz aus 7 At. Kohlenstoff und 6 At. Azot.

Um zu erfahren, ob es nicht eine Verbindung von 1 Atom Kohlenstoff mit 1 Atom Stickstoff gebe, wurde eine Quantität Bicarbonid in einem gläsernen Gefäſse erhitzt, bis ein guter Theil davon verflüchtiget war. Der Rest von 0.55 Gr. mit 10 Gr. chlorsaurem Kali zur Verpuffung gebracht, lieferte:

Kohlensäuregas 1.2 K. Z. oder 1 Atom,
Azotgas . . . 1.214 » » 1 »
mithin Kohlenstoff . . . . 0.1524 Gr.,
Stickstoff . . . . 0.3599 Gr.,
also zusammen . . . . 0.5123 Gr.,
nahe so viel, als zur Verpuffung gebraucht wurde. Es gibt also wirklich eine solche Verbindung, und das Product gleicht dem Äuſseren nach dem vorhin beschriebenen Bicarbonide. Die Wirkung anderer Körper auf diesen Stoff wurde nicht untersucht.

Die Reihe der Verbindungsverhältnisse zeigt recht gut die Veränderung, welche das in offener Luft erhitzte Bicarbonid erleidet. In dem neu bereiteten Producte

verhält sich der Kohlenstoff zum Stickstoff wie 2 : 1; erhitzt man es ziemlich stark, so vermindert sich der Kohlenstoffgehalt, und steht nur mehr mit dem Stickstoff in dem Verhältnisse 3 : 2; bei fernerem Erhitzen sinkt dieses Verhältnifs auf 7:6, und endlich bei anhaltender Dauer der Hitze auf 1 : 1 herab. Der Kohlenstoff tritt in Verbindung mit dem Sauerstoff der Atmosphäre, und der Stickstoff bleibt zurück, bis er dem Kohlenstoffgehalte gleich geworden ist; bei fernerem Erhitzen verflüchtigen sich beide Stoffe mit einander.

Diese Stoffe mögen den Chemikern öfters vorgekommen seyn, wurden aber als blofse Varietäten des Kohlenstoffes betrachtet. So z. B. fand *Schelle*, dafs Harnsäure bei der Destillation, nebst anderen Producten, eine Quantität Kohle zurückläfst, die selbst bei der Eisenrothglühhitze unter Luftzutritt ihre schwarze Farbe beibehält. Nach *Prout* und *Thomson* besteht aber die Harnsäure aus 6 Th. Kohlenstoff, 2 Th. Stickstoff und 1 Th. Sauerstoff. Es ist kaum zu zweifeln, dafs diese scheinbare Kohle eines der vorhin erwähnten Azotcarbonide war, und dafs man diese Substanzen leichter und reichlicher durch Zersetzung der Harnsäure erhält, als durch eine der vorhin angegebenen Methoden. Andere anomalische oder stickstoffhältige vegetabilische Producte mögen bei ihrer Zersetzung durch Hitze ähnliche Verbindungen von Kohlenstoff und Azot liefern.

Die Kenntnifs des Vorhandenseyns solcher Producte dürfte uns bei der Ausmittelung der Bestandtheile der thierischen und vegetabilischen Substanzen Beistand leisten, und das als Azotid erkennen lassen, was man sonst fremdartigen Beimengungen zugeschrieben hat. So finden die Chemiker in einigen Mineralkohlen nur eine geringe Quantität Stickstoff, in anderen, z. B. in denen von Newcastle, nicht weniger als 16 per Cent. Aber

das langsame Verbrennen dieser Kohle läſst einen geringeren Azotgehalt erwarten, als in der, welche die Mineralogen harzlose Kohle nennen; aber wenn man bedenkt, was bei obigem Azotcarbonid Statt findet, so wird man es nicht für grundlos halten, in einigen Kohlenvarietäten einen bedeutenden Azotgehalt anzunehmen.

4. Über die Zusammensetzung des Quecksilbercyanides. Von *Johnson*.

(Ebendaselbst, p. 119.)

Die bewunderungswürdigen Untersuchungen *Gay-Lussac's* haben es entschieden, daſs das Quecksilbercyanid eine Verbindung des Blaustoffs mit dem Metall sey, und daſs dieser Stoff, wenn er durch directe Analyse in seine letzten Bestandtheile aufgelöset wird, als gasförmige Producte, nebst einer geringen Menge Hydrogen, welches von dem im Salz enthaltenen Wasser oder von der daselbst befindlichen Blausäure herkommt, Kohlensäuregas und Azot im Verhältnisse 2:1 sey. Ungeachtet dieser genauen Bestimmung der Bestandtheile erübriget doch noch, daſs ein Chemiker die atomistische Beschaffenheit dieses Salzes untersuche. Man nennt es gewöhnlich Quecksilbercyanid, ohne nachgewiesen zu haben, daſs sich in demselben ein Atom des einen Stoffes mit einem Atom des andern verbunden befindet. Die folgenden Versuche werden klar darthun, daſs man es Bicyanid nennen soll.

Es wurden 5 Gr. dieses Salzes getrocknet, fein gepulvert, mit Kupferperoxyd gemischt, und in einer Glasröhre mittelst einer Lampenflamme bis zur Rothglühhitze erhitzt, bis sich kein Gas mehr entwickelte. Vier solche Versuche gaben folgendes Resultat:

	Kohlensäure.	Azot.	Cyan.	Atomenverhältniſs.
1. Versuch . .	3.99 K. Z.	1.8	1.995	7.0
2. » . .	3.73 »	1.77	1.865	6.4
3. » . .	3.7 »	1.7	1.85	6.37
4. » . .	3.73 »	1.74	1.865	6.4

Mithin ist das Atomenverhältniſs im Durchschnitte = 6.54 Gr.

Das Volumen des Cyans ist nahe $1/2$ des Kohlensäurevolumens; das des Stickstoffgases ist immer kleiner als $1/2$ von dem des Kohlensäuregases, wahrscheinlich weil eine Verbindung des Sauerstoffs mit Stickstoff eingetreten ist. Die vierte Columne ist aus der ersten so berechnet:

1.995 K. Z. Cyan = 1.097 Gr.

3.903 : 1.097 = 25 : 6.7 u. s. w.,

wo 25 ein Atom Quecksilber bezeichnet, das mit dem Cyan verbunden war.

Demnach ist 6.5 das Gewicht von 2 Atomen Cyan. Der erste Versuch gab mehr, die drei anderen weniger, doch ist die Abweichung sehr gering, denn selbst der dritte Versuch, der das geringste Resultat liefert, würde 6.5 als Atomenverhältniſs geben, wenn der Kohlensäuregehalt nur um $1/20$ K. Z. gröſser ausgefallen wäre. Dieser Fehler mag von einem geringen Irrthum im Messen, oder von einer geringen Menge unzersetzt zurückgebliebenem Cyanid herrühren. Beim ersten Versuch ist der Fehler so groſs, daſs ich ihn einer unbekannten Ursache zuschreiben zu müssen fürchte.

5 Gr. Cyanid wurden auf ähnliche Weise mit 50 Gr. Quecksilberperoxyd erhitzt, bis sich kein Gas mehr entwickelte. Da gaben drei Versuche folgende Resultate:

	Kohlensäure.	Azot.	Cyan.	Atomenverhältnifs.
Nro. 1 . .	3.84 K. Z.	1.865	1.92	6.69
Nro. 2 . .	3.882 »	1.8	1.941	6.7
Nro. 3 . .	3.83 »	1.926	1.915	6.65

Mittelwerth für das Atomenverhältnifs = 6.68.

Alle diese Resultate geben zu grofse Werthe. Die Azotmenge ist hier gröfser als bei der Anwendung des Kupferperoxydes, und beim dritten Versuche genau der Hälfte der Kohlensäure dem Volumen nach gleich. Werden Cyanide, wie die Schwefelcyanide, Eisencyanide, und das von *Gmelin* sogenannte rothe Cyan-Eisenkalium mit chlorsaurem Kali gemischt, so verpuffen sie in der Hitze, durch Reibung, und in einigen Fällen selbst durch einen Stofs. Schwefelkaliumcyanid *(sulpho-cyanide of potassium)*, in einem Mörser gerieben, verpuffet auf solche Weise mit einer purpurrothen Flamme leichter und heftiger als Schwefelcyanid unter denselben Umständen. Dasselbe salzsaure Eisencyanid und die rothe Eisencyanidsäure *(acid of the red ferro cyanides)* verpuffen mit Chloriden unter dem Hammer, während alle Cyansalze, mit Ausnahme von *Wöhler's* Oxycyanid, bei sehr geringer Hitze, oder wenn die Theile des Pulvers in einem Glasmörser mit dem scharfen Ende eines Glasstabes nur berührt werden, schon explodiren. Der Umstand, dafs das Oxycyanid eine Ausnahme macht, zeigt, dafs die rasche Zersetzung durch die Affinität des Kohlenstoffes zum Sauerstoff bedingt werde. Werden die Theile des gepulverten Körpers durch Beimischung einer hinreichenden Menge zerstofsenen Glases von einander getrennt, so kann man die Zersetzung so mäfsigen, dafs man die gasförmigen Producte vollkommen genau sammeln kann. Bei den folgenden Versuchen wurde das Gemenge in eine Glasröhre von $^3/_{10}$ — $^5/_{10}$ Z. Weite ge-

bracht, und diese mittelst einer engen Röhre mit einem Quecksilbertrog in Verbindung gesetzt. Hierauf liefs man durch eine kurze Zeit eine Weingeistlampe auf das Pulver wirken, das sich nahe an dem offenen Ende der Röhre befand. Die Wärme wirkte bald, und die Zersetzung schritt bis zum geschlossenen Ende der Röhre fort. Um sie gänzlich zu vollenden, wurde die Flamme längs der Röhre hingeführt. Diese Art der Analyse ist sehr elegant, und wegen der geringen dazu nöthigen Hitze, so wie wegen der kurzen dazu erforderlichen Zeit zur öffentlichen Demonstration vorzüglich geeignet. Die folgenden Versuche zeigen überdiefs, dafs man dadurch eben so genaue Resultate erhält, wie durch die anderen Untersuchungsarten. Es wurden 5 Gr. Cyanid mit einem gleichen Antheil chlorsaurem Kali und mit 50 Th. gepulvertem Glase gemengt. Da erhielt man aus vier Versuchen folgende Resultate:

	Kohlensäure.	Azot.	Cyan.	Atomenverhältnifs.
Nro. 1 . . .	3.8 K. Z.	1.78	1.9	6.6
Nro. 2 . . .	3.75 »	1.88	1.875	6.5
Nro. 3 . . .	3.62 »	1.78	1.81	6.21
Nro. 4 . . .	3.67 »	1.9	1.835	6.32
Mittleres Atomenverhältnifs				6.407.

Diese Resultate stimmen möglichst gut mit einander überein, und kommen der Wahrheit näher, als irgend eines der früher erhaltenen. Das Azotgas hat nahe das halbe Volumen des Kohlensäuregases.

Nimmt man aus den nach den drei angewendeten Methoden erhaltenen Resultaten das Mittel, so erhält man

mittelst Kupferperoxyd = 6.54,
» Quecksilber . = 6.68,
» chlors. Kali . = 6.407,

also als allgemeines Mittel 6.54.

Demnach verbinden sich 25 Gr. Quecksilber mit 6.54 Gr. Cyan, und die wahre Zusammensetzung des Quecksilbercyanides ist demnach

1 At. Quecksilber = 2.5,
2 At. Cyan . . . = 6.5,

und daher das Gewicht eines Atoms des Bicyanides = 31.5.

Diese Resultate zeigen eine neue Analogie zwischen Chlor und Cyan. Das Bichlorid ist gleich dem Bicyanide ein lösliches Salz, während das Prochlorid *(Calomel)* fast unlöslich ist; es ist daher wahrscheinlich, daſs es auch ein unlösliches, bisher unbekanntes Procyanid gibt. Ich habe in einem anderen Aufsatze über Azotcarbonide in diesem Journale *(Journ. of sc.)* noch mehrerer unlöslicher Zusammensetzungen erwähnt, welche vielleicht Chlorcyanide sind.

Die vorhin angegebene Zusammensetzung des Quecksilbercyanides läſst sich auch aus dem Cyangasvolumen entnehmen, welches man bei der Zersetzung desselben mittelst Hitze erhält. Ist obige Zusammensetzung richtig, so muſs man von 100 Gr. dieses trockenen Salzes 37.642 K. Z. reines Gas erhalten, denn man hat

31.5 : 6.5 = 100 : 20.603 Gr. = 37.642 K. Z.

Wiewohl vom Cyangase fast gleichförmig dasselbe Volumen erhalten wurde, so ist dieses doch zu gering, denn

20 Gr.	gaben	6.3 K.Z.,	mithin	31.5 Gr.	Cyan	v.	100	Gran	Salz.
23.2	»	7.08	»	30.5	»	»	»	»	»
30	»	9.3	»	31	»	»	»	»	»
21.15	»	6.5	»	30.7	»	»	»	»	»

Mithin geben im Durchschnitte 100 Gr. Cyanid 30.92 K. Z. Cyangas, oder um 37.642 — 30.92 = 6.722 K. Z. zu wenig. Es bleibt daher mehr als $^1/_5$ des ganzen Cyans in der Röhre zurück. Da nun das ganze Cyanid zersetzt

wurde, und in der Röhre nur eine kohlenartige Substanz zurückblieb, so ist entweder jenes Salz kein Bicyanid, oder die Elemente des fehlenden Cyans müssen in der zurückgebliebenen Masse enthalten seyn. Um dieses zu untersuchen, wurde der Rückstand mit chlorsaurem Kali gemengt und verpufft. Da gaben drei Versuche folgende Resultate:

	Kohlensäuregas.	Azotgas.	Resultirendes Cyan.
Nro. 1 . .	3.2 K. Z.	1.791	1.6
Nro. 2 . .	2.99 »	1.72	1.5
Nro. 3 . .	4.58 »	2.29	2.29.

In den ersteren zwei Versuchen beträgt das Volumen des Azotes mehr als die Hälfte von dem des Kohlensäuregases, im dritten hingegen genau die Hälfte davon. Andere Versuche sprechen für die Richtigkeit dieses Resultates.

Gibt man das jenen Producten entsprechende Cyan zu dem, welches in obigen drei Versuchen durch Hitze erhalten wurde, so erhält man Folgendes:

Gewicht d. Salzes	Cyan.	Dazu addirt	Summe.	At. Verhältnifs.
20	6.3 K. Z.	1.6	7.9	6.93
23.2	7.08 »	1.5	8.58	6.36
30	9.3 »	2.29	11.59	6.74

Mittelwerth des Atomenverhältnisses . . . 6.676.

Dieser Werth kommt 6.5 sehr nahe, und bestätiget die Ergebnisse der directen Analyse.

Demnach ergeben sich aus allen diesen Versuchen folgende Schlüsse:

1. Dafs das der Analyse unterworfene Salz ein Bicyanid sey.
2. Dafs 100 Gr. desselben durch Erhitzen nahe 31 K. Z. Cyangas geben.
3. Dafs das von 2 Atomen Fehlende in eine schwarze,

kohlige Substanz verwandelt worden ist, die aus Kohlenstoff und Azot in demselben Verhältnisse besteht.

Es ist möglich, dafs das Cyanvolumen, welches man auf die obige Weise erhält, veränderlich ist, wiewohl es bei den vier vorgenommenen Versuchen sehr constant war. Nach diesen Versuchen verwandelt sich $^1/_6$ der ganzen Masse in die schwarze Substanz.

5. Über die Wirkung des Ammoniak auf Phosphor. Von *Macaire* und *Marcet*.

(*Bibl. univ. Sept.* 1829, *p.* 33.)

Die Verfasser dieses Aufsatzes glauben eine Verbindung von Phosphor mit Ammoniak zu Stande gebracht zu haben. Die Versuche, aus denen sie auf die Existenz einer solchen Verbindung schlossen, sind folgende:

Es wurde Wasserstoffperphosphorid durch tropfbares Ammoniak geleitet. Es entwickelte sich viel Gas, die Temperatur stieg stark, und es sanken Phosphortropfen zu Boden. Bei einem dieser Versuche erfolgte eine Explosion, welche die Flüssigkeit aus dem Gefäfse warf, ohne dafs man wufste, wodurch sie entstand. Als man trockenes Ammoniakgas, kohlensäuerliches oder tropfbares Ammoniak in Wasserstoffperphosphoridgas brachte, konnte man keine neue Verbindung bemerken.

Es wurde Phosphorprochlorid bereitet, und mit trockenem Ammoniakgas gesättiget. Sobald das Ammoniakgas auf das Chlorid zu wirken begann, entstand ein dichter weifser Rauch, und die ganze Masse verwandelte sich in eine weifse, pulverige Substanz, die stark nach Salzsäure roch, und Lackmuspapier röthete; in der Luft entwichen daraus salzsaure Dämpfe, und es erschienen hie und da an der Oberfläche röthliche Puncte. Gibt man sie in Wasser, so entwickeln sich Gasblasen, die

nach Phosphorwasserstoff riechen; läſst man sie in der Luft, so ertheilt sie dieser einen Geruch wie Phosphorkalk. Wurde sie in destillirtem Wasser gekocht, so blieb ein unlöslicher Rückstand, der etwa 1/4 der ganzen Masse betragen mochte; dieser wurde auf einem Filter gesammelt und getrocknet. Er lieferte ein gelbliches Pulver, welches sich ohne Erfolg bis nahe zur Rothglühhitze bringen läſst. Dann aber detonirt es, etwa wie Phosphorkalk; es bleibt ein salziger Rückstand, der bei starker Rothglühhitze verschwindet bis auf eine glasige Masse, die man als Phosphorsäure erkannte. Dieſs schien anzuzeigen, daſs sich das Pulver nach der Explosion in Ammoniakphosphorid verwandelt habe.

Neues Verzeichnifs der gangbarsten optischen Apparate, welche von *G. S. Plöfsl*, Optiker und Mechaniker in Wien, neue Wieden, Salvatorgasse Nro. 321, für beigesetzte Preise in Conventions-Münze oder Augsb. Courant verfertiget werden.

Die neuesten, bedeutenden Fortschritte der practischen Optik, so wie eine mehrjährige Erfahrung über die Wünsche der Mehrzahl der Abnehmer, haben einige Veränderungen in den früheren Verzeichnissen veranlafst, wobei man aber, bei genauem Vergleiche, die Preise keineswegs erhöht finden wird. Im October 1829.

	fl.	kr.
1. Augengläser, rund oder oval, convex oder concav, mit Fassung von feinem Stahl oder Büffelhorn	1	36
2. Derlei feinere	2 — 3	—
3. Derlei mit Fassung von gehämmertem feinem Silber	4	48
4. Derlei mit Fassung von Schildkröte, silbernen Spangen und Scharnieren . . .	6	—
5. Derlei mit Fassung von Schildkröte, derlei Spangen und silbernen Scharnieren .	6	30
1. Doppellorgnetten mit Fassung von Büffelhorn	1	36
2. Derlei mit Fassung von Elfenbein und Silber, mit Springfedern	4	30
3. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	4	24
4. Derlei mit Fassung von Schildkröte und Silber, mit Springfedern	6	—
5. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	5	—
6. Derlei mit Fassung von Perlmutter und Silber, mit Springfedern	7	—

	fl.	kr.
7. Derlei, die Glastheile zum Zusammenlegen	5	36
8. EinfacheLorgnetten, in Büffelhorn gefafst	1	12
9. Derlei in Schildkröte	4	—
10. Derlei in Perlmutter mit Silber . . .	4	36
11. Ringstecher in Büffelhorn	—	45
12. Derlei in Silber	2	—
13. Lesegläser, in Fischbein gefafst . . .	3 — 8	—
Die genannten Gegenstände werden auf besondere Bestellung auch mit Goldfassung geliefert, so wie periskopische und isochromatische Brillen.		
1. Theaterperspectiv, achromatisch, mit elfenbeinerner Röhre, silberplattirter Auszugröhre und Schuberfutteral von Maroquin	5 — 12	—
2. Derlei mit goldplattirter Auszugröhre und Futteral von Maroquin mit Scharniere .	6 — 16	—
3. Derlei mit silberplattirter Auszugröhre, mit starker Vergröfserung bis 6 Mal im Durchmesser (Feldstecher), in Futteral von Maroquin mit Scharniere	8 — 20	—
4. Derlei mit goldplattirter Auszugröhre .	12—24	—
5. Kleiner Feldstecher mit Auszugröhre, ganz silberplattirt, einem achromatischen Objective von 1'' Öffnung und zwei Ocularen zum Verschieben, wovon eines zum Theatergebrauche von 2maliger Vergrösserung, das andere zum Gebrauche im Freien von 4 — 6maliger Vergröfserung, in Futteral von Maroquin mit Scharniere	13	—
6. Derlei, ganz goldplattirt	15	—
1. Auszugfernrohr von 14'' Länge, mit hölzerner polirter Röhre, 3 messingenen Auszugröhren, achromatischem Objective von 9'' Brennweite und 1'' Öffnung, in Futteral von Maroquin	18	—

	fl.	kr.
2. Derlei von 18″ Länge, Objective von 13″ Brennweite und 13‴ Öffnung	22	—
3. Derlei von 24″ Länge, Objective von 16″ Brennweite und 16‴ Öffnung	28	—
4. Derlei von 30″ Länge, Objective von 20″ Brennweite und 19‴ Öffnung	37	—
Alle vorgenannten Auszugfernröhre werden, auf besondere Bestellung, mit silberplattirten Auszugröhren um dieselben Preise geliefert.		
5. Stockfernrohr, ganz von Metall und lakirt, das Fernrohr selbst von 20″ Länge mit Objective von 1″ Öffnung	18	—
6. Astronomische Aufsätze zu diesen Fernröhren, zum Auswechseln gegen die letzte Auszugröhre, mit Sonnenglase; nach Verschiedenheit der Gröſse	4 — 6	—
7. Einschraubringe, um diese Fernröhre an Bäume, Pfosten, Fensterstöcke u. s. w. zu befestigen	3 — 5	—
8. Glasmikrometer, mit Fassung, in die Oculare einzuschieben, mit Theilung der Wiener Linie in 10 — 20 Theile . . .	4	—
1. Fernrohr mit Stative, aus messingener Säule mit Dreifuſs zum Zusammenlegen; mit horizontaler und verticaler Bewegung auf einer Nuſs; messingenem Tubus von 30″ Länge; Objective von 20″ Brennweite und 20‴ Öffnung; einem irdischen Oculare v. 28maliger, 2 astronomischen Ocularen von 40 — 60maliger Vergröſserung, und einem Sonnenglase; in polirtem hölzernen Kasten mit Schloſs	90	—
2. Derlei mit Tubus von 34″ Länge; Objective von 25″ Brennweite und 24‴ Öffnung; einem irdischen Oculare von 35maliger, 2 astronomischen Ocularen von 50 — 80maliger Vergröſserung, und ei-		

	fl.	kr.
nem Sonnenglase; in polirtem hölzernen Kasten mit Schloſs	120	—
3. Derlei mit Tubus von 40″ Länge; Objective von 30″ Brennweite und 27‴ Öffnung; einem irdischen Oculare von 42maliger, und drei astronomischen von 50- 75- und 100maliger Vergröſserung, nebst Sonnenglase; in polirtem Kasten mit Schloſs	155	—
4. Derlei mit Tubus von 54″ Länge, mit verticaler und horizontaler sanfter Bewegung durch Triebwerk; Objective v. 44″ Brennweite und 34‴ Öffnung; 2 irdischen Ocularen von 48- und 70maliger, 4 astronomischen von 50- 80- 110- und 150maliger Vergröſserung, u. 2 Sonnengläsern; in polirtem Kasten mit Schloſs	300	—
5. Pankratische Ocular-Aufsätze, nach Dr. *Kitchiner*, zu den Fernröhren jeder Gattung; nach Verschiedenheit der Gröſse	10—12	—
6. Vorrichtung mit Prisma und Correctionsschrauben an diese Fernröhre, um hochstehende Gestirne bequem zu beobachten	15	—
Fernröhre von gröſseren Dimensionen, mit Pyramidalstativen, mit parallactischer Bewegung und anderer Einrichtung, so wie Mikrometer aller Art zu denselben, werden auf besondere Verabredung verfertiget.		
1. Loupe nach *Wilson*, mit einer Linse, in messingener Fassung	1	24
2. Derlei mit 2 Linsen, mit Deckeln . .	2	48
3. Einfache Loupe, in Büffelhorn gefaſst .	1	12
4. Derlei doppelte	2	—
5. Derlei dreifache	2	48
6. Loupe, in Büffelhorn gefaſst, mit gläsernem *Lieberkühn*'schen Spiegel	2	—
7. Botanisches Handmikroskop mit *Lieberkühn*'schem Spiegel, auf messingenem		

	fl.	kr.
Griffe, Objectnadel mit Pincette, Messerchen und Nadel mit elfenbeinernen Heften und Pincette; in Futteral von Maroquin	7	—
8. Derlei mit 2 Linsen	9	—
9. Derlei auf büffelhornenem Griffe, einer Linse mit *Lieberkühn*'schem Spiegel, einer Loupe und Objectnadel mit Pincette; in Futteral von Maroquin	4	30
10. Dasselbe mit schildkrötenem Griffe . .	6	—
11. Pincette, Messerchen und Nadel dazu .	1	—

---

1. Groſses zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifuſse; mit 3 Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglase bestehend, zum Anschrauben, und 6 achromatischen, aplanatischen Linsen, über einander zu schrauben. Der Objecttisch mit vorne offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Öffnen von unten, und 2 diagonal stehenden Stellschrauben zur Führung des Objectes durch alle Puncte des Sehefeldes. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transparenten Beleuchtung; der schwarzen Rückenfläche desselben, und einem sphärischen Beleuchtungsprisma (nach *Selligue*) mit Bewegung, zur Beleuchtung opaker Objecte. Einer groſsen Lichtverstärkungslinse auf eigenem Fuſse, zur Verstärkung der Beleuchtung bei stärkeren Vergröſserungen sowohl transparenter als opaker Objecte. Einem concaven Glase in messingener Fassung zum Drehen für Flüssigkeiten; einem Insec-

	fl.	kr.
tenglase in messingener Fassung, dann einer Objectnadel mit Pincette zum Aufstecken. Dazu noch: Eine messingene *Wilson'sche* Loupe; eine messingene Pincette; 6 Objectschieber mit 24 Probeobjecten; 2 auf Glas getheilte Mikrometer, mit Theilungen der Wiener Duodecimal-Linie in 30 und in 60 Theile, in elfenbeinerner Capsel. Alles in einem hölzernen polirten Kasten mit Schloſs, beiläufig 18'' lang, 9'' breit und 4'' hoch, mit Sammet gefüttert. Die Vergröſserungen gehen von 18 Mal linear oder 324 Mal der Fläche bis zu 500 Mal linear oder 250000 Mal der Fläche, mit vollständiger Klarheit und Schärfe. Zusammen um . . .	185	—
Will man die Vergröſserung mit verhältniſsmäſsigem Verluste an Lichtstärke bis 1000 oder 1500 Mal linear steigern, so erhält man noch ein zweckmäſsiges Ocular dazu, um	10	—
Ein solches Mikroskop mit der Vorrichtung zum Messen der Objecte bis auf 0,00001 Wien. Zoll linear (nach *Fraunhofer*)	275	—
Eine Vorrichtung an diesem Mikroskope, um es nach Willkür horizontal oder in jeden Winkel schief stellen zu können; zur Bequemlichkeit, besonders beim Zeichnen	15	—
2. Kleines zusammengesetztes Mikroskop, dessen Körper durch Triebwerk gegen den feststehenden Objecttisch bewegt wird, auf messingenem, zusammen zu legenden Dreifuſse; mit 2 Ocularen aus einfacher Linse und Collectivglase zum Aufschrauben, und 5 achromatischen, aplanatischen Linsen zum übereinander Schrauben. Der Objecttisch mit vorne		

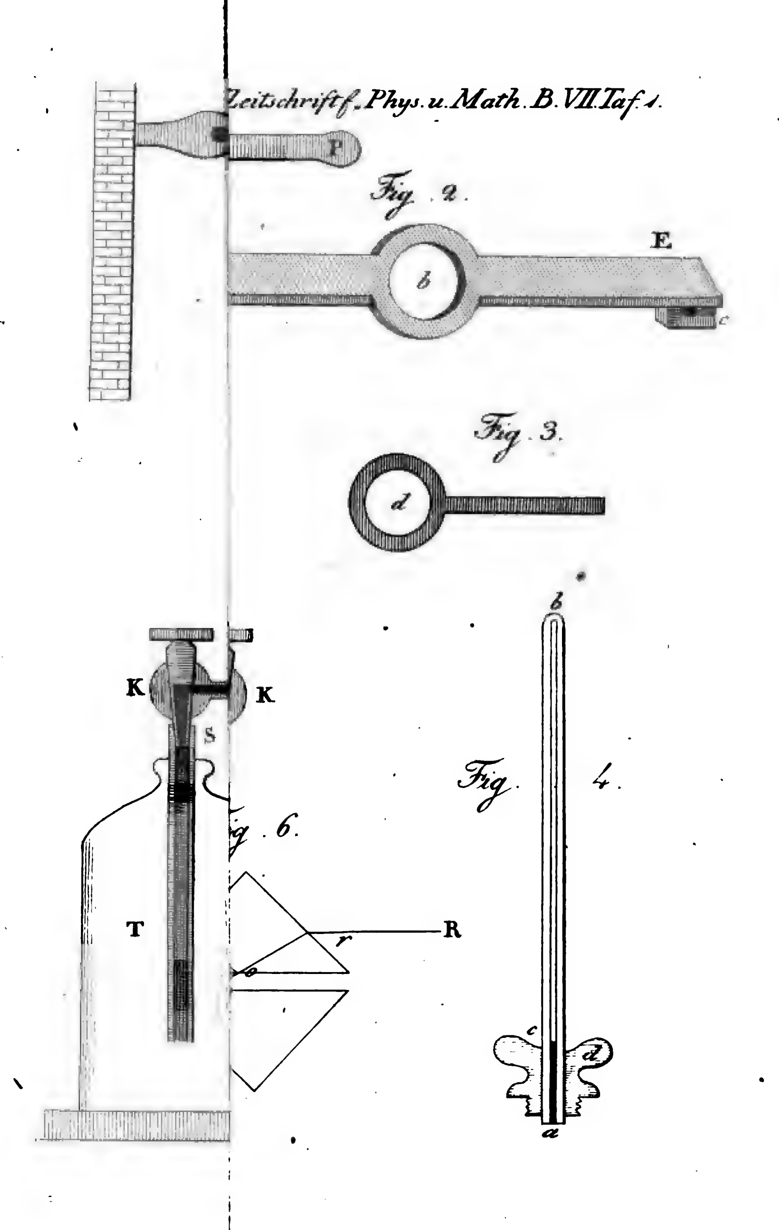
	fl.	kr.
offener Federklammer für Objectträger und Glastafeln aller Art, mit Drücker zum Öffnen von unten. Einem gläsernen concaven Reflexionsspiegel mit doppelter Bewegung zur transparenten Beleuchtung; der schwarzen Rückseite desselben, und einer Beleuchtungslinse zum Aufstecken mit Bewegung, für opake Gegenstände. Einem concaven Objectglase für Flüssigkeiten, und 2 flachen Glastafeln für Objecte. Einem Insectenglase und einer Objectnadel mit Pincette zum Aufstecken. Einer *Wilson*'schen Loupe. Eine Pincette. Zwei auf Glas getheilte Mikrometer mit Theilung der Wiener Duodecimal-Linie in 30 und 60 Theile linear, in elfenbeinerner Capsel, und mit messingenem Ringe zum Drehen dazu. 4 Objectschieber mit 16 Probe-Objecten. Die verschiedenen Vergröſserungen geben von 18—250 Mal linear, oder 324—62500 Mal der Fläche. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen mit Sammet gefüttert und mit Schloſs, beiläufig 1′ lang, 6″ breit, 3″ hoch	90	—
3. Zusammengesetztes Taschen- oder Reise-Mikroskop mit einem auf dem Deckel des Kästchens aufzuschraubenden Fuſse, dessen in zwei Hälften zerlegbarer und in einander zu schraubender Körper auf einem horizontal beweglichen Arme steht; mit einem durch Triebwerk gegen die Linsen zu bewegenden Objecttische mit offener Federklammer; einem Oculare u. 3 achromatischen, aplanatischen Linsen zum übereinander Schrauben; einem beweglichen, concaven Reflexionsspiegel zur transparenten Beleuchtung, dessen schwarze Rückseite, nebst einer beweg-		

	fl.	kr.
lichen Beleuchtungslinse zum Aufstecken, zur Beleuchtung opaker Gegenstände dient; einem flachen und concaven Glase für flüssige und trockene Objecte; einer Objectnadel mit Pincette zum Aufstecken; einer Pincette; 2 Objectschiebern mit 8 Probeobjecten. Die verschiedenen Vergröfserungen gehen von 18—150 Mal linear oder 324—88500 Mal der Fläche. Alles in einem polirten hölzernen Kästchen mit Sammet gefüttert und mit Schlofs, beiläufig $4\frac{1}{2}''$ lang, $3\frac{1}{2}''$ breit, und $1\frac{1}{4}''$ hoch	60	—
4. Einfaches Reise- oder Taschen-Mikroskop (nach *Banks*) mit einem auf den Deckel des Kästchens aufzuschraubenden Gestelle, mit Nufs zum Schiefstellen; einem durch Triebwerk gegen die Linsen zu bewegenden Objecttische mit offener Federklammer; einem beweglichen, gläsernen, concaven Reflexionsspiegel; 2 planen und einem concaven Objectivglase; einer Objectnadel mit Pincette zum Aufstecken. Dazu 6 einfache Linsen, welche Vergröfserungen von 12—300 Mal linear oder 144—90000 Mal der Fläche geben, auf einem horizontal beweglichen Arme. Ein *Lieberkühn*'scher Spiegel für die schwächern Linsen zur Besichtigung opaker Objecte. Zwei Objectschieber mit acht Probeobjecten und einer Pincette. In einem Kästchen von polirtem Holze, beiläufig $4''$ lang, $3''$ breit, $1\frac{1}{2}''$ hoch	40	—
5. Eine Demantlinse zu vorigem Mikroskope von 500maliger linear- oder 250000maliger Flächen-Vergröfserung und darüber; in Fassung	150	—
6. Eine Saphirlinse dazu von 400maliger linear- oder 160000maliger Flächen-Vergröfserung; in Fassung	20	—

	fl.	kr.
7. Linsen von Beryll, Topas und Bergkrystall von 200 — 300maliger Vergrößerung; in Fassung	10	—
Katadioptrische Mikroskope werden auf besondere Verabredung für physikalische Museen verfertiget.		
8. Sonnen-Mikroskop mit vollständigem Apparate, mit 4 achromatischen, aplanatischen Linsen, in polirtem hölzernen Kasten mit Schloſs	100	—
9. Eine Mikrometertheilung auf Glas von 20 — 60 Theilen linear der Wiener Duodecimal-Linie, sammt Capsel von Elfenbein	3 — 4	—
10. Eine derlei mit Theilung des Wiener Zolles in 1000 Theile	5	—
11. Eine derlei mit Theilung des Wiener Zolles in 2000 Theile	6	—
12. Eine derlei auf Elfenbein, die Wiener Linie in 20 Theile	8	—
13. Eine derlei auf Glas, des Millimeters in 100 Theile	8	—
14. Apparat zum Electrisiren unter dem Mikroskope, in Futteral	5	—
15. Sammlung von 48 Quer- und Längendurchschnitten von Pflanzenstämmen und Stängeln, mit systematischer Benennung, zum Gebrauche bei dem Unterrichte über den inneren Bau der Pflanzen, in 12 Objectschiebern von Buchsbaumholz und Futteral von Maroquin	12	—
16. Dieselben in Objectschiebern v. Ebenholz	15	—
17. Sammlung von 48 organischen, für mikroskopische Besichtigung merkwürdigen Gegenständen (mit Ausschluſs der Pflanzendurchschnitte), systematisch benannt, in 12 Objectschiebern von Buchsbaumholz und Futteral von Maroquin . . .	12	—
18. Dieselben in Objectschiebern v. Ebenholz	15	—

	fl.	kr.
1. *Camera lucida* mit Prisma, nach *Wollaston*, mit Stative, in Futteral von Maroquin	11	—
2. Derlei ohne Prisma, mit metallenem Planspiegel, wo der Zeichnungsstift besser zu sehen ist, mit Stative, in Futteral von Maroquin	15	—
3. *Sömmering*'scher Spiegelchen - Apparat, mit Ring und Stellschrauben, an Mikroskope und Fernröhre jeder Art und Gröſse anzuwenden, in Futteral von Maroquin .	6	—
4. Derlei mit beigefügtem Stative, um mit freiem Auge zu zeichnen, in Futteral von Maroquin	11	—
5. *Camera obscura* mit sphärischem Prisma (nach *Chevalier*), den nöthigen Linsen, und mit verschiedener Einrichtung, auf besondere Bestellung. Das Prisma allein	8 – 16	—
6. Spiegel zur Darstellung der Interferenz des Lichtes, mit Fassung und den nöthigen Corrections - Schrauben, in Futteral von Maroquin	22	—
Überkästen von Tannenholz mit Scharnieren und Schlieſshaken, für die Perspective Nro. 1 — 4, und die Mikroskope Nro. 1 — 4. Nach Verschiedenheit der Gröſse	1/2 — 1	—

Alle übrigen zum Unterrichte in der Optik erforderlichen Apparate, worunter die neuesten zur Darstellung der Polarisation und Beugung des Lichtes begriffen sind, werden auf besondere Bestellung und Verabredung verfertiget.



P
Fig. 2.
E
b
c
Fig. 3.
d
b
K
K
S
Fig. 4.
Fig. 6.
T
r
R
o
c
d
a
M. B. sc.

ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Neue Analyse der beiden Meteoreisenmassen von Lénarto und Agram, nebst einigen Bemerkungen über den Ursprung der Meteormassen überhaupt;

vom

Med. Dr. Ritter von *Holger*.

(Im Auszuge vorgetragen in der physikalisch-chemischen Section der Versammlung der deutschen Naturforscher und Ärzte zu Heidelberg, den 23. September 1829.)

Es haben zwar die Meteoreisenmassen, gleich den eigentlichen Meteorsteinen, in neuerer Zeit die Aufmerksamkeit der Naturforscher in immer gesteigertem Verhältnisse auf sich gezogen, doch bleiben sie noch in so mancher Beziehung in Dunkel gehüllt, und fordern zu genaueren Nachforschungen auf, da die nähere Kenntniſs ihrer Zusammensetzung und Bildung in enger Beziehung zu dem Leben des Erdkörpers steht, und manches darüber noch Unbekannte vielleicht aufhellen dürfte. Die Entdeckung der *Widtmanstädt*'schen Figuren lieſs zuerst Regelmäſsigkeit ihres Gefüges vermuthen, und führte zur Voraussetzung einer höheren Ordnung in ihrer Mischung; allein, um diese zu erkennen, ist bisher nur wenig gethan. Es fehlt nicht an Analysen der Meteorsteine, doch sind sie häufig widersprechend, und wurden selten benützt, um allgemeine Ansichten darauf

zu gründen. Die Meteoreisenmassen aber wurden meistens nur oberflächlich untersucht; denn, da man einmal den Nickelgehalt derselben als Charakter ihres meteorischen Ursprungs ansah, begnügte man sich, sie blofs auf Nickel zu untersuchen, und hielt sie ohne hinreichende Gründe für reines Nickeleisen. Ich glaube nicht, dafs ihr Nickelgehalt für ihren Ursprung etwas beweisen könne, so lange nicht gezeigt werden kann, dafs ein Gediegeneisen, dessen tellurischer Ursprung unbestreitbar dargethan ist, Nickellos sey, zumal man das Gediegeneisen, welches viele Meteorsteine als Schichten enthalten, in denen von *Stannern*, *Agen*, *Chassigny*, *Jonzac*, *Leontalax* Nickelfrei gefunden hat. Auch scheint mir kein Grund vorhanden, alle anderen Bestandtheile von der Zusammensetzung dieser Eisenmassen auszuschliefsen, seit *Chrom* und *Schwefel* von *Laugier* in der Pallas'schen Masse, *Kobalt* von *Stromeyer* in der Lap'schen, von *John* in der Pallas'schen und Ellenbogner gefunden wurde. Mit der Überzeugung, durch eine genaue Untersuchung derselben mehrere noch nicht darin gefundene Bestandtheile nachweisen zu können, begann ich die Analyse des Ellenbogner Meteoreisens (d. Ztschft. V. Bd. 1. Hft.), und fand darin Eisen, Nickel, Kobalt, Alumium, Chrom, Mangan, und es war mir sehr willkommen, als sich bald eine günstige Gelegenheit darbot, an mehreren ähnlichen Massen Untersuchungen anstellen zu können.

Nach dem Wunsche des Hrn. Regierungsrathes und Naturalien-Cabinetts-Directors *v. Schreibers* unternahm ich es, die Meteormassen der reichhaltigen Sammlung des k. k. Naturalien-Cabinetts neu zu analysiren, da die vielen Abweichungen, welche an den bereits vorhandenen Analysen derselben bemerkt wurden, mit einigem Grunde nur dadurch vermieden werden könnten,

dafs sie alle von demselben Arbeiter nach gleicher Methode und unter möglichst ähnlichen äufsern Einflüssen untersucht würden. — Wenigstens durfte auf diese Art eine relative Gewifsheit erwartet werden, so dafs doch die gefundenen Stoffe als unzweifelhaft vorhanden angenommen werden konnten, wenn gleich durch ein Verfahren nach andern Methoden und vielleicht durch geübtere Arbeiter, Berichtigung der gefundenen Quantitätsverhältnisse und Auffindung noch anderer Bestandtheile nicht unmöglich blieb. — Ich begann meine Arbeit mit Untersuchung der beiden Massen von *Lénarto* und *Agram*, um somit, in Verbindung mit der bereits gelieferten Analyse der *Ellenbogner* Masse, die Reihe der drei *inländischen derben nickelhältigen Gediegeneisenmassen* zu vollenden, wornach ich sofort zur Analyse der übrigen schreiten werde.

Die *Agramer Masse* ist in so ferne merkwürdig, als sie die feste Meteoreisenmasse war, bei welcher das Niederfallen beobachtet wurde, und hinreichend erwiesen ist. Sie fiel den 26. Mai 1751 bei Hradschina im Agramer Comitate. — In der k. k. Sammlung befindet sich ein Stück davon im Gewichte von 78 Pf. Zur Untersuchung erhielt ich 59.61 Grane. — Der zweite wirklich beobachtete Meteoreisenfall seit dieser Zeit ereignete sich im Jahre 1780 bei Kinsdale in Neuengland.

Die *Masse von Lénarto* wurde, 194 Pf. schwer, im Jahre 1814 von Bauern auf einem der höchsten Karpathengipfel im Walde Lénartunka gefunden, von ihnen nach ihrem Wohnorte Lénarto im Sarosser Comitate gebracht, wo sie dann vom Hrn. von *Kappi*, Gutsbesitzer, gekauft wurde. Das Museum zu Pesth erhielt davon 133 Pf., das k. k. Mineralien-Cabinett 5 Pf. 24 Loth. Zur Untersuchung wurden mir 211.2 Grane übergeben, die zu zwei übereinstimmenden Analysen verwendet wurden.

9 *

In beiden Massen war der Nickelgehalt bereits durch Versuche nachgewiesen, jedoch fand ich nur von der Agramer Masse eine vollständige Analyse, die *Klapproth'*sche, vor, nach welcher sie aus 96.5 Eisen und 3.5 Nickel besteht.

Eine genaue Beschreibung des Äufsern dieser Massen, so wie der an ihnen bemerkten *Widtmanstädt'*schen Figuren, findet sich in *v. Schreibers* Beiträgen zur Kenntnifs der Meteormassen, daher ich sie hier übergehe.

Die mir übergebenen Stücke waren durchaus gleichartig, ohne Risse, Rostflecken oder eingesprengten Schwefelkies. Sie wurden vom Magnete gezogen, und waren durch die Feile nur mit grofser Anstrengung in kleinere Stücke zu zertheilen. — Beide lösten sich in Salzsäure, die nach und nach mit Salpetersäure versetzt wurde, mit Beihülfe der Wärme zu einer grünlichen Flüssigkeit auf, und zwar ohne Entbindung von Hydrothiongas, Ausscheidung von Schwefel oder Zurücklassung eines unlöslichen Rückstandes. Es war daher weder Schwefel, noch ein Metallcarbonid, noch Kieselsäure in gröfseren Mengen vorhanden.

Die Agramer Masse löste sich in geringerer Zeit und leichter in der Säure. Sie bedurfte einer geringeren Menge derselben, und einen geringeren Wärmegrad zur Auflösung, als jene von Lénarto. Letztere liefs auch einige parallelepipedische Stücke ungelöset, die aber darum nicht unlöslich waren, indem sie sich in gemeiner Temperatur nach einigen Wochen, mit concentrirter Säure gekocht, viel schneller und ohne Rückstand lösten. Das Zerfallen in kleinere tafelförmige und parallelepipedische Stücke, die gleichsam das Gerippe der ganzen Masse bildeten, zeigte sich an der Agramer vorzüglich deutlich. Diese Stücke löseten sich später, doch

vollkommen, ohne concentrirte Säure oder Kochhitze anzuwenden *).

*) Auch von dem Ellenbogner Eisen war es schon längere Zeit bekannt, dafs dasselbe aus einer in Säure leicht, und aus einer darin schwerer auflöslichen Masse bestehe, welche letztere bei der Auflösung geripp artig zurückbleibt. Die Vermuthung *Neumann's* und Mehrerer, dafs dieser verschiedene Grad von Auflösbarkeit in einem verschiedenen Verhältnisse des Nickels zum Eisen begründet sey, wurde durch *Moser's* interessante Analyse (*v. Schreibers* Beiträge, S. 84) bestätigt, und es ist nicht zu zweifeln, dafs derselbe Grund auch für die hier untersuchten Eisenmassen gilt, da er sich auf dieselbe Art, wie bei jenen, auch bei diesen zu erkennen gibt. Nur dürfte man, nachdem einmal mehrere Bestandtheile in ihnen aufgefunden sind, nicht geradezu annehmen, dafs das wechselnde Verhältnifs des Nickels zum Eisen allein den Charakter dieser beiden Theilmassen bilde, sondern nur überhaupt, dafs die Bestandtheile nicht durch die Gasammtmasse in demselben Verhältnisse vertheilt vorhanden seyen. Dadurch wird es aber einleuchtend, wie zwei Analysen derselben Meteoreisenmasse, besonders wenn ihnen nur kleine Stücke zu Grunde gelegt werden, quantitativ, und vielleicht auch qualitativ abweichen können, ohne dafs man defswegen den Experimentator eines Versehens zeihen könnte. Ich habe mich bereits (d. Zeitschr. Bd. V. S. 6) darüber ausgesprochen, wie frühere Chemiker, bei der von ihnen befolgten Untersuchungsmethode, nur Eisen und Nickel in dem Ellenbogner Eisen finden konnten. Wenn aber *Moser*, a. a. O., der mit allen Methoden der neueren Analytik gewifs bekannt war, und dem man auch Mangel an Genauigkeit nicht vorwerfen konnte, ausdrücklich angibt: das Ellenbogner Eisen enthalte blofs Eisen und Nickel, und namentlich weder Silicium, Chrom noch Kobalt, auf welche er besonders untersuchte, so bleibt diefs auffallend, da ich doch gewifs bin, mich bei der Auffindung dieser Stoffe nicht getäuscht zu haben, die von mir an-

Diese sauer reagirenden Auflösungen wurden durch einen Strom von gasförmigem Schwefelperhydrid auf jene Metalle untersucht, deren Sulfuride in Säuren nicht auflöslich sind. Es zeigte sich kein Niederschlag.

Nun wurde die freie Säure durch Kali gebunden, und zugleich ging die *grüne* Farbe der Auflösung im Verhältnisse der steigenden Neutralität in eine *blutrothe* über.

Hierauf wurde der neutralen Auflösung so lange *benzoesaures Kali* zugesetzt, als noch ein Niederschlag entstand. Dieser, das *benzoesaure Eisenoxyd*, wurde gewaschen, in gelinder Wärme bis zur staubigen Trockne gebracht, und aus einer Probe desselben das Eisenoxyd rein auf folgende Weise geschieden: Sie wurde nämlich im Porzellantiegel geglüht, während des Glühens concentrirte Salpetersäure so lange zugesetzt, bis das durch die Kohle der verbrannten Benzoesäure reducirte Eisenprotoxyd wieder oxydirt, und die überschüssige Kohle als Carbonsäure verflüchtiget war. Das nun reine Eisenperoxyd konnte für die ganze Menge des erhaltenen benzoesauren Eisenperoxydes berechnet, und aus ihm die Menge des in der Meteoreisenmasse vorhandenen Eisens gefunden werden.

Würde die Meteoreisenmasse *Cer* enthalten haben, so wäre diefs zugleich mit dem Eisenoxyde durch die Benzoesäure gefällt worden. Es wurde daher eine Probe

---

gewendete Untersuchungsmethode weder neu noch unbekannt war, und Kobalt auch von *John* gefunden wurde. — Diefs, wie auch die so sehr abweichende Gewichtsmenge des Nickels, welche nach *Moser* 7.29, nach mir 2.47 beträgt, läfst sich nicht anders als durch ungleiche Vertheilung der Bestandtheile erklären, da ein so bedeutender Fehler, als dieser Abweichung zu Grunde liegen müfste, kaum denkbar ist.

eigens durch *schwefelsaures Kali* auf dieses Metall geprüft, und davon rein befunden.

Diejenigen Körper, welche das benzoesaure Kali nicht fällte, wurden, in Verbindung mit den Aussüfswässern des Eisensalzes, mit *Kali* versetzt, um alle noch übrigen Metalloxyde abzuscheiden; denn, da die Auflösung nun eine beträchtliche Menge Salze enthielt, die auf das weitere Verfahren durch Bildung von Doppelsalzen störend einwirken konnten, so war es gerathener, sie zu entfernen. Das Kali erzeugte einen *apfelgrünen* Niederschlag, der zu weiterer Untersuchung aufbewahrt blieb. Die Salzlauge wurde weggegossen, nachdem sie vorher auf *Thonerde* und *Kieselsäure* geprüft worden war. Ersteres geschah durch Zusetzen des Ammoniaks, letzteres durch Säure, welche zugesetzt, die Probe damit zur Trockne abgeraucht, und wieder in Wasser gelöset wurde. Es zeigte sich keine Spur von beiden.

Der grüne Niederschlag wurde nun in Salpetersäure aufgelöset. Es blieb ein unlöslicher Rest, der gallertartig aussah, und zu einem weifsen Pulver eintrocknete, welches nach dem Ausglühen rauh anzufühlen war. Es war weder in Säuren noch in Chlor löslich, löste sich leicht in Kalilauge, und wurde als weifse Gallerte wieder aus dieser Lösung gefällt. Es war sonach *Kieselsäure*, und aus ihr konnte nach dem Ausglühen das in der Meteoreisenmasse vorhandene Silicium berechnet werden.

In der Auflösung wurde weder durch Verdünnung mit Wasser *Wismuth*, noch durch Schwefelsäure *Baryt* oder *Strontian* angezeigt. Sie wurde sofort mit *Ammoniak* versetzt, der sie in einen Niederschlag und eine blafsblaue Auflösung zerlegte.

Aus der blauen Auflösung schied überschüssige Kalilauge das *Nickel* als *Nickeloxydhydrat*. Dieses wurde

gewaschen, getrocknet, und im offenen Tiegel so lange geglüht, bis es in Peroxyd verwandelt war, aus welchem sodann das metallische Nickel berechnet wurde. Die übrige Auflösung war gelblich, und roch stark nach Ammoniak. Dieses wurde theils durch Einkochen entfernt, theils durch Säurezusatz gebunden, und dann carbonsaures *Kali* zugesetzt. Es entstand dadurch ein blafsrother Niederschlag, der sich als *carbonsaures Kobalt* erwies, da er in Säuren mit Brausen löslich war, und diese Lösung mit Kali einen blauen, mit Blutlauge einen grünen Niederschlag gab. Es wurde getrocknet, und das vorhandene *Kobalt* daraus berechnet.

Der durch Ammoniak erzeugte Niederschlag wurde in Salpetersäure gelöset, und die Lösung durch *carbonsaures Ammoniak* zerlegt. Der nun entstandene Niederschlag wurde abgesondert, rein ausgewaschen, auch in Salpetersäure gelöset, und durch *reines Ammoniak* zerlegt. Die Flüssigkeit wurde dabei rosenroth, zum Zeichen, dafs noch Kobalt vorhanden war, und es schied sich ein geringer weifser Niederschlag aus, der wegen seiner geringen Menge keine entscheidenden Versuche anzustellen erlaubte. Ich hielt ihn für *carbonsaures Mangan*, da er mit Säuren brauste, getrocknet die Farbe dieses Salzes annahm, und beim Glühen braunschwarz wurde. Chlorkalk fällte ihn, jedoch nicht mit brauner Farbe, aus seiner Auflösung, wie sich diefs von einem Mangansalze erwarten liefs. — Er betrug für das Eisen von Lénarto 1.07, für das Agramer 0.16. Das daraus berechnete Mangan wurde der später gefundenen Menge dieses Metalls zugeschlagen.

Die rosenrothe Auflösung wurde durch *carbonigsaures Ammoniak* auf Kalk untersucht. Es entstand ein weisser Niederschlag, der ganz das Charakteristische des *carbonigsauren Kalkes* hatte, der durch die Langsamkeit

und die Art seiner Ausscheidung sich von ähnlichen weissen Niederschlägen leicht unterscheiden läſst, und auch deſswegen nicht wohl für einen andern Körper angesehen werden konnte, weil *Baryt* und *Strontian* nicht vorhanden, und die *Thonerde* bereits entfernt war. Aus dem getrockneten reinen Niederschlage wurde der Kalk, und aus diesem das Calcium berechnet.

Nach Entfernung des Kalks gab noch *phosphorsaures Natron* einen weiſsen Niederschlag, welcher getrocknet und auf *Magnium* berechnet wurde, nachdem sich durch einen Löthrohrversuch gezeigt hatte, daſs es nicht *Lithon* war. Weder der Kalk- noch der Magnesianiederschlag konnte Kobalt enthalten, da während des ganzen Verfahrens freies Ammoniak in der Flüssigkeit blieb, welches das Kobalt zurückhielt, und die deutliche rosenrothe Färbung derselben nicht nur nicht verschwand, sondern immer stärker hervortrat. Es wurde daher, nach der bereits angegebenen Methode, am Ende das carbonsaure Kobalt aus ihr geschieden, daraus das *Kobalt* berechnet, und mit der früher gefundenen Menge dieses Metalls vereinigt.

Nun war noch der früher angeführte, durch carbonsaures Ammoniak entstandene, Niederschlag zu untersuchen. Er wurde in *Kalilauge* gekocht, das Kali durch Salzsäure neutralisirt, und dann durch *carbonsaures Ammoniak* die *Thonerde* gefällt, welche nun geglüht, und auf *Alumium* berechnet wurde. Nach Ausscheidung derselben wurde die Lauge neuerdings gekocht, um zu sehen, ob sie keine *Glycinerde* ausscheide, wovon sich aber keine Spur zeigte.

Der in Kali unlösliche Rest erwies sich nun als *Mangan*, weil er aus seiner Auflösung in Säuren durch Chlorkalk mit der entsprechenden Farbe gefällt wurde. Er war aus dem Lénartoer Eisen rein weiſs, aus dem

Agramer etwas grünlich. Letzterer wurde daher noch auf *Chrom* untersucht, jedoch statt diesem noch ein Hinterhalt von Eisen gefunden, der als die Ursache der grünen Färbung angesehen werden konnte; denn so wie das Mangan durch carbonsaures Ammoniak als Carbonat gefällt wurde, konnte diefs auch bei dem Eisen geschehen, welches hier durch die grofse Menge des Mangans, in welchem es eingehüllt war, von dem Zutritte der Atmosphäre geschützt, seine grüne Farbe nicht wie gewöhnlich in die braune umwandelte.

* * *

Zufolge dieser Untersuchung ergab sich in beiden Meteoreisenmassen eine quantitative Zusammensetzung:

Im Eisen von Lénarto.		Im Eisen von Agram.	
Eisen	85.04	Eisen	83.29
Nickel	8.12	Nickel	11.84
Kobalt	3.59	Alumium	1.38
Calcium	1.63	Kobalt	1.26
Alumium	00.77	Silicium	00.68
Mangan	00.61	Mangan	00.64
Magnium	00.23	Magnium	00.48
Silicium	00.01	Kalium	00.43
	100.00		100.00

Diese beiden Meteoreisenmassen sind sich daher qualitativ vollkommen gleich, nur das Mengenverhältnifs der einzelnen Bestandtheile in der Gasammtmasse und vielleicht auch in den Theilmassen ist abweichend und begründet ihre Verschiedenheit, die sich durch Form und Gefüge ausspricht. Von der Ellenbogner Masse unterscheiden sie sich durch den Mangel des *Chroms*, denn Calcium und Magnium hoffe ich bei einer

zweiten Analyse desselben, wo ich an einem gröſseren Stücke die hier angewendete Methode in ihrer ganzen Ausdehnung werde durchführen können, auch darin aufzufinden.

Am meisten bemerkenswerth scheint es aber, daſs nun alle Bestandtheile der eigentlichen Meteorsteine auch in den Meteoreisenmassen nachgewiesen worden sind, indem selbst der Schwefel, welcher kein Bestandtheil der letzteren ist, in dem beigemengten Schwefeleisen derselben vorkommt.

Sind nun auch diese beiden groſsen Abtheilungen der Meteormassen qualitativ gleich, so zeigt sich doch ein anderer Unterschied, der sie als zwei wesentlich und deutlich geschiedene Classen darstellt, wie es das abweichende Mengenverhältniſs allein nicht zu thun im Stande wäre.

Es bestehen nämlich die Meteoreisenmassen aus *gediegenen* *), die Meteorsteine aus *oxydirten* leichten und schweren Metallen, und stehen sonach im *electrochemischen Gegensatze*, der noch schärfer dadurch ausgedrückt wird, daſs in ersteren das rein positive *Eisen*, in letzteren die negative *Kieselsäure* vorwaltet. — Allein, wie es in der ganzen Natur keinen reinen Gegensatz ohne wechselseitige Durchdringung gibt, so bemerken wir auch hier in den Meteorsteinen *Schwefel-* und *Nickeleisen* als Nebenbestandtheil in gangartigen Schichten, in Nestern oder eingesprengt, während jenes Eisen, das Theil der Hauptmasse ist, als Oxyd mit den übrigen Oxyden in chemischer Verbindung vorkommt; in den Gediegen-

*) Ich glaube nicht, wegen dieser Angabe einen Vorwurf besorgen zu dürfen, da sowohl die gefundenen quantitativen Verhältnisse als die Ansicht der Massen selbst es deutlich zeigten, daſs sie keine Oxyde enthalten konnten.

eisenmassen den *Olivin*, der die Zwischenräume der zelligen Massen ausfüllt und dieselben Bestandtheile wie die Hauptmasse der Meteorsteine sämmtlich im oxydirten Zustande enthält; und es ist bei näherer Untersuchung und Vergleichung zu erwarten, dafs sich aus ihnen eine negative und positive Reihe, wie die der einfachen Körper, werde bilden lassen, deren eine stufenweise in die andere übergeht. Wenigstens fehlt es nicht an Meteorsteinen ohne Gediegeneisen, und an Gediegeneisen ohne Olivin; selbst der Schwefelkies, der in letzterem häufig die Stelle des Olivins vertritt, scheint schon die vollkommene Metallität deutlicher darzustellen, und daher eine Reihe anzudeuten, in welcher diese Massen höher als jene mit Olivin zu stehen kommen.

Vergleicht man nun die angegebene Zusammensetzung der Meteormassen mit der unserer Erde, so erscheint eine auffallende Ähnlichkeit zwischen beiden, die als Grundlage interessanter Folgerungen angesehen werden dürfte. — Unsere Erde besteht einerseits aus den Oxyden leichter Metalle, *Erden*, und ihren Verbindungen, *Steinen*; diese stellen, wie die Meteorsteine, den negativen Bestandtheil vor, auch sie enthalten die reinen Metalle nur als Nebenbestandtheil in Gängen, Nestern etc., auch in ihnen ist die Kieselsäure vorherrschend, zwar nicht im Individuum, sondern in der Gesammtheit, und auch sie schliefsen sich durch mannigfaltige Übergänge an die gegenüberstehende Reihe; andererseits aus gediegenen Metallen, die den positiven Bestandtheil wie die Meteoreisenmassen bilden; auch unter ihnen ist das *Eisen* das vorherrschende, wenn es gleich auf der Erde nur selten im gediegenen Zustande vorkommt, weil dieses leicht oxydirbare Metall hier einer Menge oxydirender Einflüsse ausgesetzt ist, die während seiner Ausscheidung in der Atmosphäre und seines

schnellen Herabfallens nicht so heftig und anhaltend darauf wirken können.

Es bestehen sonach die Meteormassen aus denselben Bestandtheilen wie unser Erdkörper; es sind die einfachen Körper und die binären Verbindungen für beide gleich, letztere folgen denselben stöchiometrischen Gesetzen. Sie drücken beide den electrochemischen Gegensatz auf gleiche Weise aus. Ihre Verschiedenheit liegt blofs in ihren quaternären und vielleicht noch höheren Verbindungen, die wir den für den Erdkörper geltenden Gesetzen nicht zu unterwerfen vermögen. Ob sie in dieser Hinsicht vielleicht nach eigenen Gesetzen geordnet oder in stets wandelbaren Mengen, mehr Gemenge als Gemische darstellend, verbunden sind, mufs die Folge lehren. Immer aber scheint diese Betrachtung sehr gegen den kosmischen Ursprung der Meteormassen zu sprechen, und bei genauerer Auseinandersetzung mehr Gewicht zu haben, als ihr *Chladni* beilegen will.

Sind die einfachen Körper und binären Verbindungen der Meteormassen dieselben, wie auf unserer Erde, so ist die natürliche Folge, dafs sie auch von der Erde kommen, und sind die höheren Verbindungen nach den irdischen Körpern fremdartigen Gesetzen gebildet, so müssen erstere in der Atmosphäre eine Veränderung erleiden, bevor sie wieder zur Erde kommen können. — Diese Entstehungsart der Meteormassen trifft daher nicht mit der alten Hypothese der *Atmosphäristen* oder *Telluristen* überein, welche sie entweder aus den Urstoffen der Luft zusammensetzen, oder blofs das von der Erde Hinaufgehobene unverändert wieder zu ihr herabfallen lassen. Beide sind durch die dagegen vorgebrachten Gründe hinreichend widerlegt. Hier ist von einem *tellurisch-atmosphärischen* Ursprunge die Rede, der durch folgende Betrachtung wahrscheinlich gemacht wird.

Wenn jeder Körper in dem Sinne *Leben* besitzt, als er durch eine ihm eigenthümliche, von innen heraus thätige Kraft sich in seiner individuellen Form und Mischung erhält, und die äufseren zerstörenden Einflüsse entweder von seinen Grenzen zurückweist, oder sie zu seinen Lebenszwecken verwendet, und wenn sie dazu nicht mehr dienen, in veränderter Form und Mischung wieder als unbrauchbar aussondert; so können wir mit einigem Rechte nicht nur die Mineralkörper der Erde, sondern auch die Atmosphäre im Ganzen lebend nennen. Alles Leben im angeführten Sinne bedingt und stellt sich durch stäten Wechsel der Materie, durch Aufnahme und Aussonderung, durch Auflösungen und Verbindungen dar. Es verlieren wohl alle festen Körper der Erde stets Theile ihrer Masse durch unmerkbare Ausdünstung, so wie die flüssigen, wenn sie uns auch nicht wie bei diesen sichtbar werden können *), und diese bilden den

*) Es fehlt uns nicht an Erfahrungen, dafs auch feste Körper Theile durch Ausdünstung verlieren, und viele dadurch endlich ganz verschwinden. Wo diefs nicht geschieht, führt uns die Analogie mit andern, einst allein organisch genannten, Körpern dahin, eine Wiederaufnahme fremder Theile und Aneignung derselben vorauszusetzen. Bei der Atmosphäre ist dieser beständige Wechsel der Materie besonders deutlich, weil sie immer Oxygen und Azot verliert, und doch das bestimmte Verhältnifs beider nicht gestört wird, dessen Erhaltung nur einer ihr eigenen Kraft zugeschrieben werden kann, selbst in dem Falle, wenn sie ein blofses Gemenge wäre, weil auch in diesem Falle das bestimmte Verhältnifs bleibt. Auch das lange Bestehen der Mineralkörper in unveränderter Form und Mischung scheint eine innere Kraft vorauszusetzen, die neue Theile aufnimmt und sich aneignet, da sie sonst den äufseren Einflüssen viel früher als die organischen Körper, denen Niemand diese Kraft abläugnet, unterliegen müfsten.

Sand der Meteormassen, nicht aber die dampfförmigen Ausströmungen der Vulcane und der Hochöfen nach *Egen*, welche nicht hinreichen würden, jene zu bilden, und wenn sie schon als zufällige Beihülfen zu betrachten sind, nicht als Grundlage eines wesentlichen und regelmäfsigen Aussonderungsprozesses dienen könnten *). Sie werden von der Atmosphäre aufgenommen, und müssen wieder auf irgend eine Art zur Erde zurückkommen, wenn sie nicht endlich durch ihre Masse jene verdunkeln oder diese verschwinden machen sollten. Es wäre ein zu kühnes Unternehmen, einsehen zu wollen, wie sie in der Atmosphäre vorhanden sind und aus ihr abgeschieden werden; aber dafs es so seyn mufs, geht daraus hervor, weil sich jedes Leben durch einen ununterbrochenen Kreislauf ausspricht, der zwischen den so eng als wesentlich an einander geketteten Körpern, *Atmosphäre* und *Erde*, um so eher angenommen werden kann, als wir ihn an den tropfbaren Flüssigkeiten täglich vor Augen haben. Diese senden ihre Theile durch die Ausdünstung der Atmosphäre zu; sie werden von ihr aufgenommen, und wenn sie in zu grofser Menge vorhanden sind, wieder ausgeschieden, kommen als wässerige Luftmeteore zur Erde zurück, und so wird die Menge der irdischen Flüssigkeiten immer unverändert

---

*) Dafs die Atmosphäre zerlegend auf die aufsteigenden Dämpfe einwirke, scheint auch daraus hervorzugehen, weil die Meteorsteine nie *Arsenik* enthalten, der doch beim Rösten der Erze in nicht geringer Menge verflüchtigt wird. Bei den Eisenmassen, die geschmolzen zur Erde kommen, könnte man annehmen, dafs das reine oder Schwefelarsenik wieder verflüchtigt werde, wenn nicht das unveränderte Schwefeleisen, das sie enthalten, für das Gegentheil spräche. Ein Gleiches scheint auch vom Merkur zu gelten, dessen unmerkbare Ausdünstung nicht geläugnet werden kann.

erhalten *). Wir haben keinen Gegengrund, um nicht von den Theilen fester Körper dasselbe behaupten zu können; denn daſs diese in der Atmosphäre nicht chemisch nachgewiesen werden können, ist kein so wichtiger Einwurf, als *Chladni* S. 419 seines Werkes glaubt. Denn erstens ist er nicht ohne Ausnahme wahr, weil *Brandes* im Regenwasser *Eisen* und *Mangan* nebst mehreren Salzen nachwies, und in dem rothen Regen zu Blankenberg in Flandern 1819 nach wiederholten Analysen *salzsaures Kobalt* aufgefunden wurde. Diesen Körpern wird aber Niemand einen kosmischen Ursprung beilegen; sie kommen von der Erde, und es scheint mir nicht wohl anzunehmen, daſs sie nur mit den Wasserdämpfen fortgerissen wurden, weil ja doch die Erfahrung, die wir bei unsern Verdampfungen täglich machen können, nicht sehr für ein Fortführen der Oxyde und Metalle in gröſserer Menge, zumal in eine bedeutende Höhe, spricht; dann wäre es eine zu kühne Behauptung, wenn wir unseren Reagentien eine solche Untrüglichkeit beilegen, und die Existenz jedes Körpers durchaus abläugnen wollten, der chemisch nicht nachzuweisen ist. So wie wir das Eisen im unveränderten Blute nicht nachweisen können, könnten wir auch leicht viele Beispiele finden, daſs ein Körper, besonders in den organischen Verbindungen, auf eine Art vorhanden seyn

---

*) Es ist hier nicht von der Verdampfung durch Erhöhung der Temperatur die Rede, sondern von der unmerkbaren Ausdünstung, die bei jeder Temperatur Statt findet, so wie auch nicht von dem in der Luft frei schwebenden Wassergas allein, sondern auch von ihrem Hydrat- (*Meiſsner's* Anfangsgründe, II. Bd., S. 349) und Auflösungswasser, welches durch die Versuche (*Traité de Chimie, par Berzelius,* S. 412) nicht als durchaus unstatthaft erwiesen seyn dürfte.

kann, daſs unsere gewöhnlichen Reagentien nicht auf ihn wirken. Zudem ist gerade die Luft der höhern Regionen der Atmosphäre keiner chemischen Untersuchung zu unterwerfen. Es ist nicht zu läugnen, daſs die Annahme einer Bildung der Meteormassen innerhalb der Atmosphäre manche Schwierigkeiten hat, die selbst ihre scharfsinnigen Vertheidiger, Prof. *Egen* zu Sonst, *Gilbert's* Ann. 1822, Bd. 12, und *Baumgartner*, Handbuch der Naturlehre, S. 750, nicht ganz gelöset haben, und es wird uns vielleicht noch lange die deutliche Einsicht in die Prozesse der obern Luftregionen mangeln, zumal in dem Lebensvorgange unseres eigenen Körpers so manches mehr vermuthet wird, als hinreichend bewiesen ist. Doch spricht sehr für sie, daſs sie einer Erscheinung in dem geordneten, gewöhnlichen Lebensvorgange der Natur einen Platz anweiset, und sie durch eine unwidersprechliche Analogie begründet, die nach *Chladni's* kosmischer Hypothese nur als gesetzlos, den Weltenlauf störend, und als Satyre auf die Weisheit des Weltenschöpfers erscheint, mehrere ganz unbegründete Voraussetzungen nöthig macht, und demungeachtet um nichts deutlicher eingesehen wird.

Bedeutende Einwendungen gegen diese Ansicht, die noch nicht widerlegt sind, hat schon Prof. *Wrede*, *Gilbert*, 1803, Bd. II., vorgebracht. Eine umständliche Widerlegung derselben würde diese Blätter über die Gebühr vermehren, daher zum Schlusse nur einige der wichtigsten Gegenbemerkungen:

Der kosmische Ursprung dieser Massen besteht nach *Chladni* darin, daſs sie entweder *Urmaterie* oder *Trümmer* eines zerstörten *Planeten* seyn müſsten, allein beides ist mit einer philosophischen Naturansicht durchaus unverträglich.

Urmaterie ist schon für sich allein, noch mehr aber

als *vagina mundorum*, *Chladni*, S. 404, mit der Idee des Universums, als eines geordneten gesetzmäfsigen Ganzen, nicht übereinstimmend; sie führt den Begriff einer Unvollkommenheit, einer Ausbesserung entstandener Lücken mit sich. Beides können wir an dem kleinen Theile, den wir genauer kennen, nicht nachweisen, und daher auch für das Universum nicht annehmen. Und wie sollten wir uns diese vorstellen? — Doch immer nur als Individuum mit bestimmter Form, Mischung und Lebensthätigkeit, denn wir finden auch auf unserer Erde, die uns allein als Schema unserer Ansichten des Universums dienen kann, keinen Überschufs ungeformter Stoffe, sondern nur Organismen, und keine Bildung eines neuen Organismus, aufser durch die von andern Organismen ausgeschiedenen Stoffe, und durch die bei ihrer Auflösung bleibenden Reste. Es werden also auch die Nebelflecke, die wir durch Teleskope nicht in Sterne auflösen können, von *Chladni* mit nicht gröfserem Rechte Urmaterie genannt, als wir unsere einfachen Körper Urstoffe nennen.

Wären die Meteormassen *Trümmer* eines zerstörten *Himmelskörpers*, so könnten sie nicht dieselbe Zusammensetzung wie unsere Erde haben; denn es bleibt ewig wahr, dafs Kraft und Materie derselbe ideale und reale Ausdruck eines Dinges sind, und dafs sich jede Verschiedenheit des einen durch eine eben so grofse Verschiedenheit des andern darstelle Die einzelnen Weltkörper, die durch ihre Entfernung von der Sonne und ihre Umlaufzeiten ihre weit verschiedenen Kraftäufserungen so deutlich darlegen, können auch hinsichtlich ihrer Zusammensetzung keine Gleichheit unter einander zeigen. Es ist nicht zu läugnen, dafs die Materie immer aus denselben Grundstoffen bestehe, allein diese sind etwas anderes als unsere unzerlegten Körper, und es ist eine

rein willkürliche Voraussetzung, nicht nur letztere, sondern auch ihre binären Verbindungen in allen Weltkörpern gleich annehmen zu wollen. Wir haben keinen Beweis eines wirklich zersprungenen Planeten, und deren müſste doch eine groſse Menge seyn, wenn ihre Bruchstücke die zahllose Menge der Meteormassen bilden sollten. — Wir können auch an ihr Fallen nicht glauben, so lange die vier Planeten zwischen Mars und Jupiter, die mit einiger Wahrscheinlichkeit als Trümmer eines zerstörten gröſseren angesehen werden, in unwandelbaren Bahnen die Sonne umkreisen.

Würden sie ja fallen, so müſste dieſs gegen die Sonne, und nicht gegen die Erde geschehen, deren Anziehungskraft gegen sie in dem Maſse gröſser geworden wäre, als sie kleiner als der ganze Planet, dessen Theile sie waren, geworden sind. Wir können nicht läugnen, daſs einzelne Weltkörper zu seyn aufhören können, ob sie aber deſswegen in Stücke springen werden, oder sich nach und nach auflösen, wie die irdischen Körper, ist eine andere Frage. Ersteres wird ohne Grund dieser Hypothese zu Liebe angenommen, und die Kraft, die ihnen dadurch mitgetheilt wird, willkürlich gröſser angesetzt, als die Anziehungskraft der Sonne und ihre eigene Tangentialkraft, die es allein ist, die sie gegen die Erde treiben könnte; denn von einem Stoſse, den sie von auſsen erhalten sollten, haben wir keinen Begriff. Kämen sie aber auch zur Erde, so gesteht *Chladni* selbst zu, daſs die Bogensprünge, *caprae saltantes* (die aber nicht so häufig vorkommen, daſs es sich ihretwegen der Mühe lohnte, eine so wunderliche Hypothese zu ersinnen), dadurch entstehen, daſs die Masse von der Atmosphäre zurückprallt; dadurch wird nun ihre Kraft immer mehr geschwächt, und sie werden die Atmosphäre nicht erst mit geschwächter Kraft durchdrin-

gen, da sie es nicht gleich beim ersten Auffallen im Stande waren.

Das Hindernifs, die Atmosphäre zu durchdringen, scheint gerade an ihrer solaren Seite am gröfsten; denn so wie am terrestrischen Ende die Schwere am stärksten wirkt, und ihr Gegensatz, die Repulsion, in dem Verhältnisse wachsen mufs, als die Schwere in gröfseren Entfernung abnimmt, so ist sie auch an der solaren Grenze am stärksten, und die Schwere kann nicht dort stark genug wirken, solche Massen anzuziehen, wo eben die Repulsion stark genug angenommen wird, sie abspringen zu machen. *Chladni* sah sich zu dieser Hypothese gezwungen, weil er es für unmöglich hielt, dafs sich feste Körper in den oberen Regionen der Atmosphäre bilden, oder durch irgend eine Kraft so hoch getrieben werden können. Allein, wenn wir nur die unmerklichen Ausdünstungen der Körper als Stoff der Meteormassen ansehen, so läfst sich leicht abnehmen, dafs sie im äusserst fein vertheilten Zustande seyn müssen, und sich bedeutend heben können, ohne durch eine andere als die ihnen eigene expansive Kraft getrieben zu werden, wobei aber die unausgesetzte Strömung in der Atmosphäre, die wegen Verschiedenheit der Temperatur vom Äquator zu den Polen geht, zu ihrer Vertheilung gewifs bedeutend mitwirkt. Zudem ist ja von keinem blofsen Aufsteigen die Rede, sondern von einer gegenseitigen Einwirkung dieser Theile in der Atmosphäre, wodurch sie von dieser auf eine uns unbekannte Art, etwa so wie die Nahrungsmittel im organischen Körper, aufgenommen, durch ihre ganze Masse vertheilt, und, anders zusammengesetzt, wieder ausgeschieden werden. Es sind daher in allen Theilen der Atmosphäre feste Körper der Erde vorhanden, sie können überall ausgeschieden werden, ohne dafs die Luftmasse dadurch vermindert

wird, wie denn auch die Feuerkugeln in den verschiedensten Höhen beobachtet werden; und gerade die Erscheinungen der Feuerkugel sind denen ähnlich, die wir im Kleinen bemerken, wenn gasförmige Körper plötzlich zu festen zusammentreten, nämlich die Lichterscheinung, der Knall, das Freiwerden von Wärme.

II.

Beitrag zur Lehre von Kettenbrücken;

von

Johann Kuschelbauer in Grätz.

Mehrfach angestellte Berechnungen über Kettenbrücken, die ich nach den Angaben des französischen Ingenieurs, Herrn *Navier*, unternahm, machten mich auf den Abgang einer genauen Berechnungsart der Hängstangen für die wirkliche Bauführung aufmerksam, welchen auf folgende Art zu ergänzen mein Bestreben war.

Herr *Navier* hat nämlich in seiner Abhandlung von Kettenbrücken zur Berechnung der Ordinaten die Formel $y = \frac{f x^2}{h^2}$ hergeleitet, worin y die verticale Ordinate, x die horizontale Abscisse, h die halbe Spannweite, und f den Pfeil der Krümmung bedeutet. Dadurch wird für jede willkürlich angenommene Abscisse, von dem Scheitel der Krummen gerechnet, die Lage des entsprechenden Punctes in der Krummen bestimmt, und auf diese Art die Kettenlinie construirt, wobei jedoch die Entfernungen der bestimmten Puncte ungleich ausfallen werden. Beim Bau der Kettenbrücken besteht aber die Bedingung, dafs alle Glieder der Kette einander gleich seyn sollen, und dieses veranlafst, dafs die Hängstangen

nicht gleich weit von einander stehen können, sondern von dem tiefsten Puncte der Kette gegen das obere Ende zu sich nach einem gewissen Gesetze immer mehr nähern.

Will man daher ein genaues Rechnungsresultat für die Ordinaten der gleich langen Kettenglieder und für die davon abzuleitende Länge der Hängstangen erhalten, so muſs man zuvor die horizontalen Abstände der letztern von dem tiefsten Puncte der Kette bei gleichen Entfernungen in der Krummen suchen, und diesen Werth statt x in obige Formel substituiren.

Nennt man s die halbe Länge der Kettenlinie, nämlich vom Scheitel bis zum Auflagspuncte, so ist nach *Navier's* Angabe

$$s = x + \frac{h^2}{2f}\left[\frac{1}{2.3}\left(\frac{2fx}{h^2}\right)^3 - \frac{1}{5.8}\left(\frac{2fx}{h^2}\right)^5 + \frac{1}{7.16}\left(\frac{2fx}{h^2}\right)^7 - \frac{5}{9.128}\left(\frac{2fx}{h^2}\right)^9 + \ldots\right] \quad \text{(I)}$$

Diese Gleichung kann zu jenem Zwecke dienen, indem man die Gröſse x durch s ausdrückt, und dieſs kann nur durch die Umkehrung der Reihe geschehen. Man setze nämlich

$$\frac{2fx}{h^2} = \frac{2f}{h^2}\left(As + Bs^3 + Cs^5 + Ds^7 + Es^9 + Fs^{11} + \ldots\right) \quad \text{(II)}$$

und erhebe $\frac{2fx}{h^2}$ nach und nach auf die 3te, 5te, 7te, 9te, 11te, 13te und 15te Potenz.

Multiplicirt man die erhaltenen Potenzen mit den zugehörigen in der Gleichung (I) angeführten Coefficienten, und verbindet die neuen Werthe mit den Zeichen der letztern, so entsteht eine neue Gleichung für die Gröſse s, welche auf *Null* gebracht wird, indem man beiderseits s abzieht. Sodann müssen auch alle Glieder der Gleichung, welche eine gleiche Potenz von $\frac{2f}{h^2}$

zum gemeinschaftlichen Factor haben, $=0$ seyn, und hieraus lassen sich die Coefficienten A, B, C, D, E, F u. s. w. bestimmen.

Substituirt man nun die so berechneten Werthe der Coefficienten A, B, C, D, E und F in die Gleichung (II), so erhält man

$$x = s - \frac{1}{6}\left(\frac{2f}{h^2}\right)^2 s^3 + \frac{13}{120}\left(\frac{2f}{h^2}\right)^4 s^5 - \frac{493}{5040}\left(\frac{2f}{h^2}\right)^6 s^7$$
$$+ \frac{37369}{362880}\left(\frac{2f}{h^2}\right)^8 s^9 - \frac{4732249}{39916800}\left(\frac{2f}{h^2}\right)^{10} s^{11} + \ldots =$$
$$= s - 0{,}166666\left(\frac{2f}{h^2}\right)^2 s^3 + 0{,}1083333\left(\frac{2f}{h^2}\right)^4 s^5$$
$$- 0{,}09781746\left(\frac{2f}{h^2}\right)^6 s^7 + 0{,}10297894\left(\frac{2f}{h^2}\right)^8 s^9$$
$$- 0{,}11855281\left(\frac{2f}{h^2}\right)^{10} s^{11} + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III)}$$

Die weitere Fortsetzung dieser abnehmenden Reihe ist nicht nothwendig, weil die folgenden Glieder derselben wegen ihres geringen Werthes keine in der Ausführung merkbare Änderung für die Länge der Hängstangen herbeiführen, und die Rechnung nur erschweren würden.

Um eines Theils den bequemen Gebrauch derselben zu zeigen, andern Theils aber zu beweisen, dafs diese Formel bei anzustellenden Berechnungen keine gröfsere Genauigkeit zu wünschen übrig lasse, will ich jene Rechnung der Hängstangen anführen, die ich bei Gelegenheit des Entwurfes einer Kettenbrücke unternommen habe.

Dem Antrage gemäfs soll die Spannweite der Ketten oder die Entfernung ihrer Auflagspuncte $41^\circ\ 3'\ 6''$, also die halbe Spannweite $h = 20^\circ\ 4'\ 9'' = 124{,}75$ Schuh, und der Pfeil f der Krümmung $\frac{1}{7}$ der halben Spannweite betragen. Die halbe Länge der Kettenlinie beträgt daher nach *Navier's* Formel $c = 21{,}07117964$ Klafter. Ferner

ist $\frac{f}{h} = \frac{1}{7}$, $\frac{2f}{h^2} = \frac{2f}{h \cdot h} = \frac{2}{7 \cdot 124{,}75} = 0{,}0022902948$ und $\log. \frac{2f}{h^2} = 0{,}3598913 - 3$. Man drücke sich nun jedes Glied der obigen Formel logarithmisch aus, so wird

$$+ \log. s = \quad \ldots \quad + \log. s \quad \text{(IV)}$$

$$- \log. 0{,}166666 \left(\frac{2f}{h^2}\right)^2 s^3 =$$

$$= - (0{,}2218488 - 1 + 2(0{,}3598913 - 3) + 3 \log. s)$$

$$= \quad \ldots \quad - (0{,}9416314 - 7 + 3 \log. s) \quad \text{(V)}$$

$$+ \log. 0{,}1083333 \left(\frac{2f}{h^2}\right)^4 s^5 =$$

$$= + (0{,}0347620 - 1 + 4(0{,}3598913 - 3) + 5 \log. s)$$

$$= \quad \ldots \quad + (0{,}4743272 - 12 + 5 \log. s) \quad \text{(VI)}$$

$$- \log. 0{,}09781746 \left(\frac{2f}{h^2}\right)^6 s^7 =$$

$$= - (0{,}9904163 - 2 + 6(0{,}3598913 - 3) + 7 \log. s)$$

$$= \quad \ldots \quad - (0{,}1497641 - 17 + 7 \log. s) \quad \text{(VII)}$$

$$+ \log. 0{,}10297894 \left(\frac{2f}{h^2}\right)^8 s^9 =$$

$$= + (0{,}0127484 - 1 + 8(0{,}3598913 - 3) + 9 \log. s)$$

$$= \quad \ldots \quad + (0{,}8918788 - 23 + 9 \log. s) \quad \text{(VIII)}$$

$$- \log. 0{,}11855281 \left(\frac{2f}{h^2}\right)^{10} s^{11} =$$

$$= - (0{,}0739118 - 1 + 10(0{,}3598913 - 3) + 11 \log. s)$$

$$= \quad \ldots \quad - (0{,}6728248 - 28 + 11 \log. s) \quad \text{(IX)}$$

In diese Ausdrücke substituire man die um gleich viel zunehmenden Längen der Kette. Da bei dem erwähnten Projecte auf jeder Seite der Brücke zwei Ketten einen Schuh weit über einander angetragen wurden, deren jede aus 8 Schuh langen Gliedern besteht, und die Glieder der einen Kette mit den Ösen der andern wechseln, so wird man die Länge s in unserer Rechnung immer um 4 Schuh zunehmen lassen müssen.

Gesetzt, man wollte für die untere Kette, bei welcher eine Öse in die Mitte der krummen Linie fällt, die Ordinate für den Vereinigungspunct des fünften und sechsten Kettengliedes erfahren, so wird für diesen Punct $s = 40$ gesetzt werden müssen. Es ist sodann:

(IV) $= + 1{,}6020600$,	und die zugehörige Zahl		$= + 40{,}00000000$
(V) $= - (0{,}7478114 - 2)$	»	»	$= - 0{,}05595145$
(VI) $= + (0{,}4846272 - 4)$	»	»	$= + 0{,}00030523$
(VII) $= - (0{,}3641841 - 7)$	»	»	$= - 0{,}00000023$
(VIII) $= + (0{,}3104188 - 8)$	»	»	$= + 0{,}00000002$
(IX) $= - (0{,}2954848 - 10)$	»	»	$= - 0{,}00000000$

Summirt man sowohl die positiven als auch die negativen Glieder für sich besonders. und zieht die Summe der letztern von der Summe der erstern ab, so gibt der Unterschied die Abscisse oder die Entfernung der Hängstange von dem Scheitel der krummen Linie, nämlich $x = 39{,}94435357$ Schuh.

Zur Berechnung der Ordinate wird man sich der vorerwähnten Formel $y = \frac{f x^2}{h^2}$ bedienen müssen, in welcher man statt x den obigen in Schuhen ausgedrückten Werth der Abscisse substituiren muſs. Zur bequemeren Rechnung drücke man sich die Formel logarithmisch aus, nämlich

$$\log. y = \log. \frac{f}{h^2} + 2 \log. x.$$

Nun ist $\frac{f}{h} = \frac{1}{7}$, also

$$\frac{f}{h^2} = \frac{1}{7 \cdot 124{,}75} = 0{,}001145147 4$$

$$\text{und} \quad \log. \frac{f}{h^2} = 0{,}0588613 - 3,$$

daher

$$\log. y = 0{,}0588613 - 3 + 2 \log. x.$$

Für $x = 39{,}94483357$ ist

$$\log . x = 1{,}6014554,$$

folglich

$$\log . y = 0{,}0588613 - 3 + 2 . 1{,}6014554 = 0{,}2617721$$

und $y = 1{,}827141$ Schuh $= 1'\ 9''\ 11{,}1'''$.

Gibt man zu diesem Maſse noch diejenige Entfernung zu, um welche das untere Ende der Hängstangen von dem Scheitelpuncte der Krummen entfernt ist, welche hier 5′ 9″ beträgt, so gibt die Summe die ganze Länge der betreffenden Hängstange. Für die Hängstangen der obern Kette wird man aus der früher angeführten Ursache noch einen Schuh zugeben müssen.

Hat man auf diese Art alle Ordinaten und Abscissen berechnet, so wird es zweckmäſsig seyn, ihre Längen, so wie auch die daraus abgeleiteten Längen der Hängstangen in eine Tabelle von der hier ersichtlichen Form zusammen zu tragen. Die erste Rubrik derselben enthält die um vier Schuh wachsenden Längen der Kettenabtheilungen; die zweite Rubrik enthält die berechneten Abstände der Hängstangen von dem Scheitelpuncte der Krummen im Decimalmaſse von Schuhen ausgedrückt. Die dritte Rubrik faſst die berechneten Ordinaten, im Decimalmaſse von Schuhen ausgedrückt, in sich. In der vierten Rubrik ist die Länge der Hängstangen im Werkmaſse ausgewiesen, und in der fünften Rubrik angezeigt, für welche der beiden Ketten die betreffenden Hängstangen berechnet wurden.

Länge der Kettenabtheilungen in Schuhen	Abscisse im Decimalmaſse von Schuhen.	Ordinate im Decimalmaſse von Schuhen.	Länge der Hängstangen im Werkmaſse.				Angabe, für welche Kette die berechnete Hängstange gilt.
			°	′	″	‴	
							Für die
0	—	—	0	5	9	0	untere Kette.
4	3,99994405	0,01832183	1	0	9	2,6	obere »
8	7,99955248	0,07328118	0	5	9	10,5	untere »
12	11,99849006	0,1648596	1	0	10	11,7	obere »
16	15,99642223	0,2930266	1	0	0	6,2	untere »
20	19,99301559	0,4577385	1	1	2	5,9	obere »
24	23,98793816	0,6589418	1	0	4	10,8	untere »
28	27,98085976	0,896568	1	1	7	9,1	obere »
32	31,97145238	1,170538	1	0	11	0,5	untere »
36	35,95939052	1,480764	1	2	2	9,2	obere »
40	39,94435357	1,827141	1	1	6	11,1	untere »
44	43,92601571	2,209555	1	2	11	6,1	obere »
48	47,90406723	2,627884	1	2	4	6,4	untere »
52	51,87819369	3,081986	1	3	9	11,8	obere »
56	55,84808683	3,571723	1	3	3	10,3	untere »
60	59,81344289	4,096933	1	4	10	1,9	obere »
64	63,77396264	4,657446	1	4	4	10,6	untere »
68	67,72936177	5,253095	2	0	0	0,4	obere »
72	71,67932095	5,883680	1	5	7	7,2	untere »
76	75,62358630	6,549013	2	1	3	7,0	obere »
80	79,56186976	7,24888	2	0	11	11,8	untere »
84	83,49389835	7,983089	2	2	8	9,5	obere »
88	87,41940571	8,751388	2	2	6	0,2	untere »
92	91,33813172	9,553567	2	4	3	7,7	obere »
96	95,24982172	10,38938	2	4	1	8,0	untere »
100	99,15422770	11,25858	3	0	0	1,2	obere »
104	103,05110903	12,16092	2	5	10	11,1	untere »
108	106,94022954	13,09616	3	1	10	1,8	obere »
112	110,82136404	14,06397	3	1	9	9,2	untere »
116	114,69428859	15,06415	3	3	9	9,2	obere »
120	118,55879050	16,0964	3	3	10	1,8	untere »
124	122,41466216	17,16043	—	—	—	—	—
126,427077	124,74999359	17,8214	—	—	—	—	—

Aus der letzten Querspalte ersieht man, daſs, wenn für s die halbe Länge der Kette substituirt wird, die Abscisse $x = 124,74999359$ Schuh oder 20,79166559 Klafter beträgt.

Dieser Werth unterscheidet sich von der halben Spannweite, die 124,75 Schuh oder 20,7916666 Klafter ausmacht, nur um 0,0000107 Klafter, oder um 0,011 eines Punctes, und liefert einen hinlänglichen Beweis von der Genauigkeit der Formel.

* * *

Hiemit glaube ich die zur Berechnung der Hängstangen nothwendigen Behelfe geliefert, und die Bedenklichkeiten jener Bauverständigen gehoben zu haben, welche gegen die sichere Anwendbarkeit der Ordinatenrechnung auf die Bestimmung der Hängstangen einiges Miſstrauen aus dem Grunde hegen, weil ihre mathematisch bestimmten Hängstangen beim Einhängen bald zu lang, bald zu kurz waren. Dieses Ereigniſs ist jedoch keineswegs der hierbei zum Grunde gelegten Rechnungsformel des Herrn *Navier*, sondern nur dem unrichtigen Gebrauche derselben zuzuschreiben; denn die erwähnte Ordinatenformel wird, wie leicht zu vermuthen steht, zur Bestimmung der Hängstangen gebraucht worden seyn, ohne früher berechnet zu haben, wie weit die Ordinaten von einander zu stehen kommen, wenn alle Kettenglieder einander gleich seyn sollen. Es konnte daher in diesem Falle nichts anderes übrig bleiben, als die Entfernungen der Hängstangen durchaus gleich, und zwar so groſs wie die Kettenglieder anzunehmen, und das Maſs dieser um gleich viel zunehmenden Abscissen in die Ordinatenformel zu substituiren. Hieraus ergaben sich Ordinaten, welche zwar zur Construction der Kettenlinie bei *ungleich* langen Kettengliedern dienen, jedoch für unsere Bauart, wobei die Glieder gleich groſs angenommen werden, nicht entsprechend sind; denn die Annahme gleich groſser Kettenglieder bringt es mit sich, daſs sich die Hängstangen, besonders in der Nähe

des Auflagspunctes, der Kette merkbar nähern, wodurch sich die diesen Puncten zukommenden Ordinaten in ihrer Länge bedeutend von jenen Ordinaten unterscheiden, welche bei gleich viel zunehmenden Abscissen Statt finden.

Erwägt man dieses genau, so wird kein Grund vorhanden seyn, die theoretischen Angaben zu verwerfen, und sich zur Bestimmung der Hängstangen bloſs mechanischer Hülfsmittel, z. B. einer nach einem verjüngten Maſsstabe verfertigten Drahtkette zu bedienen. Dieses Mittel dürfte sogar unzuverläſsig seyn, weil die Bearbeitung der einzelnen Bestandtheile einer solchen Drahtkette im Verhältnisse zu ihrem Gewichte und ihrem Umfange nicht dieselbe Genauigkeit hoffen läſst, wie die Bearbeitung der Glieder im Groſsen im Verhältnisse zum Gewichte und der Länge der ganzen Kette. Es wäre daher dieses Verfahren nur bei solchen Brücken räthlich, wo man durch ein Nothbehelf, wie z. B. durch am Ende der Hängstangen angebrachte Schrauben, jeder bemerkten Abweichung sogleich abhelfen, und hiedurch die horizontale Lage der Tragschienen bewerkstelligen kann. Bei Brücken jedoch, welche bedeutende Fuhrwerke zu tragen haben, wird man sich nicht auf die Tragkraft der Schraubengewinde verlassen können, sondern förmliche Bolzen oder Durchschübe zur Auflage der Tragschienen bestimmen müssen, und dieſs fordert, daſs die Längen der Hängstangen auf eine genauere Art, als es durch die verjüngte Kette geschehen kann, und zwar durch die im Vorigen gezeigte Rechnung, bestimmt werden.

Sollte man endlich die Theorie der Kettenlinie für die Berechnung der Kettenbrücken aus dem Grunde unanwendbar halten, weil die Ketten wegen ihren geraden Gliedern keine reine Krümmung bilden, und das Gewicht eines jeden Gliedes in dessen Länge nicht so gleich-

förmig vertheilt ist, wie das Gewicht eines durchaus gleich dicken Fadens in *seiner* Länge, so ist zu erwägen, daſs bei der genauen Bearbeitung der Glieder die Ösen gleich groſs, und die Stangen zwischen selben gleich dick hergestellt werden, und daſs sonach an jeder Öse das halbe Gewicht des ganzen Gliedes eben so herabdrücken muſs, als wenn die Schwere durch die ganze Länge gleichförmig vertheilt wäre. Es werden daher die Glieder der Kette durch ihr beiderseits gleichmäſsig vertheiltes Gewicht auf einander eben so, wie die unendlich klein angenommenen Theile eines durchaus gleich beschwerten Fadens vermög des ihnen zukommenden Gewichtes auf einander wirken; und so wie die Endpuncte dieser unendlich kleinen Theile die krumme Linie des Fadens bilden, so liegen auch die Ösen der Glieder in der Kettenlinie, wenn gleich die Glieder selbst gerade sind. Da nun die Länge der Hängstangen bloſs von der Lage der Ösen abhängt, so wird die Theorie der Kettenlinie in Hinsicht der Bestimmung der Hängstangen vollkommen hieher passen, und verdient ihre Anwendung am gehörigen Orte.

III.

Beitrag zur Theorie der Integration partieller Differenzialgleichungen höherer Ordnungen;

von

Joseph L. Raabe.

1) Bei der Integration einer partiellen Differenzialgleichung, welche die erste Ordnung übersteigt, hat man vorzüglich darauf zu sehen, ob die vorgelegte Differenzialgleichung ein Integrale von nächst niederer Ordnung zulasse; denn bekanntlich gibt es partielle Differenzialgleichungen, welche endliche Integralien zulassen, ohne daſs sie Integralien von erster, zweiter, etc. Ordnung haben.

Der Grund hiervon liegt in der Bildungsweise der partiellen Differenzialgleichungen aus ihren Integralien; denn wenn man sich aus einer partiellen Differenzialgleichung erster Ordnung zwischen drei Variablen x, y, z und den partiellen Differenzialcoefficienten $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$ durch zweimaliges Differenziren dieser Gleichung, ein Mal nach x, und das andere Mal nach y, eine partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung verschafft, so hat die dadurch erhaltene Gleichung bestimmt ein Integrale erster Ordnung, nämlich die vorgelegte Gleichung selbst; bildet man sich aber aus einer Gleichung zwischen x, y, z, die wir durch

$$z = f(x, y)$$

vorstellen, durch Verbindung derselben mit folgenden aus ihr durch partielles Differenziren nach x und nach y gefolgerten fünf Gleichungen:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{df(x,y)}{dx}, \quad \frac{dz}{dy} = \frac{df(x,y)}{dy},$$

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{d^2f(x,y)}{dx^2}, \quad \frac{d^2z}{dx\,dy} = \frac{d^2f(x,y)}{dx\,dy}, \quad \frac{d^2z}{dy^2} = \frac{d^2f(x,y)}{dy^2},$$

ebenfalls eine partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung, die x, y, z, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{d^2z}{dx^2}$, $\frac{d^2z}{dx\,dy}$, $\frac{d^2z}{dy^2}$ enthalten soll, dann hat diese wohl ein endliches Integrale, nämlich die vorgelegte Gleichung selbst; man kann da aber nicht mit Gewiſsheit aussprechen, daſs sie auch ein Integrale erster Ordnung zulassen werde.

Eine ähnliche Betrachtung gilt auch von partiellen Differenzialgleichungen höherer Ordnungen.

Ich will nun zur Angabe eines Verfahrens schreiten, mit Hülfe dessen man untersuchen kann, ob eine vorgelegte partielle Differenzialgleichung, welche die erste Ordnung übersteigt (denn nur solche bedürfen dieses Verfahrens), ein Integrale von nächst niederer Ordnung zulasse oder nicht.

2) Um mit dem einfachsten Falle den Anfang zu machen, wollen wir die erwähnte Untersuchung zuerst bei partiellen Differenzialgleichungen zweiter Ordnung anstellen, und dann auf die höheren Ordnungen übergehen.

Von diesen Gleichungen sollen auch jene, welche bloſs drei Variablen enthalten, vorangehen.

Man habe also die partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung

$$f(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \quad \ldots \quad (1)$$

in welcher der Kürze wegen p, q, r, s, t der Ordnung nach statt $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{d^2z}{dx^2}$, $\frac{d^2z}{dx\,dy}$, $\frac{d^2z}{dy^2}$ gesetzt worden sind, zu behandeln.

Läſst diese Gleichung ein Integrale erster Ordnung

zu, so sey es

$$\omega(x, y, z, p, q) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wo ω eine noch unbekannte Function vorstellt.

Die Gleichung (1) kann aus (2) nur dadurch entstanden seyn, daſs man letztere mit den zwei aus derselben durch partielles Differenziren ein Mal nach x, und ein Mal nach y gefolgerten Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz} p + \frac{d\omega}{dp} r + \frac{d\omega}{dq} s = 0 \\ \frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz} q + \frac{d\omega}{dp} s + \frac{d\omega}{dq} t = 0 \end{array}\right\} \quad . \quad (3)$$

wo der Kürze wegen ω statt $\omega(x, y, z, p, q)$ gesetzt worden ist, wie immer verbunden hat; es muſs daher auch umgekehrt die Gleichung (1) mit (2) identisch werden, wenn man aus den beiden letzten Gleichungen die Werthe je zweier der Gröſsen r, s, t sucht, und sie in (1) substituirt, welches unmittelbar aus dem Begriffe eines Integrals einer Differenzialgleichung folgt.

Sucht man nun wirklich aus den zwei letzten Gleichungen die Werthe zweier der erwähnten Gröſsen, z. B. von r und t, so hat man:

$$\left.\begin{array}{l} r = -\left(\frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz} p + \frac{d\omega}{dq} s\right) : \frac{d\omega}{dp} \\ t = -\left(\frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz} q + \frac{d\omega}{dp} s\right) : \frac{d\omega}{dq} \end{array}\right\} \quad . \quad (4)$$

Diese Werthe in die Gleichung (1) substituirt, geben nach dem Vorhergehenden die identische Gleichung:

$$f(x, y, z, p, q, r, s, t) = \omega(x, y, z, p, q),$$

wo der Kürze wegen linker Hand des Gleichheitszeichens r und t statt ihrer Werthe beibehalten worden sind.

Man sieht aber, daſs in dem einen Gliede der letzten identisch seyn sollenden Gleichung die Gröſse s vorkommt, während sie in dem andern fehlt; mithin kann

die Identität nur dann Statt haben, wenn alle Glieder, die mit s behaftet sind, für sich verschwinden; oder mit andern Worten, dieser letztern Gleichung mufs, abgesehen von dem Werthe von s, Genüge gethan werden.

Man ordne daher die letzte Gleichung, nachdem für r, t die Werthe (4) substituirt worden sind, nach den verschiedenen Potenzen von s, und setze jeden der sich ergebenden Coefficienten dieser Potenzen gleich Null, so erhält man für jeden besonderen Fall eine gewisse Anzahl von Gleichungen, die von x, y, z, p, q, $\frac{d\omega}{dx}$, $\frac{d\omega}{dy}$, $\frac{d\omega}{dz}$, $\frac{d\omega}{dp}$, $\frac{d\omega}{dq}$ abhängen. Eine dieser Gleichungen, und zwar jene, die aus dem mit s nicht behafteten Gliede der geordneten Gleichung entsprungen ist, wird zwar ω enthalten, allein da vermöge (2) $\omega = o$ ist, so lassen wir diese Gröfse überall, wo sie erscheint, weg.

Diese Gleichungen drücken die Bedingungen aus, welche Statt haben müssen, damit die vorgelegte Gleichung (1) ein Integrale erster Ordnung zulasse; und umgekehrt, wird man eine Function $\omega(x, y, z, p, q)$ finden können, die sämmtlichen Bedingungsgleichungen Genüge leistet, so wird man nicht nur von dem Vorhandenseyn eines Integrals erster Ordnung versichert seyn, sondern diese gefundene Function $\omega(x, y, z, p, q)$ gleich Null gesetzt, wird auch das Integrale erster Ordnung darstellen.

3) In den Fällen, wenn die vorgelegte partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung sämmtliche Differenzialcoefficienten zweiter Ordnung, nämlich r, s, t, enthält, ist es gleichgültig, welche zwei dieser Gröfsen man mit Hülfe der Gleichungen (3) aus der vorgelegten (1) eliminirt; fehlt aber in der letztern eine dieser Grössen, so wollen wir, je nachdem diefs bei einer oder der

andern dieser Gröſsen Statt findet, jeden Fall besonders betrachten.

a) Es fehle die Gröſse r, und man will untersuchen, ob die Gleichung

$$f(x, y, z, p, q, s, t) = 0 \quad . \; . \; . \quad (5)$$

ein Integrale erster Ordnung hat.

Stellt man dieses Integrale durch die Gleichung (2) des vorigen Paragraphs vor, so kann zur Erzeugung derselben bloſs die zweite der Gleichungen (3) beigetragen haben. Man berechne daher aus derselben den Werth einer der Gröſsen s, t, und substituire ihn in die Gleichung (5), so muſs dadurch diese letzte Gleichung unabhängig von der noch übrigen Gröſse s oder t Statt haben; wird aber das Resultat der Substitution nach den verschiedenen Potenzen der noch übrig gebliebenen unbestimmten Gröſse geordnet, und jeder Coefficient einer dieser verschiedenen Potenzen für sich gleich Null gesetzt, so gelangt man zu den Bedingungsgleichungen, unter welchen die Gleichung (5) ein Integrale erster Ordnung hat.

b) Fehlt die Gröſse t, dann ist dasselbe Verfahren mit der ersten der Gleichungen (3) und der vorgelegten

$$f(x, y, z, p, q, r, s) = 0 \quad . \; . \; . \quad (6)$$

vorzunehmen.

c) Fehlt endlich in der vorgelegten Gleichung zweiter Ordnung die Gröſse s, so daſs sie von der Form

$$f(x, y, z, p, q, r, t) = 0 \quad . \; . \; . \quad (7)$$

ist, dann muſs man beide Gleichungen (3) benützen, um zu untersuchen, ob erstere ein Integrale erster Ordnung besitzt. Am schnellsten wird man seinen Zweck erreichen, wenn man die Werthe von r und t aus den Gleiehungen (4) in dieselbe substituirt,

und dann s als die Gröfse, von der die resultirende Gleichung unabhängig ist, ansieht.

Falls die Gleichungen (5) und (6) Integralien erster Ordnung haben, kann man sie als gewöhnliche Differenzialgleichungen zwischen zwei Variablen betrachten; die erstere so, als ob z und y, und die letztere so, als ob z und x bei der Differenziation als variabel angesehen worden wären, während die Gleichung (7), obwohl s in derselben fehlt, aus ihrem Integrale nur durch die Annahme, dafs beide Gröfsen x und y, mithin auch z beim Differenziren variabel waren, entstanden seyn kann.

4) Auf eine ähnliche Weise wollen wir die partiellen Differenzialgleichungen zweiter Ordnung zwischen vier Variablen betrachten.

Es sey die Gleichung

$$f\left(x, y; z, u; \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{du}{dz}, \frac{d^2u}{dx^2}, \frac{d^2u}{dx\,dy}, \frac{d^2u}{dx\,dz}, \frac{d^2u}{dy^2}, \frac{d^2u}{dy\,dz}, \frac{d^2u}{dz^2}\right) = 0 \quad . \quad (8)$$

gegeben. Wenn dieselbe ein Integrale erster Ordnung hat, so sey es:

$$\omega\left(x, y, z, u, \frac{du}{dx}, \frac{du}{dy}, \frac{du}{dz}\right) = 0 \quad . \quad (9)$$

Die erstere Gleichung kann aus der letzteren nur dadurch entstanden seyn, dafs man letztere mit den drei aus ihr gefolgerten Differenzialien nach x, y, z:

$$\frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{du}\cdot\frac{du}{dx} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dx}}\cdot\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dy}}\cdot\frac{d^2u}{dx\,dy} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dz}}\cdot\frac{d^2u}{dx\,dz} = 0,$$

$$\frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{du}\cdot\frac{du}{dy} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dx}}\cdot\frac{d^2u}{dx\,dy} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dy}}\cdot\frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dz}}\cdot\frac{d^2u}{dy\,dz} = 0,$$

$$\frac{d\omega}{dz} + \frac{d\omega}{du}\cdot\frac{du}{dz} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dx}}\cdot\frac{d^2u}{dx\,dz} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dy}}\cdot\frac{d^2u}{dy\,dz} + \frac{d\omega}{d\cdot\frac{du}{dz}}\cdot\frac{d^2u}{dz^2} = 0$$

wie immer verbunden hat.

Wenn nun aus diesen Gleichungen je drei der sechs Gröfsen $\frac{d^2u}{dx^2}$, $\frac{d^2u}{dx\,dy}$, $\frac{d^2u}{dx\,dz}$, $\frac{d^2u}{dy^2}$, $\frac{d^2u}{dy\,dz}$, $\frac{d^2u}{dz^2}$ berechnet, und in die Gleichung (8) substituirt werden, so mufs diese mit (9) identisch seyn, welches aber nur dann angehen wird, wenn nach der Substitution die drei noch übrigen der eben erwähnten sechs Gröfsen, jede für sich, aus dem Resultate verschwinden.

Dadurch sind wir nun im Stande, die Bedingungsgleichungen herzustellen, die sämmtlich zugleich Statt haben müssen, damit die vorgelegte Gleichung (8) ein Integrale erster Ordnung gestatte.

Auf ähnliche Weise verfahre man, um die Bedingungsgleichungen zu erhalten, die Statt haben müssen, damit eine partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung von mehreren Variablen ein Integrale erster Ordnung zulasse.

Ähnliche Betrachtungen, wie im §. 3, lassen sich auch bei partiellen Differenzialgleichungen von vier und mehreren Variablen anstellen, die ich, um nicht zu weitläufig zu werden, übergehe.

5) Wenden wir uns zu den partiellen Differenzialgleichungen dreier Variablen dritter Ordnung.

Bei diesen sind drei Fälle möglich: erstens kann die vorgelegte Gleichung ein Integrale zweiter Ordnung haben; zweitens kann ein solches Integrale fehlen, während sie doch ein Integrale erster Ordnung hat; und drittens kann sie weder ein Integrale zweiter noch erster Ordnung, sondern bloſs ein endliches Integrale besitzen.

Den letztern Fall, der nicht in die gegenwärtige Untersuchung gehört, schlieſsen wir daher auch von allen Betrachtungen aus, und beschäftigen uns bloſs mit den beiden erstern Fällen.

6) Man habe es mit einer partiellen Differenzialgleichung dritter Ordnung von der Form

$$f\left(x, y, z, p, q, r, s, t, \frac{d^3 z}{dx^3}, \frac{d^3 z}{dx^2\,dy}, \frac{d^3 z}{dx\,dy^2}, \frac{d^3 z}{dy^3}\right) = 0 \quad . \quad (10)$$

zu thun, wo p, q, r, s, t die im §. 2 festgesetzten Bedeutungen haben.

Nehmen wir an, sie gestatte ein Integrale zweiter Ordnung, welches durch

$$\omega(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \quad . \quad . \quad (11)$$

vorgestellt werde, so muſs dieselbe aus der letztern Gleichung entstanden seyn, indem man diese mit ihren beiden partiellen Differenzialien nach x und y, nämlich mit

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz}p + \frac{d\omega}{dp}r + \frac{d\omega}{dq}s \\ + \frac{d\omega}{dr}\cdot\frac{d^3 z}{dx^3} + \frac{d\omega}{ds}\cdot\frac{d^3 z}{dx^2\,dy} + \frac{d\omega}{dt}\cdot\frac{d^3 z}{dx\,dy^2} = 0 \\ \frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz}q + \frac{d\omega}{dp}s + \frac{d\omega}{dq}t \\ + \frac{d\omega}{dr}\cdot\frac{d^3 z}{dx^2\,dy} + \frac{d\omega}{ds}\cdot\frac{d^3 z}{dx\,dy^2} + \frac{d\omega}{dt}\cdot\frac{d^3 z}{dy^3} = 0 \end{array}\right\} \quad (12)$$

wie immer verbunden hat.

Da blofs diese Gleichungen dazu beigetragen haben, dafs aus der Gleichung (11) die Gleichung (10) entstanden ist, so mufs man auch umgekehrt, wenn die Gleichung (10) mit (12) verbunden wird, die Gleichung (11) erzeugen können. Nun kommen in der Gleichung (10) und in (12) Gröfsen vor, nämlich

$$\frac{d^3 z}{dx^3}, \quad \frac{d^3 z}{dx^2 dy}, \quad \frac{d^3 z}{dx\, dy^2}, \quad \frac{d^3 z}{dy^3},$$

die in der Gleichung (11) nicht enthalten sind, daher mufs die Resultirende, welche sich ergibt, wenn man aus (10) und (12) zwei dieser vier Gröfsen eliminirt, unabhängig von den beiden noch übrigen Gröfsen Statt finden können; man suche daher aus den beiden letzten Gleichungen zwei dieser vier Gröfsen, z. B. $\frac{d^3 z}{dx^3}$ und $\frac{d^3 z}{dy^3}$, substituire die gefundenen Ausdrücke in die vorgelegte Gleichung (10), ordne sie dann nach den verschiedenen Dimensionen von $\frac{d^3 z}{dx^2 dy}$ und $\frac{d^3 z}{dx\, dy^2}$, setze jeden der Coefficienten, welche mit einer jeden Potenz dieser Gröfsen einzeln oder als Factoren in Verbindung vorkommen, für sich gleich Null; so erhält man die Bedingungsgleichungen, die sämmtlich realisirt werden müssen, damit die vorgelegte partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung ein Integrale zweiter Ordnung habe.

Kann man daher auch umgekehrt eine solche Function ω von x, y, z, p, q, r, s, t finden, die sämmtlichen, auf die eben beschriebene Weise gefundenen Bedingungsgleichungen Genüge thut, dann ist man nicht nur von der Existenz eines Integrals zweiter Ordnung versichert, sondern diese gefundene Function ω ist zugleich das in Rede stehende Integrale.

Die Betrachtungen, die in §. 3 bei vorgelegten partiellen Differenzialgleichungen zweiter Ordnungen ange-

stellt worden sind, lassen sich auch bei den vorliegenden Differenzialgleichungen anstellen, aber aus dem in §. 4 angeführten Grunde unterlasse ich auch hier, sie aus einander zu setzen.

7) Hat aber eine partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung kein Integrale zweiter Ordnung, wovon man sich nach dem in dem vorhergehenden Paragraphe, und aus dem in der Folge erst kommenden, überzeugen kann, so kann es noch bei den Integrationen solcher Gleichungen von grofsem Nutzen seyn, zu untersuchen, ob sie nicht etwa ein Integrale von erster Ordnung haben.

Obwohl dieser Fall schon viel mehr Schwierigkeiten unterworfen ist, wovon wir uns sogleich überzeugen werden, so kann er doch in vielen Fällen etwas Genaueres über die Natur einer solchen Differenzialgleichung anzeigen, wefswegen ich ihn nicht übergehen will.

Man habe also dieselbe Differenzialgleichung (10) dritter Ordnung des vorigen Paragraphs vor sich, und nehme an, ihr Integrale erster Ordnung sey

$$\omega(x, y, z, p, q) = 0 \quad . \; . \; . \quad (13)$$

so kann im gegenwärtigen Falle die vorgelegte Gleichung (10) nur aus Verbindung dieser letzten Gleichung mit folgenden aus derselben durch partielles Differenziren hervorgehenden fünf Gleichungen:

$$\frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz} p + \frac{d\omega}{dp} r + \frac{d\omega}{dq} s = 0 \quad . \quad (14)$$

$$\frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz} q + \frac{d\omega}{dp} s + \frac{d\omega}{dq} t = 0$$

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{d^2\omega}{dz^2} p^2 + \frac{d^2\omega}{dp^2} r^2 + \frac{d^2\omega}{dq^2} s^2$$

$$+ 2\left[\frac{d^2\omega}{dx\,dz} p + \frac{d^2\omega}{dx\,dp} r + \frac{d^2\omega}{dx\,dq} s \right.$$

$$\left. + \frac{d^2\omega}{dz\,dp} pr + \frac{d^2\omega}{dz\,dq} ps + \frac{d^2\omega}{dp\,dq} rs\right]$$

$$+ \frac{d\omega}{dz} r + \frac{d\omega}{dp} \cdot \frac{d^3 z}{dx^3} + \frac{d\omega}{dq} \cdot \frac{d^3 z}{dx\,dy^2} = 0$$

$$\frac{d^2\omega}{dx\,dy} + \frac{d^2\omega}{dx\,dz}q + \frac{d^2\omega}{dx\,dp}s + \frac{d^2\omega}{dx\,dq}t$$
$$+ \frac{d^2\omega}{dy\,dz}p + \frac{d^2\omega}{dy\,dp}r + \frac{d^2\omega}{dy\,dq}s$$
$$+ \frac{d^2\omega}{dz^2}pq + \frac{d^2\omega}{dp^2}rs + \frac{d^2\omega}{dq^2}ts$$
$$+ \frac{d^2\omega}{dz\,dp}(rq+sp) + \frac{d^2\omega}{dz\,dq}(tp+sq) + \frac{d^2\omega}{dp\,dq}(rt-s^2)$$
$$+ \frac{d\omega}{dz}s + \frac{d\omega}{dp}\cdot\frac{d^3z}{dx^2\,dy} + \frac{d\omega}{dq}\cdot\frac{d^3\omega}{dx\,dy^2} = 0$$

$$\frac{d^2\omega}{dy^2} + \frac{d^2\omega}{dz^2}q^2 + \frac{d^2\omega}{dp^2}s^2 + \frac{d^2\omega}{dq^2}t^2$$
$$+ 2\left[\frac{d^2\omega}{dy\,dz}q + \frac{d^2\omega}{dy\,dp}s + \frac{d^2\omega}{dy\,dq}t\right.$$
$$\left. + \frac{d^2\omega}{dz\,dp}qs + \frac{d^2\omega}{dz\,dq}qt + \frac{d^2\omega}{dp\,dq}st\right]$$
$$+ \frac{d\omega}{dz}t + \frac{d\omega}{dp}\cdot\frac{d^3z}{dx\,dy^2} + \frac{d\omega}{dq}\cdot\frac{d^3z}{dy^3} = 0$$

erhalten worden seyn.

Die zwei ersten dieser Gleichungen sind aus der von der ersten Ordnung durch partielles Differenziren ein Mal nach x, und ein Mal nach y, die drei letzten durch partielles Differenziren nach x und y der eben erhaltenen zwei Gleichungen entstanden.

8) Eine partielle Differenzialgleichung von beliebiger Ordnung kann *vollständig* genannt werden, wenn sie alle Differenzialquotienten, die zu dieser Ordnung gehören, enthält; z. B. eine partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung ist vollständig, wenn in ihr die vier Differenzialquotienten $\frac{d^3z}{dx^3}$, $\frac{d^3z}{dx^2\,dy}$, $\frac{d^3z}{dx\,dy^2}$, $\frac{d^3z}{dy^3}$ wie immer verbunden vorkommen. Um daher aus einer partiellen Differenzialgleichung erster Ordnung, wie die Gleichung (13), eine vollständige der dritten Ordnung, wie die Gleichung (10), zu erzeugen, ist ersichtlich,

dafs man hiezu entweder blofs die dritte und fünfte der Gleichungen (14), oder diese Gleichungen und irgend eine oder zwei, oder alle drei der noch übrigen der Gleichungen (14) benützen kann. In allen diesen Fällen wird man eine vollständige partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung erhalten, woraus nun das Beschwerliche der Untersuchung, ob eine solche Gleichung ein Integrale erster Ordnung zulasse, sich sogleich darthut. Denn eine kleine Überlegung zeigt, dafs mit Hülfe der Gleichungen (14) auf acht verschiedenen Wegen sich vollständige partielle Differenzialgleichungen dritter Ordnung erzeugen lassen, daher man auch umgekehrt, wenn eine vollständige partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung gegeben ist, sich acht verschiedene Arten Bedingungsgleichungen verschaffen mufs, um etwas Bestimmtes über die Möglichkeit eines Integrals erster Ordnung aussprechen zu können.

Ferner sieht man, dafs die Bedingungsgleichungen, die man im vorliegenden Falle erhält, in Bezug auf ω von der zweiten Ordnung seyn werden (wodurch die Schwierigkeit der Integration wohl um eine Ordnung erniedrigt wird), dennoch aber auch nach dem in dieser Abhandlung angegebenen Verfahren, partielle Differenzialgleichungen zweiter Ordnung zu behandeln, sich nicht so leicht integriren lassen dürften. Denn die gegenwärtige Abhandlung beschäftiget sich, wie aus dem bisher Vorgetragenen bereits erhellet, blofs mit der Integration solcher partieller Differenzialgleichungen zweiter Ordnung, die Integralien erster Ordnung zulassen; haben aber die in Rede stehenden Bedingungsgleichungen, welche, wie bereits erwähnt wurde, partielle Differenzialgleichungen zweiter Ordnung sind, keine solche Integralien, so wird man mit diesem Verfahren nicht auslangen.

Ähnliche Betrachtungen über partielle Differenzialgleichungen höherer Ordnungen sind nun leicht auf dem bis jetzt eingeschlagenen Wege anzustellen; man wird sich auf demselben bald überzeugen, dafs der Gegenstand immer complicirter wird, je höher die Ordnung der zu untersuchenden partiellen Differenzialgleichung ist.

9) Wir wollen uns nun damit beschäftigen, wie man die gefundenen Bedingungsgleichungen nach den Paragraphen 2, 4, 5 benützen könne, um zu den Integralien der vorgelegten Gleichungen zu gelangen; und zwar wollen wir blofs den Fall betrachten, in welchem es sich darum handelt, ob eine vorgelegte Differenzialgleichung ein Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung besitze.

Soll eine partielle Differenzialgleichung beliebiger Ordnung ein Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung haben, so müssen die Bedingungsgleichungen, die man sich nach §. 2, 4, 5 verschafft, nichts Absurdes aussagen, wie z. B. $a = 0$ wäre, wenn man von der Gröfse a weifs, dafs sie von der Nulle verschieden ist.

Folgende Differenzialgleichung

$$r(1+q^2) - t(1+p^2) + 2s^2 = 0$$

gibt, wenn man für r und t die Werthe aus §. 2 (4) substituirt, die Gleichung

$$\frac{(1+p^2)\left(\frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz}q\right)}{\frac{d\omega}{dp}} - \frac{(1+q^2)\left(\frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz}p\right)}{\frac{d\omega}{dq}}$$

$$+ \left\{\frac{(1+q^2)\frac{d\omega}{dp}}{\frac{d\omega}{dq}} - \frac{(1+p^2)\frac{d\omega}{dq}}{\frac{d\omega}{dp}}\right\} s + 2s^2 = 0.$$

Diese Gleichung soll unabhängig von dem Werthe

von s Statt haben, daher müssen die Gleichungen

$$\frac{(1+p^2)\left(\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}q\right)}{\frac{d\omega}{dp}}-\frac{(1+q^2)\left(\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p\right)}{\frac{d\omega}{dq}}=0,$$

$$\frac{(1+q^2)\frac{d\omega}{dp}}{\frac{d\omega}{dq}}-\frac{(1+p^2)\frac{d\omega}{dq}}{\frac{d\omega}{dp}}=0,$$

$$z=0$$

bestehen können; die dritte dieser Gleichungen drückt aber etwas Absurdes aus, daher kann die in Rede stehende partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung kein Integrale erster Ordnung zulassen.

Ferner mufs man die erhaltenen Bedingungsgleichungen unter einander vergleichen, und sehen, ob nicht etwas Unmögliches durch das Zusammenbestehen dieser Gleichungen verlangt wird, wie wir es beim folgenden Beispiele zeigen wollen.

Man habe die Gleichung

$$r^3 - 2pqs^3 + t^3 = 0.$$

Werden die bereits citirten Werthe von r und t in diese Gleichung substituirt, und die Coefficienten der verschiedenen Potenzen von s jeder für sich gleich Null gesetzt, so erhält man folgende Bedingungsgleichungen, die zugleich bestehen müssen:

$$\left(\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p\right)^3\left(\frac{d\omega}{dq}\right)^3+\left(\frac{d\omega}{dy}+\frac{d\omega}{dz}q\right)^3\left(\frac{d\omega}{dp}\right)^3=0,$$

$$\left(\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p\right)^2\left(\frac{d\omega}{dq}\right)^4+\left(\frac{d\omega}{dy}+\frac{d\omega}{dz}q\right)^2\left(\frac{d\omega}{dp}\right)^4=0,$$

$$\left(\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p\right)\left(\frac{d\omega}{dq}\right)^5+\left(\frac{d\omega}{dy}+\frac{d\omega}{dz}q\right)\left(\frac{d\omega}{dp}\right)^5=0,$$

$$\left(\frac{d\omega}{dq}\right)^6+\left(\frac{d\omega}{dp}\right)^6+2pq\left(\frac{d\omega}{dq}\right)^3\left(\frac{d\omega}{dp}\right)^3=0.$$

Setzt man der Kürze wegen

$$\frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz}p = u \quad \text{und} \quad \frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz}q = v,$$

so gibt die erste Gleichung

$$\frac{d\omega}{dq} : \frac{d\omega}{dp} = -\frac{v}{u},$$

die zweite

$$\frac{d\omega}{dq} : \frac{d\omega}{dp} = \left(\frac{hv}{u}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{wo } h = \sqrt{-1} \text{ ist},$$

und die dritte Gleichung

$$\frac{d\omega}{dq} : \frac{d\omega}{dp} = \left(-\frac{v}{u}\right)^{\frac{1}{5}}.$$

Aus der Vergleichung der beiden ersten Gleichungen folgt

$$\left(\frac{v}{u}\right)^2 = \frac{hv}{u} \quad \text{oder} \quad \frac{v}{u} = h,$$

und aus der Vergleichung der ersten und dritten folgt

$$\left(\frac{v}{u}\right)^5 = -\frac{v}{u}, \quad \left(\frac{v}{u}\right)^4 = -1 \quad \text{oder} \quad \left(\frac{v}{u}\right)^4 - h^2 = 0,$$

$$\text{also} \quad \left[\left(\frac{v}{u}\right)^2 + h\right]\left[\left(\frac{v}{u}\right)^2 - h\right] = 0;$$

hieraus entweder

$$\frac{v}{u} = \pm\sqrt{-h} \quad \text{oder} \quad \frac{v}{u} = \pm\sqrt{h}.$$

Man muſs also entweder

$$h = \pm\sqrt{-h} \quad \text{oder} \quad h = \pm\sqrt{h},$$

oder was dasselbe ist,

$$h^2 = -h \quad \text{oder} \quad h^2 = h,$$

nämlich

$$h = -1, \quad h = +1 \quad \text{oder} \quad h = 0$$

haben. Aber keiner dieser drei Fälle ist möglich, und man stoſst auf ähnliche Absurditäten, wenn aus der ersten der oben aufgestellten Bedingungsgleichungen für

$\frac{d\omega}{dq} : \frac{d\omega}{dp}$ der Werth $-\frac{v}{u}\left(\frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}\right)$ genommen wird; die vorgelegte Gleichung hat demnach bestimmt kein Integrale erster Ordnung.

10) Enthalten nun die Bedingungsgleichungen keine dergleichen Absurditäten, so bleibt nichts übrig, als eine solche Function ω der Variablen x, y, z, p, q oder x, y, z, p, q, r, s, t, oder etc. aufzufinden, die in jedem Falle den Bedingungsgleichungen dieses Falles Genüge thut. Gelingt dieses, so ist die gefundene Function ω, gleich Null gesetzt, das Integrale der in Rede stehenden partiellen Differenzialgleichung, wenn nicht (d. h. gibt es keine dergleichen Function ω), so hat die vorgelegte Gleichung kein Integrale von unmittelbar vorhergehender oder von einer frühern Ordnung, sondern ihr Integrale ist ein endliches, über dessen Bestimmung wir bis jetzt noch nichts mitzutheilen wissen.

Es bleibt uns also zu zeigen übrig, wie man bei der Untersuchung, ob sämmtlichen Bedingungsgleichungen zugleich Genüge geschehen kann, zu Werke gehen mufs.

Wir wollen mit dem einfachsten Falle, nämlich mit den linearen partiellen Differenzialgleichungen dreier Variablen, d. h. mit jenen, welche blofs die ersten Dimensionen der zweiten partiellen Differenzialquotienten enthalten, den Anfang machen.

11) Man habe die lineare partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung:

$$M + Nr + Ps + Qt = 0 \quad . \quad . \quad (15)$$

wo M, N, P, Q beliebige Functionen von x, y, z, p, q sind; es ist nun auszumitteln, unter welchen Umständen diese Gleichung ein Integrale erster Ordnung hat, und wenn sie ein solches hat, die Form desselben anzugeben.

Setzt man in diese Gleichung die Werthe für r und t aus den Gleichungen (4), so geht sie in folgende über:

$$M - \frac{N\left[\frac{d\omega}{dx} + p\frac{d\omega}{dz}\right]}{\frac{d\omega}{dp}} - \frac{Q\left[\frac{d\omega}{dy} + q\frac{d\omega}{dz}\right]}{\frac{d\omega}{dq}}$$

$$+ \left(P - \frac{N\frac{d\omega}{dq}}{\frac{d\omega}{dp}} - \frac{Q\frac{d\omega}{dp}}{\frac{d\omega}{dq}}\right) s = 0.$$

Da dieser Gleichung unabhängig von s Genüge geschehen soll, so zerfällt sie in folgende zwei Bedingungsgleichungen:

$$M - N\frac{\left(\frac{d\omega}{dx} + p\frac{d\omega}{dz}\right)}{\frac{d\omega}{dp}} - Q\frac{\left(\frac{d\omega}{dy} + q\frac{d\omega}{dz}\right)}{\frac{d\omega}{dq}} = 0,$$

$$P - N\frac{\frac{d\omega}{dq}}{\frac{d\omega}{dp}} - Q\frac{\frac{d\omega}{dp}}{\frac{d\omega}{dq}} = 0,$$

welche beide zugleich Statt haben müssen, damit die Gleichung (15) ein Integrale erster Ordnung habe.

Diese Bedingungsgleichungen können noch um vieles vereinfacht werden. Aus der zweiten folgt nämlich, wenn man sie in Bezug auf $\frac{d\omega}{dq}$ auflöst:

$$\frac{d\omega}{dq} = \frac{d\omega}{dp}\left[\frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4NQ}}{2N}\right].$$

Bringt man diesen Werth von $\frac{d\omega}{dq}$ in die erstere der so eben gefundenen Bedingungsgleichungen, und setzt abkürzend

$$u = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4NQ}}{2N},$$

so erhält man folgende zwei Bedingungsgleichungen:

$$uN\frac{d\omega}{dx}+Q\frac{d\omega}{dy}+(qQ+upN)\frac{d\omega}{dz}-uM\frac{d\omega}{dp}=0,$$

$$\frac{d\omega}{dq}-u\frac{d\omega}{dp}=0,$$

welche an die Stelle der beiden vorhergehenden treten.

Nun ist klar, daſs jeder Werth von ω, welcher diesen beiden Bedingungsgleichungen Genüge thut, auch der Summe und dem Unterschiede derselben Genüge thun muſs; und umgekehrt, ist ω dergestalt bestimmt, daſs dadurch der Summe und dem Unterschiede dieser beiden Gleichungen Genüge geschieht, so wird auch einer jeden einzelnen dieser beiden letzten Bedingungsgleichungen Genüge gethan, und die vorgelegte Gleichung hat in diesem Falle ein Integrale erster Ordnung.

Ist es aber nicht möglich, der Summe und dem Unterschiede der beiden letzten Bedingungsgleichungen durch eine und dieselbe Bestimmung von ω Genüge zu leisten, dann ist es auch unmöglich, den beiden aufgestellten Bedingungsgleichungen selbst zugleich zu genügen, und in diesem Falle hat die vorgelegte Gleichung (15) kein Integrale erster Ordnung.

Sieht man daher ω als eine von x, y, z, p, q abhängige Variable an, und nimmt sowohl die Summe als den Unterschied der beiden zuletzt erhaltenen Bedingungsgleichungen, so hat man folgende zwei lineare partielle Differenzialgleichungen erster Ordnung zwischen den Variablen x, y, z, p, q, ω:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d\omega}{dq}-u(1+M)\frac{d\omega}{dp}+(qQ+upN)\frac{d\omega}{dz}\\&\qquad\qquad+Q\frac{d\omega}{dy}+uN\frac{d\omega}{dx}=0\\&\frac{d\omega}{dq}-u(1-M)\frac{d\omega}{dp}-(qQ+upN)\frac{d\omega}{dz}\\&\qquad\qquad-Q\frac{d\omega}{dy}-uN\frac{d\omega}{dx}=0\end{aligned}\right\}\quad(16)$$

deren Integralien nach den bekannten Regeln für eine jede einzelne zu suchen sind. Aus den Formen dieser Integralien ist nun zu entscheiden, ob es ein ω gibt, welches beiden Gleichungen entspricht.

Das allgemeine Integrale der ersten der Gleichungen (16) wird durch folgendes System von gewöhnlichen Differenzialgleichungen bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} dp + u(1+M)\,dq &= 0 \\ dz - (gQ + upN)\,dq &= 0 \\ dy - Q\,dq &= 0 \\ dx - uN\,dq &= 0 \\ d\omega &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots (17)$$

Die vier ersten dieser Differenzialgleichungen enthalten die fünf Variablen x, y, z, p, q; folglich lassen sie sich immer integriren, indem man im ungünstigsten Falle auf eine gewöhnliche Differenzialgleichung zweier Variablen von der vierten Ordnung stofst.

Sieht man in diesen vier ersten Gleichungen zuerst dq, dann dp, dann dz, und nach der Ordnung dy, dx als constant an, und stellt man die vier erhaltenen Integralien für den ersten Fall durch

$$X_1 = a_1, \quad Y_1 = b_1, \quad Z_1 = c_1, \quad V_1 = d_1$$

vor, wo X_1, Y_1, Z_1, V_1 bekannte Functionen von x, y, z, p, q, und a_1, b_1, c_1, d_1 die willkürlichen Constanten der Integration sind; ferner die Integralien für den zweiten Fall, wenn dp constant gedacht wird, durch

$$X_2 = a_2, \quad Y_2 = b_2, \quad Z_2 = c_2, \quad V_2 = d_2;$$

dann die Integralien für den dritten Fall, wenn dz constant angenommen wird, durch

$$X_3 = a_3, \quad Y_3 = b_3, \quad Z_3 = c_3, \quad V_3 = d_3;$$

und die Integralien für den vierten Fall, wenn dy constant ist, durch

$$X_4 = a_4, \quad Y_4 = b_4, \quad Z_4 = c_4, \quad V_4 = d_4;$$

endlich die Integralien für den fünften Fall, wenn nämlich dx unveränderlich ist, durch

$$X_5 = a_5, \quad Y_5 = b_5, \quad Z_5 = c_5, \quad V_5 = d_5,$$

wo X_2, Y_2, Z_2, V_2, X_3, Y_3, ... analoge Bedeutungen mit X_1, Y_1, Z_1, V_1 haben, und a_2, a_3, ... b_2, b_3, ... die willkürlichen Constanten dieser Integrationen sind, so werden unter den zwanzig Gröfsen X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, Y_1, Y_2, ... zehn unter einander verschieden seyn.

Stellt man nun je vier dieser zehn Gröfsen, die unter einander verschieden sind, durch X, Y, Z, V vor, so wird das allgemeinste Integrale der ersten der Gleichungen (16) folgendes

$$\omega = F(X, Y, Z, V) \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

seyn, wo F irgend eine willkürliche Function vorstellt.

Eben so wird die zweite der Gleichungen (16) durch das System folgender gewöhnlicher Differenzialgleichungen bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} dp + u(1 - M)\,dq &= 0 \\ dz + (qQ + upN)\,dq &= 0 \\ dy + Q\,dq &= 0 \\ dx + uN\,dq &= 0 \\ d\omega &= 0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (19)$$

Behandelt man die vier ersten dieser Gleichungen auf dieselbe Weise, wie die vier ersten der Gleichungen (17), so wird man ebenfalls ein System von zwanzig Gröfsen erhalten, die wir des Unterschiedes willen durch

$${}^1X_1,\ {}^1Y_1,\ {}^1Z_1,\ {}^1V_1;\quad {}^1X_2,\ {}^1Y_2,\ {}^1Z_2,\ {}^1V_2;$$
$${}^1X_3,\ {}^1Y_3,\ {}^1Z_3,\ {}^1V_3;\quad {}^1X_4,\ {}^1Y_4,\ {}^1Z_4,\ {}^1V_4;$$
$${}^1X_5,\ {}^1Y_5,\ {}^1Z_5,\ {}^1V_5$$

vorstellen, die analoge Bedeutungen wie die vorigen haben, unter welchen zehn verschieden seyn werden, deren jede einer willkürlichen Constante gleich kommt; hebt man nun je vier verschiedene dieser zehn Gröſsen heraus, und bezeichnet sie dem Obigen analog durch ${}^1X$, ${}^1Y$, ${}^1Z$, ${}^1V$, so wird das allgemeinste Integrale der zweiten der Gleichungen (16) folgendes

$$\omega = f({}^1X, {}^1Y, {}^1Z, {}^1V) \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

seyn, wo f ebenfalls eine willkürliche Function vorstellt.

12) Bevor wir aus dem im vorigen §. Vorgetragenen etwas folgern, wollen wir die partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung, die aus folgender Gleichung erster Ordnung

$$F[\omega(x, y, z, p, q), \, \upsilon(x, y, z, p, q)] = 0 \quad . \quad (21)$$

entspringt, näher untersuchen, worin die Buchstaben ω und υ bekannte Functionen, und F eine willkürliche vorstellen.

Differenzirt man diese Gleichung ein Mal nach x, und das andere Mal nach y, und setzt abkürzend $\frac{dF}{d\omega}$, $\frac{dF}{d\upsilon}$ statt

$$\frac{d \, . \, F[\omega(x, y, z, p, q), \, \upsilon(x, y, z, p, q)]}{d\omega(x, y, z, p, q)},$$

$$\frac{d \, . \, F[\omega(x, y, z, p, q), \, \upsilon(x, y, z, p, q)]}{d\upsilon(x, y, z, p, q)},$$

und $\frac{d\omega}{dx}$, $\frac{d\omega}{dy}$, etc. $\frac{d\upsilon}{dx}$, $\frac{d\upsilon}{dy}$, etc. statt

$$\frac{d \, . \, \omega(x, y, z, p, q)}{dx}, \quad \frac{d \, . \, \omega(x, y, z, p, q)}{dy}, \text{ etc.}$$

$$\frac{d \, . \, \upsilon(x, y, z, p, q)}{dx}, \quad \frac{d \, . \, \upsilon(x, y, z, p, q)}{dy}, \text{ etc.}$$

so erhält man folgende Gleichungen:

$$\frac{dF}{d\omega}\left[\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p+\frac{d\omega}{dp}r+\frac{d\omega}{dq}s\right]$$
$$+\frac{dF}{dv}\left[\frac{dv}{dx}+\frac{dv}{dz}p+\frac{dv}{dp}r+\frac{dv}{dq}s\right]=0,$$
$$\frac{dF}{d\omega}\left[\frac{d\omega}{dy}+\frac{d\omega}{dz}q+\frac{d\omega}{dp}s+\frac{d\omega}{dq}t\right]$$
$$+\frac{dF}{dv}\left[\frac{dv}{dy}+\frac{dv}{dz}q+\frac{dv}{dp}s+\frac{dv}{dq}t\right]=0.$$

Eliminirt man aus diesen beiden Gleichungen den Quotienten $\frac{dF}{d\omega}:\frac{dF}{dv}$, so erhält man folgende von der willkürlichen Function F befreite partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung:

$$\frac{\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p+\frac{d\omega}{dp}r+\frac{d\omega}{dq}s}{\frac{d\omega}{dy}+\frac{d\omega}{dz}q+\frac{d\omega}{dp}s+\frac{d\omega}{dq}t}$$
$$-\frac{\frac{dv}{dx}+\frac{dv}{dz}p+\frac{dv}{dp}r+\frac{dv}{dq}s}{\frac{dv}{dy}+\frac{dv}{dz}q+\frac{dv}{dp}r+\frac{dv}{dq}t}=0,$$

deren allgemeines Integrale die vorgelegte Gleichung mit der willkürlichen Function F der beiden bekannten Functionen ω und v ist.

Diese letzte Gleichung nimmt nach gehöriger Reduction folgende Gestalt an:

$$M+Nr+Ps+Qt+R(rt-s^2)=0,$$

wo man hat

$$M=\frac{d\omega}{dx}\frac{dv}{dy}-\frac{d\omega}{dy}\frac{dv}{dx}+\left(\frac{d\omega}{dz}\frac{dv}{dy}-\frac{d\omega}{dy}\frac{dv}{dz}\right)p$$
$$+\left(\frac{d\omega}{dx}\frac{dv}{dz}-\frac{d\omega}{dz}\frac{dv}{dx}\right)q,$$
$$N=\frac{d\omega}{dp}\frac{dv}{dy}-\frac{d\omega}{dy}\frac{dv}{dp}+\left(\frac{d\omega}{dp}\frac{dv}{dz}-\frac{d\omega}{dz}\frac{dv}{dp}\right)q,$$

$$P = \frac{d\omega}{dx}\frac{dv}{dp} - \frac{d\omega}{dp}\frac{dv}{dx} + \frac{d\omega}{dq}\frac{dv}{dy} - \frac{d\omega}{dy}\frac{dv}{dq}$$
$$+ \left(\frac{d\omega}{dz}\frac{dv}{dp} - \frac{d\omega}{dp}\frac{dv}{dz}\right)p + \left(\frac{d\omega}{dq}\frac{dv}{dz} - \frac{d\omega}{dz}\frac{dv}{dq}\right)q,$$
$$Q = \frac{d\omega}{dx}\frac{dv}{dq} - \frac{d\omega}{dq}\frac{d\omega}{dx} + \left(\frac{d\omega}{dz}\frac{dv}{dq} - \frac{d\omega}{dq}\frac{dv}{dz}\right)p,$$
$$R = \frac{d\omega}{dp}\frac{dv}{dq} - \frac{d\omega}{dq}\frac{dv}{dp}.$$

Nimmt man nun $R = o$ an, und substituirt den Werth von $\frac{dv}{dq}$, der aus dieser Gleichung folgt, in die dritte und vierte der letzten Gleichungen, so erhält man mit Berücksichtigung der zweiten Gleichung

$$\frac{Q\frac{d\omega}{dp}}{\frac{d\omega}{dq}} + \frac{N\frac{d\omega}{dq}}{\frac{d\omega}{dp}} - P = o.$$

Aus dieser Gleichung folgt

$$\frac{d\omega}{dq} = u\,\frac{d\omega}{dp},$$

wo abkürzend

$$u = \frac{P \pm \sqrt{P^2 - 4NQ}}{2N}$$

gesetzt worden ist.

Sucht man aber aus derselben Gleichung $R = o$ den Werth von $\frac{d\omega}{dq}$, und substituirt ihn ebenfalls in die dritte und vierte der obigen Gleichungen, so erhält man auf dieselbe Weise wie vorhin:

$$\frac{dv}{dq} = u\,\frac{d\omega}{dp}.$$

Substituirt man nun in die vier ersten der obigen Gleichungen für $\frac{d\omega}{dq}$, $\frac{dv}{dq}$ die so eben gefundenen Werthe, so gelangt man endlich zu folgender Gleichung:

$$u N \frac{d\omega}{dx} + Q \frac{d\omega}{dy}$$
$$+ (Qq + Npu) \frac{d\omega}{dz} - uM \frac{d\omega}{dp} = 0.$$

Diese Gleichung und die vorige, nämlich

$$\frac{d\omega}{dq} - u \frac{d\omega}{dp} = 0,$$

geben, wenn man sie addirt und subtrahirt, zwei Gleichungen, die mit den oben gefundenen Bedingungsgleichungen (16) identisch werden; man ist mithin zum Schlusse berechtiget, dafs man den beiden Gleichungen (16) am allgemeinsten durch eine Gleichung von der Form (21) Genüge thun kann, und das allgemeine Integrale der vorgelegten linearen partiellen Differenzialgleichung (15) wird von der Form

$$F(X, Y) = 0$$

seyn, wo X und Y Functionen von x, y, z, p, q seyn müssen, wo F irgend eine willkürliche Function vorstellt.

13) Gibt es nun unter dem Systeme der zehn verschiedenen Gröfsen X_1, Y_1, Z_1, V_1, etc. aus §. 11 zwei, die mit zweien aus dem Systeme der zehn Grössen ${}^1X_1$, ${}^1Y_1$, ${}^1Z_1$, ${}^1V_1$, etc. identisch sind, dann ist jede willkürliche Function dieser beiden Gröfsen, gleich Null gesetzt, das allgemeine Integrale der vorgelegten partiellen Differenzialgleichung (15), wenn nicht, so mufs man zu folgendem Verfahren seine Zuflucht nehmen: Man hebe je zwei der zehn verschiedenen Gröfsen X_1, Y_1, Z_1, V_1, etc. heraus, bringe sie unter eine willkürliche Function, und setze diese Function gleich Null; jede so erhaltene Gleichung wird bestimmt der ersten der Bedingungsgleichungen (16) Genüge thun, ob sie aber auch der zweiten der eben citirten Gleichungen entsprechen wird, hängt von dem Umstande ab, ob un-

ter den Gröfsen ${}^1X_1$, ${}^1Y_1$, ${}^1Z_1$, ${}^1V_1$, etc. sich solche vorfinden, die aus den Gröfsen X_1, Y_1, Z_1, V_1, etc. gefolgert werden können, oder ob aus den erstern Grössen, durch schickliche Verbindungen unter einander, sich solche neue Gröfsen ableiten lassen, die entweder mit den letztern identisch, oder aus ihnen gebildet werden können. Dieses im Voraus zu bestimmen, wird man in dem Falle, wenn die Gleichung (15) kein Integrale erster Ordnung hat, nie zu Stande bringen; allein die im vorigen §. gefundene Form des allgemeinen Integrals erster Ordnung einer linearen partiellen Differenzialgleichung dreier Variablen bietet uns Mittel dar, diese Schwierigkeit, wenn man die Mühe einer weitläufigen Operation nicht scheut, zu heben. Man untersuche nämlich, ob die früher erwähnte Gleichung mit der willkürlichen Function je zweier der Gröfsen X_1, Y_1, Z_1, V_1, etc. der zweiten der Gleichungen (16) Genüge thut; da die Anzahl dieser Gleichungen beschränkt, nämlich

$$= \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 45$$

ist, so wird man höchstens 45 Operationen vornehmen müssen, um zu entscheiden, ob beiden Gleichungen (16) durch eine und dieselbe willkürliche Function zweier bekannter Functionen von x, y, z, p, q Genüge geschehen kann. Ereignet es sich nun, dafs keine der erwähnten 45 Gleichungen der zweiten der Bedingungsgleichungen (16) Genüge thut, so ist dieses ein sicheres Merkmal, dafs die vorgelegte Gleichung (15) kein allgemeines Integrale erster Ordnung hat, und unsere Untersuchung einer solchen Gleichung ist hiemit als beschlossen anzusehen.

Statt zu untersuchen, ob eine dieser 45 Gleichungen der zweiten der Bedingungsgleichungen (16) Genüge thue oder nicht, kann man auch die Untersuchung

bei der Summe der beiden Bedingungsgleichungen (16), nämlich bei der Gleichung

$$\frac{d\omega}{dx} - u\frac{d\omega}{dp} = 0$$

anstellen, wodurch die Rechnung um vieles vereinfacht wird.

Es ist übrigens einleuchtend, daſs es gleichgültig seyn muſs, von welchem Systeme der zehn Gröſsen man sich die 45 Gleichungen verschafft, unter denen eine, wenn die Gleichung (15) eines allgemeinen Integrals erster Ordnung fähig seyn soll, der letzten Gleichung Genüge thun muſs.

Einige Beispiele werden das bisher Vorgetragene deutlicher machen.

14) Es sey gegeben die lineare partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung:

$$(1 + pq + q^2)r + (q^2 - p^2)s - (1 + pq + p^2)t = 0.$$

Vergleicht man diesen besondern Fall mit dem allgemeineren (15), so hat man

$$M = 0, \quad N = 1 + pq + q^2, \quad P = q^2 - p^2,$$
$$Q = -(1 + pq + p^2),$$

folglich

$$u = \frac{q^2 - p^2 \pm \sqrt{(q^2 - p^2)^2 + 4(1 + pq + q^2)(1 + pq + p^2)}}{2(1 + pq + q^2)}$$

Je nachdem nun das obere oder untere Zeichen beibehalten wird, hat man:

$$u = 1 \quad \text{oder} \quad u = -\frac{1 + pq + p^2}{1 + pq + q^2}.$$

Behält man nun den zweiten Werth von u, so gehen die gewöhnlichen Differenzialgleichungen (17) in folgende über:

$$dp - \frac{1 + pq + p^2}{1 + pq + q^2}\,dq = 0,$$

$$dz + (p+q)(1+pq+p^2)\,dq = 0,$$
$$dy + (1+pq+p^2)\,dq = 0,$$
$$dx + (1+pq+p^2)\,dq = 0,$$
$$d\omega = 0.$$

Die erste dieser Gleichungen wird am schnellsten integrirt, wenn man statt $p+q$ und $p-q$ zwei neue Variable einführt, in Bezug auf diese neuen Variablen die Integration ausführt, und dann die ersteren Variablen zurück substituirt; das gefundene Integrale ist dann

$$\frac{p-q}{\sqrt{2+(p+q)^2}} = a_1,$$

wo a_1 die Constante der Integration bedeutet.

Sucht man nun aus dieser Gleichung den Werth von p, und setzt ihn in die zweite, dritte und vierte der aufgestellten gewöhnlichen Differenzialgleichungen, so kann man dann eine jede einzelne für sich integriren. Substituirt man nun nach vollzogener Integration in die erhaltenen Integralgleichungen statt a den obigen Werth, so erhält man noch folgende drei Integralgleichungen:

$$z + \frac{(p+q)^2\,[4+(3+2pq)(p+q)^2]}{8\,[2+(p+q)^2]} = b_1,$$
$$y + \frac{(p+q)\,[3+(2+pq)\,(p+q)^2]}{3\,[2+(p+q)^2]} = c_1,$$
$$x + \frac{(p+q)\,[3+(2+pq)\,(p+q)^2]}{3\,[2+(p+q)^2]} = d_1,$$

wo b_1, c_1, d_1 ebenfalls Constanten der Integration bedeuten.

Nachdem wir vier der Gröfsen X_1, Y_1, Z_1, V_1, X_2, Y_2, etc. gefunden haben, wollen wir auch vier der Gröfsen ${}^1X_1$, ${}^1Y_1$, ${}^1Z_1$, ${}^1V_1$, ${}^1X_2$, ${}^1Y_2$, etc. uns zu verschaffen suchen.

Um diese letztern Gröfsen zu erhalten, müssen wir uns der Differenzialgleichungen (19) bedienen. Für den vorliegenden Fall gehen sie in folgende über:

$$dp - \frac{1 + pq + p^2}{1 + pq + q^2} dq = 0,$$
$$dz - (p+q)(1 + pq + p^2)\, dq = 0,$$
$$dy - (1 + pq + p^2)\, dq = 0,$$
$$dx - (1 + pq + p^2)\, dq = 0,$$
$$d\omega = 0.$$

Integrirt man die vier ersten dieser Gleichungen auf ähnliche Weise wie die vorigen, so erhält man folgende Integralien:

$$\frac{p-q}{\sqrt{2 + (p+q)^2}} = {}^1a_1,$$
$$z - \frac{(p+q)^2 [4 + (3 + 2pq)(p+q)^2]}{8[2 + (p+q)^2]} = {}^1b_1,$$
$$y - \frac{(p+q)[3 + (2 + pq)(p+q)^2]}{3[2 + (p+q)^2]} = {}^1c_1,$$
$$x - \frac{(p+q)[3 + (2 + pq)(p+q)^2]}{3[2 + (p+q)^2]} = {}^1d_1,$$

wo ${}^1a_1$, ${}^1b_1$, ${}^1c_1$, ${}^1d_1$ ebenfalls die willkürlichen Constanten der Integration vorstellen.

Wir sehen nun, daſs beide Systeme der zehn Gröſsen bereits eine Gröſse gemeinschaftlich haben, nämlich

$$X_1 = {}^1X_1.$$

Um nun zu untersuchen, ob sich noch eine gemeinschaftliche Gröſse in beiden Systemen vorfindet, müssen wir, da uns aus jedem Systeme bloſs vier Gröſsen bekannt sind, zu dem im §. 11 angegebenen Verfahren schreiten, um einige, oder, wenn es nöthig seyn wird, sämmtliche noch übrige Gröſsen kennen zu lernen.

Um zur Kenntniſs von vier neuen Gröſsen des ersten Systems der zehn Gröſsen zu gelangen, wollen wir die Differenzialgleichungen (17) folgender Maſsen stellen:

$$dy - dx = 0,$$
$$dz - (p+q)\, dx = 0,$$

$$dp + \frac{1}{1 + pq + q^2}\,dx = 0,$$

$$dq + \frac{1}{1 + pq + p^2}\,dx = 0.$$

Die erste dieser Differenzialgleichungen hat folgendes Integrale:

$$y - x = a_5,$$

wo a_5 die willkürliche Constante der Integration vorstellt.

Die Integralien der drei letzten Gleichungen sind, wie wir sogleich sehen werden, überflüssig, daher wir auch die Aufsuchung derselben unterlassen.

Um ferner zur Kenntniſs von vier neuen Gröſsen des zweiten Systems der zehn Gröſsen zu gelangen, wollen wir die Differenzialgleichungen (19) folgender Maſsen stellen:

$$dq - dx = 0,$$

$$dz - (p + q)\,dx = 0,$$

$$dp - \frac{1}{1 + pq + q^2}\,dx = 0,$$

$$dq - \frac{1}{1 + pq + p^2}\,dx = 0.$$

Die erste dieser Gleichungen hat zum Integrale

$$y - x = {}^1a_5.$$

Da nun $a_5 = {}^1a_5$ ist, folglich

$$X_5 = {}^1X_5,$$

und wir oben gefunden haben

$$X_1 = {}^1X_1,$$

so haben beide Systeme der zehn Gröſsen zwei Gröſsen gemeinschaftlich, daher hat unsere vorgelegte lineare partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung ein allgemeines Integrale erster Ordnung.

Dieses Integrale ist

$$F(X_1, X_5) = 0;.$$

oder, wenn für X_1, X_5 ihre Werthe substituirt werden:

$$F\left(y - x,\ \frac{p-q}{\sqrt{2+(p+q)^2}}\right) = 0,$$

wo F irgend eine willkürliche Function vorstellt.

Sucht man nun die dieser Gleichung entsprechende partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung, so findet man die vorgelegte.

15) Für ein zweites Beispiel sey folgende lineare partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung gegeben:

$$q(z+qy) + 2p(z+qy)r$$
$$+ [x(z+qy) - 2p(1+py)]s - x(1+py)t = 0.$$

Hier ist:

$$M = q(z+qy), \quad N = 2p(z+qy),$$
$$P = x(z+qy) - 2p(1+py), \quad Q = -x(1+py);$$

daher ist

$$u = \frac{x(z+qy) - 2p(1+py) \pm \sqrt{[x(z+qy)+2p(1+py)]^2}}{4p(z+qy)}.$$

Je nachdem man das obere oder untere Zeichen behält, ist

$$u = \frac{x}{2p} \quad \text{oder} \quad u = -\frac{1+py}{z+qy}.$$

Die Gleichungen (17) gehen daher, wenn man den ersten Werth von u behält, in folgende über:

$$dp + \frac{x}{2p}[1 + q(z + qy)]\,dq = 0,$$
$$dz - x(pz - q)\,dq = 0,$$
$$dy + x(1 + py)\,dq = 0,$$
$$dx - x(z + qy)\,dq = 0,$$
$$d\omega = 0.$$

Multiplicirt man die erste dieser Gleichungen mit $2p$, die vierte mit q, und addirt sie, so erhält man folgende Gleichung:

$$2p\,dp + q\,dx + x\,dq = 0.$$

Diese Gleichung integrirt, hat man

$$p^2 + qx = a,$$

wo a die Constante der Integration ist.

Multiplicirt man ferner die zweite Gleichung mit y, die dritte mit z, und addirt sie, so erhält man, wenn die vierte berücksichtiget wird:

$$y\,dz + z\,dy + dx = 0,$$

daher durch Integration:

$$yz + x = b,$$

wo b ebenfalls die Constante der Integration ist.

Die übrigen Integralien dieser Differenzialgleichungen berechne ich nicht, da die Differenzialgleichungen (19), wenn für u derselbe Werth angenommen wird, die beiden so eben gefundenen Integralien ebenfalls darbieten.

In der That sind die Differenzialgleichungen (19) für den vorliegenden Fall folgende:

$$dp + \frac{x}{2p}[1 - q(z + qy)]\,dq = 0,$$
$$dz + x(pz - q)\,dq = 0,$$
$$dy - x(1 + py)\,dq = 0,$$
$$dx + x(z + qy)\,dq = 0,$$
$$d\omega = 0.$$

Multiplicirt man hier ebenfalls die erste mit $2p$, die vierte mit q, und addirt sie, so hat man

$$2p\,dp + q\,dx + x\,dq = 0,$$

folglich durch Integration

$$p^2 + qx = c.$$

Wenn ferner die zweite dieser Differenzialgleichungen mit y, die dritte mit z multiplicirt wird, und dann die so erhaltenen zwei neuen Gleichungen zur letzten addirt werden, so erhält man

$$y\,dz + z\,dy + dx = 0,$$

daher integrirt

$$yz + x = d,$$

wo c und d die Constanten der Integrationen sind.

Es ist mithin das Integrale unserer vorgelegten partiellen Differenzialgleichung zweiter Ordnung:

$$F[yz + x,\ p^2 + qx] = 0,$$

wo F eine willkürliche Function vorstellt.

Aus diesem Beispiele ersieht man, daſs es nicht immer absolut nothwendig sey, nach der in den Paragraphen 11 bis 13 gegebenen Vorschrift zu verfahren, um zu den Integralien solcher partieller Differenzialgleichungen, von denen in dieser Abhandlung die Rede ist, zu gelangen. In den meisten Fällen, in welchen die vorgelegten Differenzialgleichungen Integralien von unmittelbar vorhergehender Ordnung zulassen, wird man auf ähnliche Weise, wie im letzten Beispiele, durch schickliche Verbindungen der Hülfsdifferenzialgleichungen seinen Zweck erreichen; in den entgegengesetzten Fällen aber wird man seine Zuflucht zu den in den citirten Paragraphen gegebenen Vorschriften nehmen müssen.

16) Wir wollen nun dieselben Untersuchungen bei linearen partiellen Differenzialgleichungen dreier Variablen dritter Ordnung anstellen.

Es sey gegeben die partielle Differenzialgleichung

$$M + N\frac{d^3 z}{dx^3} + P\frac{d^3 z}{dx^2\,dy} + Q\frac{d^3 z}{dx\,dy^2} + R\frac{d^3 z}{dy^3} = 0 \quad . \quad (22)$$

wo M, N, P, Q, R beliebige Functionen von x, y, z, p, q, r, s, t sind.

Soll nun diese Gleichung ein Integrale erster Ordnung haben, so muſs diese Gleichung, nachdem in derselben statt $\frac{d^3 z}{dx^3}$, $\frac{d^3 z}{dy^3}$ die Werthe aus den Gleichungen

(13) substituirt worden sind, unabhängig von $\frac{d^3 z}{dx^2\, dy}$, $\frac{d^3 z}{dx\, dy^2}$ Statt haben können.

Substituirt man diese Werthe, so geht die vorgelegte Gleichung in folgende über:

$$\left.\begin{array}{l} M + P\,\frac{d^3 z}{dx^2\, dy} + Q\,\frac{d^3 z}{dx\, dy^2} \\ -\frac{N\left[\frac{d\omega}{dx}+\frac{d\omega}{dz}p+\frac{d\omega}{dp}r+\frac{d\omega}{dq}s+\frac{d\omega}{ds}\frac{d^3 z}{dx^2 dy}+\frac{d\omega}{dt}\frac{d^3 z}{dx dy^2}\right]}{\frac{d\omega}{dr}} \\ -\frac{R\left[\frac{d\omega}{dy}+\frac{d\omega}{dz}q+\frac{d\omega}{dp}s+\frac{d\omega}{dq}t+\frac{d\omega}{ds}\frac{d^3 z}{dx dy^2}+\frac{d\omega}{dr}\frac{d^3 z}{dx^2 dy}\right]}{\frac{d\omega}{dt}} \end{array}\right\} = o$$

Damit nun diese Gleichung unter der oben ausgesprochenen Bedingung Statt haben soll, müssen folgende drei Gleichungen zugleich Statt haben können:

$$M - \frac{N\left[\frac{d\omega}{dx} + \frac{d\omega}{dz}p + \frac{d\omega}{dp}r + \frac{d\omega}{dq}s\right]}{\frac{d\omega}{dr}}$$

$$- \frac{R\left[\frac{d\omega}{dy} + \frac{d\omega}{dz}q + \frac{d\omega}{dp}s + \frac{d\omega}{dq}t\right]}{\frac{d\omega}{dt}} = o,$$

$$-\frac{N\frac{d\omega}{ds}}{\frac{d\omega}{dr}} + P - \frac{R\frac{d\omega}{dr}}{\frac{d\omega}{dt}} = o,$$

$$-\frac{N\frac{d\omega}{dt}}{\frac{d\omega}{dr}} + Q - \frac{R\frac{d\omega}{ds}}{\frac{d\omega}{dt}} = o.$$

Die beiden letzten Gleichungen sind mit den zwei folgenden gleichbedeutend:

$$R\left(\frac{d\omega}{dr}\right)^2 - P\frac{d\omega}{dr}\frac{d\omega}{dt} + N\frac{d\omega}{ds}\frac{d\omega}{dt} = 0,$$
$$N\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 - Q\frac{d\omega}{dr}\frac{d\omega}{dt} + R\frac{d\omega}{dr}\frac{d\omega}{ds} = 0.$$

Eliminirt man aus diesen Gleichungen bald $\frac{d\omega}{dt}$ und bald $\frac{d\omega}{dr}$, so erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$(NR - PQ)\left(\frac{d\omega}{dr}\right)^3 + (NQ + P^2)\frac{d\omega}{ds}\left(\frac{d\omega}{dr}\right)^2 - 2NP\left(\frac{d\omega}{ds}\right)^2\frac{d\omega}{dr} + N^2\left(\frac{d\omega}{ds}\right)^3 = 0,$$
$$(NR - PQ)\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^3 + (PR + Q^2)\frac{d\omega}{ds}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2 - 2QR\left(\frac{d\omega}{ds}\right)^2\frac{d\omega}{dt} + R^2\left(\frac{d\omega}{ds}\right)^3 = 0.$$

Stellt nun u_1 eine der drei Wurzeln der kubischen Gleichung

$$(NR - PQ)u^3 + (NQ + P^2)u^2 - 2NPu + N^2 = 0$$

vor, wenn u die Unbekannte der Gleichung ist; ferner v_1 eine der drei Wurzeln der kubischen Gleichung

$$(NR - PQ)v^3 + (PR + Q^2)v^2 - 2QRv + R^2 = 0,$$

wenn v die Unbekannte dieser Gleichung ist, so hat man statt den zwei letzten Bedingungsgleichungen folgende mit ihnen identische:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\omega}{dr} - u_1\frac{d\omega}{ds} &= 0\\ \frac{d\omega}{dt} - v_1\frac{d\omega}{ds} &= 0\end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (23)$$

Werden diese Werthe für $\frac{d\omega}{dr}$, $\frac{d\omega}{dt}$ in die erste der drei zuerst aufgestellten Bedingungsgleichungen substituirt, so geht sie nach allen Reductionen in fol-

gende über:

$$\left.\begin{aligned} u_1 v_1 M \frac{d\omega}{ds} - N v_1 \frac{d\omega}{dx} - R u_1 \frac{d\omega}{dy} - (N p v_1 + R q u_1) \frac{d\omega}{dz} \\ - (N r v_1 + R s u_1) \frac{d\omega}{dp} - (N s v_1 + (R t u_1) \frac{d\omega}{dq} \end{aligned}\right\} = 0 \ (24)$$

Wenn daher die vorgelegte Gleichung (22) ein Integrale zweiter Ordnung haben soll, mufs es eine Function ω von x, y, z, p, q, r, s, t geben, die den drei gefundenen Bedingungsgleichungen (23) und (24) zugleich Genüge thut.

Gibt es nun ein solches ω, so wird dieses auch der Summe der drei Bedingungsgleichungen, d. h. dieses ω wird auch der Gleichung

$$\left.\begin{aligned} N v_1 \frac{d\omega}{dx} + R u_1 \frac{d\omega}{dy} + (N p v_1 + R q u_1) \frac{d\omega}{dz} \\ + (N r v_1 + R s u_1) \frac{d\omega}{dp} + (N s v_1 + R t u_1) \frac{d\omega}{dq} \\ - (u_1 + v_1 + u_1 v_1 M) \frac{d\omega}{ds} + \frac{d\omega}{dr} + \frac{d\omega}{dt} \end{aligned}\right\} = 0 \ . \ (25)$$

Genüge leisten.

Diese Gleichung kann man als lineare partielle Differenzialgleichung erster Ordnung der neun Variablen x, y, z, p, q, r, s, t, ω, worunter die acht ersten die absolut Variablen sind, ansehen, und als solche durch das System folgender gewöhnlicher Differenzialgleichungen integriren:

$$dy - \frac{R u_1}{N v_1} dx = 0,$$

$$dz - \frac{(N p v_1 + R q u_1)}{N v_1} dx = 0,$$

$$dp - \frac{(N r v_1 + R s u_1)}{N v_1} dx = 0,$$

$$dq - \frac{(N s v_1 + R t u_1)}{N v_1} dx = 0,$$

$$ds + \frac{(u_1 + v_1 + u_1 v_1 M)}{N v_1} dx = 0,$$

$$dr - \frac{1}{N\nu_1}\, dx = 0,$$

$$dt - \frac{1}{N\nu_1}\, dx = 0,$$

$$d\omega = 0.$$

Die sieben ersten dieser Gleichungen enthalten acht Variable, folglich ist es immer möglich, solche zu integriren. Stellt man die Integralien dieser sieben ersten Gleichungen durch

$T=a$, $U=b$, $V=c$, $W=d$, $X=e$, $Y=f$, $Z=g$

vor, wo die Theile rechts den Gleichheitszeichen Functionen von x, y, z, p, q, r, s, t, und die Theile links die Constanten der Integralien sind, so wird das Integrale der Gleichung (25) folgende Form haben:

$$\omega = F(T, U, V, W, X, Y, Z),$$

wo F eine willkürliche Function vorstellt.

Verfährt man auf dieselbe Weise wie im §. 11, so findet man, daſs die Zahl der Gröſsen T, U, V, W, etc., welche unter einander verschieden seyn werden,

$$= \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 28$$

ausfällt.

17) Wir wollen nun auf einem ähnlichen Wege, wie im §. 12, die Form des allgemeinen Integrals der partiellen Differenzialgleichung (22) zu bestimmen suchen.

Man habe die zu diesem Behufe partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung:

$$F[\omega(x, y, z, p, q, r, s, t),\ \nu(x, y, z, p, q, r, s, t)] = 0,$$

wo F eine willkürliche Function der beiden einstweilen als bestimmt angenommenen Functionen ω, ν vorstellt.

Differenzirt man diese Gleichung partiell nach x und y, so wird man nach Wegschaffung des Quotienten

$\frac{dF}{d\omega} : \frac{dF}{d\nu}$ auf folgende partielle Differenzialgleichung stoſsen:

$$\left.\begin{aligned} M + N\frac{d^3 z}{dx^3} + P\frac{d^3 z}{dx^2\,dy} + Q\frac{d^3 z}{dx\,dy^2} + R\frac{d^3 z}{dy^3} \\ + S\left[\frac{d^3 z}{dx^3}\cdot\frac{d^3 z}{dx\,dy^2} - \left(\frac{d^3 z}{dx^2\,dy}\right)^2\right] \\ + T\left[\frac{d^3 z}{dx^3}\cdot\frac{d^3 z}{dy^3} - \frac{d^3 z}{dx^2\,dy}\cdot\frac{d^3 z}{dx\,dy^2}\right] \\ + U\left[\frac{d^3 z}{dx^2\,dy}\cdot\frac{d^3 z}{dy^3} - \left(\frac{d^3 z}{dx\,dy^2}\right)^2\right] \end{aligned}\right\} = 0,$$

wobei die Werthe der Gröſsen M, N, P, Q, R, S, T, U leicht zu finden sind.

Soll aber die erhaltene partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung linear seyn, so muſs man

$$S = 0,\quad T = 0,\quad U = 0$$

oder

$$\frac{d\omega}{dr}\frac{d\nu}{ds} - \frac{d\nu}{dr}\frac{d\omega}{ds} = 0,$$
$$\frac{d\omega}{dr}\frac{d\nu}{dt} - \frac{d\nu}{dr}\frac{d\omega}{dt} = 0,$$
$$\frac{d\omega}{ds}\frac{d\nu}{dt} - \frac{d\nu}{ds}\frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \text{haben.}$$

Da aber eine jede dieser Gleichungen eine Folge der beiden andern ist, so ist die Existenz zweier Gleichungen hinreichend, um den so eben ausgesprochenen Zweck zu erreichen.

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\frac{d\nu}{dr} = \frac{\frac{d\omega}{dr}}{\frac{d\omega}{ds}}\frac{d\nu}{ds},$$

$$\frac{d\nu}{dt} = \frac{\frac{d\omega}{dt}}{\frac{d\omega}{dr}}\frac{d\nu}{dr}.$$

Substituirt man diese Werthe in die oben angenommenen für N, P, R, so erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{N\frac{d\omega}{ds}}{\frac{d\omega}{dr}} - P + \frac{R\frac{d\omega}{dr}}{\frac{d\omega}{dt}} = 0.$$

Substituirt man ferner dieselben Gröfsen in die oben für N, Q, R angenommenen Werthe, so hat man:

$$\frac{N\frac{d\omega}{dt}}{\frac{d\omega}{dr}} - Q + \frac{R\frac{d\omega}{ds}}{\frac{d\omega}{dt}} = 0.$$

Durch ein ähnliches Verfahren erhält man auch folgende Gleichungen:

$$\frac{N\frac{d\nu}{ds}}{\frac{d\nu}{dr}} - P + \frac{R\frac{d\nu}{dr}}{\frac{d\nu}{dt}} = 0,$$

$$\frac{N\frac{d\nu}{dt}}{\frac{d\nu}{dr}} - Q + \frac{R\frac{d\nu}{ds}}{\frac{d\nu}{dt}} = 0.$$

Aus den zwei erstern der vier letzten Gleichungen findet man:

$$\frac{d\omega}{dr} - u_1\frac{d\omega}{ds} = 0,$$

$$\frac{d\omega}{dt} - \nu_1\frac{d\omega}{ds} = 0,$$

und aus den zwei letztern derselben vier Gleichungen:

$$\frac{d\nu}{dr} - u_1\frac{d\nu}{ds} = 0,$$

$$\frac{d\nu}{dt} - \nu_1\frac{d\nu}{ds} = 0,$$

wo u_1 eine der Wurzeln folgender kubischer Gleichung

$$(NR - PQ)\, n^3 + (NQ + P^2)\, u^2 - 2\, NPu + N^2 = 0,$$

in welcher u die Unbekannte vorstellt, und v_1 eine der Wurzeln der kubischen Gleichung

$$(NR - PQ)\, v^3 + (PR + Q^2)\, v^2 - 2\, QRv + R^2 = 0$$

ist, in welcher v die Unbekannte ist.

Substituirt man nun die hier gefundenen Werthe für $\frac{d\omega}{dr}$, $\frac{d\omega}{dt}$, $\frac{dv}{dr}$, $\frac{dv}{dt}$ in die obigen Gleichungen, welche M, N, P, Q, R bestimmen, so gelangt man endlich zu folgender Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} u_1 v_1 M \frac{d\omega}{ds} - N v_1 \frac{d\omega}{dx} - R u_1 \frac{d\omega}{dy} - (Npv_1 + Rqu_1) \frac{d\omega}{dz} \\ - (Nrv_1 + Rsu_1) \frac{d\omega}{dp} - (Nsv_1 + Rtu_1) \frac{d\omega}{dq} \end{aligned}\right\} = 0.$$

Aus der Identität dieser hier gefundenen Gleichungen mit den Bedingungsgleichungen, die Statt haben müssen, damit eine lineare partielle Differenzialgleichung dritter Ordnung ein Integrale der zweiten Ordnung habe, erhellet, daſs das allgemeine Integrale zweiter Ordnung einer linearen partiellen Differenzialgleichung dritter Ordnung eine willkürliche Function zweier bekannten Functionen der Gröſsen x, y, z, p, q, r, s, t seyn muſs. Hiemit ist man auch im Stande, durch ähnliche Betrachtungen, wie im §. 13, über die Existenz eines allgemeinen Integrals der Gleichung (22) mit Bestimmtheit zu entscheiden.

18) Was die nicht linearen partiellen Differenzialgleichungen der zweiten oder einer höhern Ordnung betrifft, bedarf es hier keiner weiteren Erörterung, indem, wenn nach den bei linearen gegebenen Vorschriften verfahren wird, man ebenfalls auf Bedingungsgleichungen kommt, die von der ersten Ordnung, aber nicht mehr linear, sind. Von diesen Bedingungsglei-

chungen ist es hinreichend, eine einzige, die sämmtliche partielle Differenzialquotienten enthält, zu integriren, und wenn die vorgelegte nicht lineare partielle Differenzialgleichung höherer Ordnung ein Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung haben soll, mufs irgend ein partikuläres Integrale der so eben integrirten Bedingungsgleichung allen übrigen Bedingungsgleichungen Genüge thun können; geht diefs nicht an, so hat die in Rede stehende Gleichung kein Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung.

Ganz dasselbe Verfahren, welches bei der Untersuchung der partiellen Differenzialgleichungen dreier Variablen angewendet worden ist, läfst sich auch auf partielle Differenzialgleichungen von vier oder mehreren Variablen ausdehnen.

IV.

Über einige karpathische Gebirgsseen im Zipser Comitat in Oberungarn;

von

Th. Mauksch.

Niemand hat sich noch die Mühe gegeben, alle Gebirgsseen an den Zipser Alpen aufzusuchen, und mit eigenen Namen zu belegen; ein Jeder, der das Gebirge, aus welcher Ursache immer, bereist, lernt nur diese kennen, die er auf seinem Wege gefunden hat, und bekümmert sich um die andern weit entlegenen so wenig, als der hier heimische Gebirgsmann um jene, die der erstere zu sehen Gelegenheit hatte. Schon aus diesem Grunde, ohne andere zu denken, kann ich es nicht über

mich nehmen, alle Seen aufzuzählen; es wird genug seyn, die von mir besuchten anzuzeigen, das Wissenswerthe dabei auszuheben, und mit einigen Bemerkungen zu begleiten. Die ihrer Gröfse nach gepriesenen liegen zum Theil auf der Nordseite der Alpen, und unter denen behauptet der *Fischsee* den ersten Rang; er hat seinen Namen von den Fischen, die sich hier nähren und vermehren, und soll beinahe eine Meile im Umfange haben; die anderen, z. B. der *Pflocksee*, der grofse *schwarze See* u. s. w., sind dagegen kleiner; weil ich aber diese Gegenden nicht kenne, so will ich das blofs Gehörte nicht nacherzählen, sondern mich gerade in die sogenannten Kupferschachte wenden, und die dortigen Seen angeben.

Einer derselben ist der *weifse See*. Er liegt unter dem südlichen Abhange des Sattels, und hat an seiner Ostseite den Turlsberg, und nach Westen einen sehr hohen, ausgedehnten Granitkolofs, der wegen der Nachbarschaft der *weifse Seethurm* heifst. Sein Wasser ist zwar klar, aber seine Ufer sind an einigen Stellen schlammig, an andern torfig, mit vielen Wassergewächsen besetzt, so dafs er das Ansehen eines Sumpfes von beiläufig 1500 Schritten im Umfange hat. Der gröfste Theil seines Wassers kommt ihm aus einem höhern See zu, welcher an der Seite des erstgedachten weifsen Seethurms liegt.

Die Umgebungen des erstgenannten Sees sind verschiedenartig: gegen Süden allein ist das Thal offen, und gewährt dem Wasser einen Abzug in das tiefere Thal; gegen Westen beginnt die granitöse Centralkette der Alpen, die schon hier Grausen erregt; gegen Norden ist das Land eben, von Wassergräben durchschnitten, wird aber hügelig, so wie es sich dem Scheitel-

puncte nähert; gegen Osten endlich steigt, wie ich schon gesagt habe, der Turlsberg auf.

Vom weiſsen See führt der Weg von Norden gegen den grünen See hin. Wer diesen von hieraus besuchen will, kann über einen nicht steilen Abhang in einer Stunde da seyn.

Wenn man von Käsmark aus dahin gelangen will, kommt man durch das Dorf Vorwerk, und von da in zwei Stunden über Acker- und Weideland, und dann durch den Wald auf steinigem Boden zu einer kleinen Blöſse unter dem Razenberg. Hier ist man am Eingange des Thals auf einem ausgehauenen Wege, der sowohl für den Fuſsgänger als Reiter sicher und bequem ist.

Der erste Berg, welcher da dem Reisenden vor Augen liegt, ist der sogenannte *Razenberg;* er lehnt sich von vorne her, und dann seitwärts dem weiſsen Wasser folgend, in einer Länge von mehr als einer halben Meile gegen den grünen See hin an die Hundsdorfer Spitze an. Sein ausgedehnter Körper, aus Urgranit in Bänken geschichtet, ist unten bewaldet, weiter hinauf mit Krummholz überwachsen, an einigen Stellen zu ersteigen, an andern aber steil, weſshalb sein Graswuchs nie völlig abgeweidet werden kann, und da dieser jährlich vermodern muſs, so düngt er den Boden, und erzeugt jene feine, schwarze Erde, die man an den Abhängen der höchsten Berge zwischen Granitsteinen antrifft, ohne welche da alles öde und leer seyn würde. Vor Zeiten haben leichtgläubige Menschen, die überall Gold witterten, diesen Berg öfters besucht; jetzt aber wird er immer mehr vernachläſsigt, obgleich Einige an seinem südlichen Fuſs reichhaltiges Bleierz gefunden haben wollen. Einmal habe ich ihn von der Fronte her bestiegen durch einen damals finstern Wald, wo ich eine Stunde mehr kriechen als gehen muſste, bis ich über die Waldregion in

ein offenes, gangbares Revier kam. Hier fand ich eine zwar magere, aber sonderbar gemischte Flor, ganz gemeine Wiesenkräuter in vertrauter Nachbarschaft mit solchen, die sonst nur auf kalten Alpenweiden blühen und gedeihen. Eine Grube von geringer Tiefe, die durch die Erdkrume bis zu dem unterliegenden Gestein ausgegraben worden ist, reizte meine Neugier; ich stieg hinab, und fand ein Lager Glimmerschiefer ohne alle fremde Beimischung über dem rings herum waltenden Granit ruhend.

Nun tritt das *Stöschen* in die Reihe der Berge. Es ist ein 4571 Fufs über das Meer erhabener Berg, der zwischen dem Kalkgrund und der Schlucht, durch welche das weifse Wasser abfliefst, seine isolirte Stelle einnimmt. Er ist rings herum mehr oder weniger bewaldet; sein etwas geneigter Gipfel und der gleichlaufende Rücken aber sind beide zu sehr der kalten Witterung ausgesetzt, als dafs da die hochstämmigen Bäume wachsen könnten. Der gröfste wüste Raum ist jetzt an der Südseite des Berges, die von Käsmark her gesehen werden kann; er ist vor einigen Jahren durch einen verheerenden Brand, der durch Unvorsichtigkeit eines Holzhauers verursacht worden ist, entstanden.

Einige reisende Naturforscher haben sich geäufsert, dafs der ganze Berg aus heterogenen, unzusammenhängenden Materien vom Wasser aufgeführt worden sey. Sie wollten ihre Meinung auf den Augenschein gründen, denn sie sahen von dem ausgehauenen Wege an dem Razenberg jene Halden an der Westseite des Stöschens, die nichts als Schutt mit Felsentrümmern vermischt dem Beobachter darstellen, und unter dem Namen der *weissen Wand* bekannt sind. Ich werde von diesen Halden bald mehr zu sagen haben; für jetzt merke ich nur an,

dafs eben solche am Razenberg, der doch unstreitig zu dem Urgranit gezählt werden mufs, vorkommen.

Noch ist das kleine, ausgerundete Thal, in welchem der *grüne See* liegt, zu betrachten übrig, welches die erhabenste Alpenparthie in den Kupferschachten ist. Der Weg dahin geht am Abhange des Razenberges bis zum weifsen Wasser, über welches man auf einer elenden Brücke mit Vorsicht schreiten mufs, dann jenseits, längs dem Ufer, über Sand und grobes Gerölle. Eben hier ist der Winkel, aus welchem im Jahre 1813 das viele Gewässer hervorbrach, und sich in den Bach stürzte, wodurch die damalige Überschwemmung vergröfsert wurde; eine vom Wald und Rasen entblöfste Seite am Stöschen wird ein langwährendes Denkmal jener Katastrophe seyn, die so vielen Schaden in weit aus einander liegenden Provinzen verursacht hatte.

Der Kessel, worin der grüne See liegt, wird mit Recht gerühmt, er ist 4695 P. Fufs hoch. Das Ausgezeichnete ist das Kleinliche des Thals, im Gegensatz der erhabenen, Grausen erregenden Berge, die wie gewaltige Riesen in kühner Stellung dasselbe in einem halben Zirkel umgeben, und das Ansehen haben, als wenn sie durch die Festigkeit ihrer Massen zu seinem Schutz, oder durch ihre Sturz drohende Gipfel zur Ausfüllung desselben da stünden. Die im Umkreise stehenden Berge steigen im Südost gegen die Hunsdorfer, und weiter nach Süden gegen die Lomnitzer Spitze auf; in der Richtung nach Südwest aber, wo sie abfallen, ist von hieraus ein nicht nur beschwerlicher, sondern selbst gefährlicher Übergang in die kleine Kahlbach. Gerade nach Westen sind wieder spitzige und hohe Gipfel, die im Westen gegen Norden das hohe Thal von der Seite einschliefsen, wo der rothe See liegt. Die Schlufskette endlich von diesem mehr als Halbkreise macht der an

seinem Fuſse weit verbreitete weiſse Seethurm aus, der zwischen dem grünen und weiſsen See sich im Nordwesten erhebt.

Die herrschende Gebirgsart auf allen diesen Bergen ist der in der ganzen Centralkette vorkommende Urgranit; er ist in klafterdicken Bänken über einander gelagert. Diese fand ich am weiſsen Seethurm von Südwest nach Nordost unter einem Winkel von etwas mehr als 40° aufsteigend, und in eben der Lage und Richtung auf dem hintern Ratzenberg; dagegen sind die von der Nordseite her aufsteigenden Kämme gegen den weiſsen See abgestürzt, steigen folglich in einer der vorigen entgegengesetzten Richtung auf.

Der Granit, von dem jetzt die Rede ist, ist im Ganzen und Groſsen grauweiſs und von mittelmäſsigem Korn; die seltenen Spielarten dieser Steinart aber sind hier beim grünen See die mit blutrothem Feldspath, mit rosenrothem Quarz und gröſsern Körnern, mit einem Überzug von Eisenocker, u. d. gl. Als etwas Besonderes, welches die Aufmerksamkeit der Geognosten erregen kann, muſs ich anzeigen, daſs man hier seit langer Zeit reiche Kupfererze gefunden hat, die, wenn sie in einem mehr zugängigen Orte vorkämen, lange ausgehauen worden wären. Sie machen, wie mich bewährte Augenzeugen versicherten, ein ausgedehntes Erzlager aus, welches bei den Bergleuten in Schmölnitz ein Rasenläufer heiſst, weil es offen am Tage auf Granit ruht. Die ersten Spuren davon finden sich am Fuſse der Käsmarker Spitze; sie sind aber von keiner Bedeutung, sondern erst in der Höhe, wo der Schnee nie ganz abgebt, ist das Erz reich und lohnend. Der Zugang dahin ist eine Schlucht an den Seiten hoher Spitzen, die man der Länge nach übersehen kann, bevor man zum grünen See gekommen ist. Dieses Erz ist ein Kupfer-

kies; das bessere, silberhältige soll ein Fahlerz seyn, wovon mir aber keine Stufe zu Gesicht gekommen ist. Wie hoch die Quantität zu schätzen sey, wufste mir keiner von denen, die oben bei dem Erzlager waren, zu sagen, weil seine Schneedecke nie ganz abgeht; es sollen aber Spuren davon bis hinüber in die kleine Kahlbach streichen. Das Ganze dieses erzhältigen Gebirgstheils heifst die *Kupferbank*, und von dieser vermuthlich das ganze untere Thal die *Kupferschächte*.

Nachdem wir die felsigen Umgebungen des *grünen Sees* beleuchtet haben, so wollen wir diesen selbst, und das Thal, in welchem er seine Stelle einnimmt, zur nähern Kenntnifs bringen.

Der *grüne See* nimmt im Hintergrunde die Mitte dieses ausgewirbelten Thals ein. Er wird von hohen, steil aufsteigenden Bergen bis zur Öffnung nach Nordosten ganz umgeben, daher kann die Sonne seine Oberfläche nur in den längsten Tagen bescheinen, und der Schnee bleibt in seiner Nähe länger als in andern Ausbiegungen der Kupferschächte liegen, obgleich seine Erhabenheit über das Meer 223 Par. Fufs geringer ist, als die des weifsen Sees. Den Namen hat er von der meergrünen Farbe erhalten, die an einigen Stellen des Grundes angenehm in die Augen fällt. Über die Ursache dieser Erscheinung haben verschiedene Beobachter und Schriftsteller verschieden geurtheilt *); ich halte es aber

---

*) Die Haupthypothesen haben *Johann von Asbóth*, *Bredetzky* und der Ritter von *Tobolds* vorgetragen. *Johann von Asbóth* leitet in seiner ausführlichen Beschreibung des grünen Sees in *Bredetzky's* topographischem Taschenbuche für Ungarn, 1802, die grüne Farbe von einer durch Vitriolsäure hervorgebrachten Kupferauflösung ab, und sucht den Grund dieser chemischen Operation der Natur in der unweit dem grünen See gelegenen Ku-

nicht der Mühe werth, die Meinungen zum Theil unwissender Menschen anzuführen, noch weniger auf die Nachkommen fortzupflanzen, da die Kundigen es von selbst errathen werden, daſs hier eben die Ursachen im Spiele sind, die dem Meerwasser die nämliche Farbe ertheilen. Gerade die grünen Stellen sind auch die tiefsten, und aus einer bestimmten Tiefe reflectirt das durchsichtige klare Wasser diese liebliche Farbe, die wir auch im Regenbogen wahrnehmen. Solche Stellen sind dem grünen See nicht allein eigen; ich fand sie auch in andern, selbst in dem Wasser der kleinen Kahlbach da, wo es ganz rein und hell in der gehörigen Tiefe zwi-

---

pferbank, über die sich ein Wasser in den See hinabstürzt, mit dem sich dann das eisenhältige Wasser aus dem rothen See vermischt, das sich ebenfalls in den grünen See ergieſst. Allein dieser Hypothese stehen viele wichtige physikalische Gründe entgegen, z. B. schon der Umstand, daſs das Wasser ganz rein, klar und geschmacklos ist, und, mit einem Glase geschöpft, dem Auge als ein gewöhnliches Quellwasser erscheint. *Asbóth* hat später seine irrige Hypothese selbst zurückgenommen. *Bredetzky*, der in einer Anmerkung den Ungrund der Hypothese *Asbóth's* rügte, wärmte dagegen eine andere, schon früher von *Buchholz* aufgestellte Hypothese auf, daſs nämlich die grüne Farbe von der Brunnenconferve *(Conferva fontinalis)*, von *Buchholz* Jungferhaar genannt, herrühre, die in den Tiefen der Seequelle wachsen; aber *Bredetzky* konnte diese Hypothese nicht befriedigend und gründlich als wahrscheinlich darstellen. Ritter von *Tobolds* (nicht der Maler *Stünder*, wie *Engel* irrig in der allgemeinen Litteraturzeitung behauptete) erklärte in der Zeitschrift von und für Ungarn von *Schediks*, 1804, die grüne Farbe für eine optische Täuschung, und sucht sie durch optische Deductionen mit vielem Glücke zu beweisen.

schen grofsen Felsenstücken im Laufe gehemmt eine Weile still stehen mufs *).

Merkwürdig ist es, dafs der in Hinsicht auf Gröfse so unbedeutende Alpensee gleichwohl einem ansehnlichen Bach den Ursprung gibt, der niemals versiegt. Dieser ist das sogenannte *weifse Wasser*, dessen gröfster Arm bei Käsmark in die Poper fällt.

Der dritte Alpensee in den Kupferschächten ist der *schwarze*, der im Gegensatze des im Norden der Alpen gelegenen grofsen schwarzen Sees, der *kleine* genannt wird.

Dieser See selbst ist fast eben so grofs als der benachbarte, vielgenannte grüne; er unterscheidet sich aber durch mehrere Eigenheiten, die ich nicht unangezeigt lassen kann. Seinen Namen hat er von dem schwarzen Grunde, so wie der grofse auf der Nordseite, und sein Wasser ist für das Auge klar, hat aber einen sumpfigen Geschmack, mehr als das des weifsen Sees, wovon die Ursache der Umstand ist, dafs es keinen schnellen Zu- oder Abflufs hat. Man sieht auf den dasigen steilen Höhen weder Schnee genug, noch die vielen anderswo vorkommenden Rinnsäle, die ihre Gegenwart durch Rauschen oder Plätschern verrathen. Man weifs auch nicht, auf welchem Wege die Wassermenge her-

*) Auch *Rumy* machte auf seinen Reisen aus der Zips nach Galizien und zurück (1805 — 1807) durch die Karpathenthäler an den Flüssen Poper, Dunajetz und verschiedenen Waldbächen dieselbe Beobachtung, und machte sie sowohl in der monatlichen Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde vom Freiherrn *v. Zach* zu Gotha, als auch in den Annalen der österreichischen Litteratur bekannt. Dasselbe Phänomen beobachtete er später in der Donau bei Wien, Prefsburg und Gran, und in dem lauwarmen See bei Gran.

beigeführt und unterhalten werde, und fast eben so ist es mit dem Abflufs bewandt; man kann, so lange man da ist, nichts davon wahrnehmen, denn er ist mit Steinen überwölbt und vom Krummholz beschattet; erst wenn man auf dem Rückwege ist, kommt man zu einem nicht eben wasserreichen Graben, der seinen unterirdischen Ursprung auf diesem See hat. Sein Wasser ist dem zu Folge mehr stockend als fliefsend, daher macht es einen Bodensatz, der jenem einen sumpfigen Geschmack ertheilt, obgleich es so klar zu seyn scheint, als überall in den Seen und Bächen der Alpen.

Der letzte See ist der *rothe*, der seinen Namen von dem vielen Eisen, welches die Steine da geröthet hat, erhalten haben mag.

V.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Wärme.

1. Über die Bestimmung hoher Temperaturen. Von *Prinsep*.

(Ann. de Chim. 41. 247.)

Die Wichtigkeit eines genauen Mittels zur Bestimmung hoher Temperaturen hat die Herausgeber dieser Zeitschrift bestimmt, im IV. Bande derselben des Vorschlagsprincipes eigens zu erwähnen, wodurch jene Bestimmung mit einer bisher wohl gewünschten, aber nicht erreichten Schärfe gemacht werden zu können schien, wiewohl dieser Vorschlag damals nur im Allgemeinen, keineswegs aber im Detail bekannt gemacht wurde, und derselbe Grund bewegt sie jetzt, da *Prinsep's* Arbeit

über diesen wichtigen Gegenstand ausführlich erschienen ist, sie in einem möglichst vollständigen Auszuge darzustellen.

Der Verfasser beginnt seine Arbeit mit Klagen über den Mangel genauer Versuche zur Bestimmung hoher Temperaturen, erwähnt der Mängel des *Wedgewood*'schen Pyrometers und des häufig gebrauchten pyrometrischen Mittels vieler Künstler, die einer hohen Temperatur bedürfen, welches in einer durch den Ofen gezogenen Metallstange besteht, die an einem Ende durch ihre Ausdehnung auf einen außerhalb des Ofens angebrachten Apparat wirkt, und dadurch wenigstens den Abstand der herrschenden Temperatur von einem festgesetzten Puncte angibt. *Prinsep* selbst versichert, sich längere Zeit hindurch bei der Münze in Benares einer solchen Stange bedient zu haben, die an einem Ende eine aus Gold und Silber nach dem Principe der Compensation zusammengesetzte Scale hatte, und führt eine merkwürdige dabei vorkommende Erscheinung an. Die Hitze, welcher diese Scale ausgesetzt seyn kann, konnte nie die Schmelzhitze des Bleies oder beiläufig 700° *F.* (296 ' 7/9 *R.*) übersteigen, und doch verlor das Gold an der Oberfläche nach und nach seine Farbe, auch wurde es vom Silber durchdrungen. Diese Wirkung wurde zuerst an den Kanten der Stange bemerklich, erstreckte sich aber endlich über die ganze Oberfläche des Goldes, so dafs sie durch ein Mikroskop mit kleinen bleifarbigen Körnern besäet schien. Wo das Gold die gelbe Farbe nicht ganz verloren hatte, bekam es doch das Ansehen einer Legirung aus Gold und Silber. Diese Änderung erstreckte sich bis zu einer beträchtlichen Tiefe in die Goldmasse, und der Apparat verlor zusehends an Empfindlichkeit für die Wärme. Am befestigten Ende der Stange, wo ein Platinplättchen angebracht war, war

keine solche Farbenwandlung eingetreten, und es schien, als hätte das Platin die Einwirkung der Silberdämpfe auf das Gold verhindert. Beide Metalle waren vor ihrer Verwendung vollkommen rein, sie wurden ohne Zwischenmittel auf einander gelegt, und so weit erhitzt, bis das Silber zu schmelzen begann. Der so erhaltene Doppelstreifen wurde hierauf laminirt.

Prinsep meint, es könnte hier das Silber auf ähnliche Weise auf das Gold gewirkt haben, wie nach *Faraday's* Beobachtungen Quecksilber auf Gold selbst bei sehr geringen Temperaturen wirkt.

Nach dieser Episode geht *Prinsep* auf *Daniell's* Pyrometer über, und legt demselben die geringe Ausdehnung des Platins durch die Wärme, die schlechte Leitungsfähigkeit des Graphites, und die Wandelbarkeit seiner Form zur Last, und kommt endlich zur näheren Angabe der Thatsachen, die sich auf sein pyrometrisches Verfahren und auf die Vortheile desselben beziehen.

Bekanntlich sollen nach *Prinsep* hohe Temperaturen nach den Schmelzpuncten des Silbers, Goldes, Platins und mehrerer Legirungen derselben bestimmt werden. Da diese Temperaturen unveränderlich sind, so geben sie einen unverrückbaren, aller Orten gleichen pyrometrischen Maſsstab ab. Der ganze Apparat zur Bestimmung hoher Hitzgrade nimmt nur ein sehr kleines Volumen ein, indem jedes Probemetallstück nur die Gröſse eines Stecknadelkopfes zu haben braucht. Diese Stücke sind unzerstörbar, da sie im Feuer nicht oxydirt werden, und nach einem damit vorgenommenen Versuche nur wieder unter einem Hammer geplattet zu werden brauchen; endlich ist die Bezeichnung bei diesem Pyrometer sehr einfach, und kann aus zwei Buchstaben und den die Legirung bezeichnenden Decimalen bestehen. So z. B. kann die Temperatur, bei welcher eine Legi-

rung aus 0.7 Silber und 0.3 Gold schmilzt, mit A 0.3 O, jene, bei welcher eine Legirung aus 100 Gold und 23 Th. Platin schmilzt, mit O 0.23 P bezeichnet werden *).

Die Bereitung des reinen Silbers und Goldes, so wie der damit veranstalteten Legirungen, deren jede um 10 pCt. mehr Gold enthielt als die nächst vorhergehende, und die demnach die ersten zehn Glieder der Pyrometerscale abgeben, unterliegt keiner Schwierigkeit, und darum hält sich auch *Prinsep* nicht bei derselben auf. Schwieriger ist die Bereitung der Legirungen aus Gold und Platin, deren man 99 bedarf, wovon jede um 1 pCt. mehr Platin enthält als die nächst vorhergehende, und darum spricht *Prinsep* davon ausführlicher. Wir wollen ihm folgen:

Es wurden dazu ganz reine Metalle gewählt, und das Mischungsverhältniſs bis auf $^1/_{1000}$ genau ausgemittelt. Jedes Probestück bekam ein Gewicht von 15 Gran Troy-Gewicht. Die Metalle wurden in eine kleine, mit calcinirten Knochen gefüllte, in einem thönernen Schmelztiegel befindliche Capelle gelegt, und einem mächtigen Essenfeuer ausgesetzt. Dabei wurde der Luftzutritt möglichst verwehrt, und öfters das Metall in Papier gewickelt, um der Trennung der kleinen Theile vorzubeugen. Als die Probestücke aus dem Feuer kamen, hatten einige derselben bedeutend am Gewichte gewonnen, und diese waren unter dem Hammer spröde; andere hatten ihr ursprüngliches Gewicht beibehalten, wenige derselben hatten gar einen geringen Gewichtsverlust erlitten. Beide, besonders aber letztere, waren sehr hämmerbar; zugleich waren sie glänzender, und an der

*) Die Buchstaben O, P und A beziehen sich auf die französischen Namen des Goldes, Platins und Silbers. Statt dieser könnten wir die deutschen G, P und S wählen.

Oberfläche mit krystallinischen Zeichnungen versehen. Die Ursache der Gewichtszunahme einiger Stücke konnte der Verfasser nicht ergründen, er muthmaſset aber, sie dürfte von einer Oxygenaufnahme herrühren. Folgende Tafel enthält 29 so bereitete Legirungen aus Gold und Platin. Es ist in derselben nur der Goldgehalt angegeben, was an demselben von 100 abgeht, ist an Platin zugesetzt. Die Legirungen aus 60 und 70 pCt. Platin konnten im stärksten Essenfeuer nicht mehr geschmolzen werden, die aus 55 pCt. Platin bestehende war nur halb geschmolzen.

Zahl.	Gehalt an Gold.	Sp. Gewicht der Legirung.	Absolutes Gewicht der Legirung nach dem Schmelzen in Granen	Hämmerbarkeit.
0	100	19.36	1000	Vollkommen hämmerbar.
1	99	18.4	1001.4	Etwas brüchig.
2	98	19.0	1001	Detto.
3	97	19.0	1000	Detto.
4	96	19.8	1004	Nicht vollkommen geschmolzen.
5	95	19.1	1008.5	Brüchig.
6	94	18.6	1001	Detto.
7	93	18.7	1014.5	An den Kanten etwas spröde.
8	92	19.5	1000	Sehr spröde.
9	91	19.4	1000	Vollkommen hämmerbar.
10	90	18.7	1005	Detto.
11	89	19.0	1003	Spröde.
12	88	19.4	1000	Detto.
13	87	18.8	1013	Ganz hämmerbar.
14	86	18.6	1000	Sehr spröde.
15	85	20.0	1000	Hämmerbar.
16	84	19.1	1004	Vollkommen hämmerbar.
17	83	19.2	1003	An den Kanten spröde.
18	82	20.5	990 ?	Detto.
19	81	20.9	996	Vollkommen hämmerbar.
20	80	18.9	1000.2	Detto.

Zahl.	Gehalt an Gold.	Sp. Gewicht der Legirung.	Absolutes Gewicht der Legirung nach dem Schmelzen in Granen	Hämmerbarkeit.
21.	75	20.9	992	Nicht ganz hämmerbar.
22	70	20.0	994	Detto.
23	65	19.9	990	Vollkommen hämmerbar.
24	60	19.0	1000.2	An den Kanten spröde.
25	55	18.9	1000.3	Detto.
26	50	20.0	1000	Etwas spröde.
27	45		1000.3	Spröde, aber nicht geflossen.
28	40		991	Nicht geflossen.
29	30		1000	Bloſs zusammengeschweiſst.

Die specifischen Gewichte konnten wegen der Kleinheit der Massen und einiger an denselben befindlicher Sprünge nicht genau gefunden werden. Sie sind bei den spröden Metallen geringer als bei den hämmerbaren.

Prinsep führt einige Beispiele an, welche die Empfindlichkeit seines Pyrometers zeigen, und geht dann zum wichtigsten Gegenstande seiner Abhandlung über, nämlich zur Bestimmung des Schmelzpunctes des Silbers und einiger seiner Pyrometerlegirungen nach Graden des Luftthermometers.

Zu diesem Behufe wurden in einem Ofen, worin man eine sehr hohe Temperatur hervorbringen konnte, kleine Schmelztiegel mit Silber und mit Legirungen aus Gold und Silber angebracht, und unter diesen auch ein aus reinem Gold bestehender Kolben, der nahe 10 Kubikzoll Luft faſste. An diesen Kolben war zuerst eine goldene, und auſserhalb des Ofens eine silberne, luftdicht schlieſsende Röhre angebracht, welche in ein Gefäſs führte, das gröſstentheils mit Olivenöhl gefüllt, unten mit einem Hahn zum Ablassen einer beliebigen Quanti-

tät desselben versehen war, seitwärts aber mit einer in gleiche Raumtheile getheilten, durch eine Öhlsäule gesperrten Glasröhre communicirte. Wenn die Temperatur des goldenen Kolbens erhöht wurde, dehnte sich die darin enthaltene Luft aus, es wurde ein Theil derselben in das Gefäfs mit Öhl getrieben, und man mufste durch den unteren Hahn des Apparates einen Theil Öhl herauslassen, um die Öhlsäule in der graduirten Glasröhre auf ihren ursprünglichen Stand zurückzuführen. Aus dieser Öhlquantität konnte man auf die Menge der aus dem Kolben vertriebenen Luft, und daraus auf die Temperatur des Kolbens einen Schlufs machen, wobei man aber das von *Gay-Lussac* und *Dalton* gefundene Ausdehnungsgesetz der Luft auf so hohe Temperaturen anwenden, aber auch die Ausdehnung des Goldes, die nur für Temperaturen innerhalb des Fundamentalabstandes durch wirkliche Versuche ausgemittelt ist, weit über diese Gränzen so annehmen mufs, wie sie sich aus jenen Versuchen ergibt. Es versteht sich wohl von selbst, dafs auf den bei jedem Versuch herrschenden Luftdruck und die Lufttemperatur, oder wenn diese sich während des Versuches änderten, auf das Mittel dieser Gröfsen, wie es sich aus der Beobachtung beim Beginn und beim Schlufs des Versuchs ergab, die gehörige Rücksicht genommen werden mufste. *Prinsep* führt eine sehr ausgedehnte Reihe solcher Versuche an, und berechnet für jede derselben den aus der Ausdehnung der Luft sich ergebenden Wärmegrad nach der *Fahrenheit*'schen Scale. Von diesen wollen wir nur jene aufnehmen, welche mit dem hier in Rede stehenden Pyrometer in Verbindung sind, d. h. welche dem Schmelzpuncte einiger der von *Prinsep* empfohlenen pyrometrischen Metalle entsprechen.

Zahl der Resultate.	Ofenhitze nach *Fahrenheit.*	Legirung, welche dabei schmolz.
1	1861	A
2	1718	A
3	2011	A 0.4 O
4	2198	A 0.2 O
5	1811	A
6	1670	A 0.1 O
7	1953	A 0.2 O (?)
8	1953	A 0.3 O
9	2018	A 0.2 O (?)
10	2024	A 0.2 O
11	1927	A 0.1 O (?)
12	1900	A 0.1 O (?)
13	1930	A 0.1 O
14	2045	A 0.3 O
15	2250	A 0.2 O
16	1800	A
17	1958	A 0.15 O
18	1874	A 0.1 O
19	1857	A
20	1958	A 0.2 O
21	2028	A 0.2 O
22	1966	A 0.1 O
23	1789	A
24	1807	A
25	2358	A
26	2765	A 0.4 O
27	2514	A 0.7 O
28	2427	A 0.2 O
29	2437	A 0.25 O

Aus diesen Versuchen erhält man folgende Mittelresultate:

Schmelzpunct des reinen Silbers 1830° *F.* = 999° *C.*
Silber mit $^1/_{10}$ Gold 1920° *F.* = 1049° *C.*
Silber mit $^1/_4$ Gold 2050° *F.* = 1127° *C.*

Die Rothglühhitze bestimmt *Prinsep* seinen Versuchen gemäfs mit 1200° *F.* = 649° *C.*, die Orangeglühhitze mit 1650° *F.* = 899° *C.* Man sieht hieraus, dafs diese Ergebnisse von den sonst als richtig angesehenen stark abweichen. So bestimmte z. B. *Wedgewood* den Schmelzpunct des Silbers mit 4717° *F.*, *Daniell* mit 2233° *F.*, also beide weit höher als *Prinsep.*

2. Bleibende Ausdehnung des Gufseisens nach öfterem Erhitzen. Von *Prinsep.*

(Journ. of sc. N. XX. p. 356.*)*

Prinsep bestimmte den Kubikgehalt einer Retorte aus Gufseisen vor dem Erhitzen, und als er sie ein Mal oder öfter einer starken Hitze ausgesetzt hatte, und überzeugte sich, dafs sie nach jeder Erhitzung gröfser ward, selbst nachdem sie ihre ursprüngliche Temperatur wieder angenommen hatte. Er bestimmte ihre Capacität durch das Gewicht von reinem Quecksilber, das sie bei 80° *F.* fafste. So fand er ihre Capacität

vor dem ersten Versuche . .	=	9.13	K. Zoll.
nach der ersten Erhitzung . .	=	9.64	»
» » dritten » . .	=	10.16	»

Merkwürdig ist es, dafs die Zunahme des Volumens gröfser ist als die Temperatur fordert, welcher das Eisen ausgesetzt war. Eisen dehnt sich innerhalb des Fundamentalabstandes, also für 100° *C.* um 0.0105 nach einer Dimension, oder um 0.0315 dem Volumen nach aus. Ein Volumen von 10 K. Z. soll demnach bei einer Tem-

peratur von 800° *F.* (welcher die Retorte ausgesetzt war) um 0.315 K. Z. zugenommen haben. Aber der wirkliche bleibende Zuwachs war gröſser, zum Beweise, daſs jene Ausdehnung des Eisens nicht so weit über den Fundamentalstand hinaus dem Gange der Wärme proportionirt sey.

3. Über einige ältere Versuche, die Abkühlungsdauer eines Körpers in verschiedenen Gasen betreffend. Von *Prevost.*

(Ann. de Ch. et de Phys. Tome 40, p. 332.)

Seit den Versuchen von *La Rive* und *Marcet* über die Capacität der Gase für die Wärme ist es besonders wichtig geworden, den eigentlichen Hergang der Sache bei Auskühlungsversuchen flüssiger Körper, oder fester Körper in flüssigen Mitteln, genau zu erforschen, weil man nur dadurch in den Stand gesetzt wird, die Schlüsse, welche diese berühmten Gelehrten aus ihren Versuchen zogen, richtig beurtheilen zu können. Bekanntlich hat schon *Dulong* (Bd. VI. S. 474 dieser Zeitschrift) diesen Gegenstand gründlich erwogen; aber es dürfte darum doch nicht überflüssig seyn, das anzuführen, was *Prevost* von älteren Versuchen, die diesen Gegenstand betreffen, sagt. Er führt die von *Achard* schon im Jahre 1783 bekannt gemachten Versuche an, bei denen man die Kugel eines Quecksilberthermometers in verschiedenen Gasen abkühlen lieſs. Er fand im Wasserstoffgas eine Abkühlung

von	70°	*R.*	— 60°	in	15	Secunden,
»	60°	»	— 50°	»	20	»
»	50°	»	— 40°	»	28	»
»	40°	»	— 30°	»	50	»
»	30°	»	— 20°	»	128	

im Kohlensäuregas

von 70° R.	—	60°	in	30	Secunden.
» 60° »	—	50°	»	37	»
» 50° »	—	40°	»	53	»
» 40° »	—	30°	»	92	»
» 30° »	—	20°	»	250	»

Die übrigen Gase, wie z. B. Sauerstoffgas, Stickgas, atmosphärische Luft, gaben Abkühlungsgeschwindigkeiten, welche zwischen den erwähnten, aber nahe an der des Kohlensäuregases lagen, so dafs man annehmen kann, in allen Gasen kühle ein Körper gleich schnell ab, mit Ausnahme des Hydrogengases, worin die Abkühlung viel schneller erfolgt. In folgenden Puncten kommen demnach diese älteren Versuche mit den neuesten überein:

1. Beide beweisen ein gleiches Verhalten der Gase in Betreff der Abkühlung, die sie an einem Körper unter denselben Umständen hervorbringen.
2. Beide zeigen, dafs das Hydrogengas eine Ausnahme mache, und die schnellste Abkühlung bewirke.

Die neuesten Beobachter, setzt *Prevost* hinzu, haben dieses verschiedene Verhalten im Wasserstoffgase einer gröfseren Leitungsfähigkeit zugeschrieben. Man kann in der That annehmen, dafs die Mollecüle des so leichten Wasserstoffgases sehr weit von einander abstehen, und dem Wärmestoffe einen leichteren Durchgang verschaffen als die übrigen Gase.

Wer diesen *Prevost*'schen Aufsatz mit der herrlichen, oben erwähnten Arbeit *Dulong's* vergleicht, wird leicht gewahr werden, worin sich die Ansichten beider von einander unterscheiden. Ersterer sieht die schnellere Abkühlung eines Körpers im Wasserstoffgas als den

Erfolg einer gröſseren Leitungsfähigkeit an; letzterer glaubt, und wie mir scheint, mit vollem Rechte, der Begriff der Leitungsfähigkeit lasse sich auf flüssige Körper, deren Theile durch die geringste Ungleichheit ihrer Dichte zu einer Bewegung nach aufwärts oder abwärts bestimmt werden können, nicht anwenden, und man kann das schnellere Abkühlen eines Körpers im Wasserstoffgase nur als das Resultat der gröſseren Beweglichkeit der Theile dieses Gases ansehen.

4. Über die Temperatur im Innern der Erde. Von *Henwood.*

(Journ. of sc. N. XX. p. 234.)

Henwood sammelte mehrere in Bergwerkschachten angestellte Temperaturbeobachtungen. Sie wurden im Grubenwasser selbst unmittelbar bei seinem Austritte aus dem Gestein, woher es kam, oder in einer geringen Entfernung davon angestellt. Folgende Tabelle enthält sie. Die Tiefe der Beobachtungsstelle ist in Fathoms angegeben, man kann sie leicht in Wiener Maſs darstellen, wenn man weiſs, daſs ein Fathom nahe 5.6 W. F. gibt. Die Temperatur gibt *Henwood* nach der *Fahrenheit*'schen Scale an; dem Namen des Schachtes, worauf sich die Beobachtung bezieht, ist ein G oder S beigesetzt, je nachdem das Gestein Granit oder Glimmerschiefer ist.

Beobachtungsort.	Tiefe in Fathoms.	Temperatur nach *Fahrenheit.*	Name des Beobachters.
Well zu Southwark	23	54°	*Fox.*
South Towan, S .	45	60	do.
Wellington, S . .	50	57	do.
detto. . . .	50	58	do.
Oatfield, S . . .	70	56	*Moyle.*
Liscombe	82	64	*Fox.*
Unity Wood . . .	86	64	do.
H. Trumpet, G . .	86	53	*Moyle.*
Botallack, G . . .	115	72	*Barham.*
Ting Tang, S . . .	117	65	*Fox.*
Beer Alston . . .	120	66.5	do.
Trumpet, G . . .	128	65	*Moyle.*
Chacewater, S . .	128	68	*Fox.*
detto. . . .	128	75	do.
H. Vor	131	70	*Forbes.*
Poldice	144	78	*Fox.*
detto.	144	80	do.
Consolidated . . .	150	76	do.
detto.	150	80	do.
H. Alfred	155	67	do.
detto.	155	70	do.
H. Friendship . .	170	64.5	do.
United Mines . . .	170	87	do.
detto. . . .	180	87.5	do.
Stray Park . . .	200	72	do.
detto.	200	74	do.
Oatfield, S . . .	236	82	*Moyle.*
detto.	236	86.5	do.
Dolcoath, G . .	240	80	*Fox.*
detto.	240	82	do.

Nach einer Beobachtung von *Fox* und Anderen ist nicht bloſs das in groſsen Tiefen hervorbrechende Wasser wärmer als die Luft oder das Wasser höher liegender Stellen, sondern es ist selbst das Wasser in derselben Tiefe wärmer als die Luft daselbst. Zum Beweise werden folgende Resultate angeführt:

Beobachtungsort.	Tiefe in Fathoms.	Temperatur nach F. der Luft.	des Wassers	Beobachter.
Little Bound .	26	54°	54°	*Forbes.*
detto. . .	35	57	55	do.
H. Vor . . .	über 40	57	57	*Barham.*
Little Bound .	50	57	59	*Forbes.*
Wellington . .	50	58.5	{57 / 58	*Fox.*
Botallack . .	83	67	68	*Forbes.*
Ding-dong . .	108	64	64	do.
Chacewater .	128	76	75	*Fox.*
detto. . .	128	74	68	do.
H. Vor . . .	140	66	66	*Forbes.*
H. Abraham .	140	70.5	73.5	*Fox.*
detto. . .	200	78	78.5	do.
Stray Park . .	200	71	{72 / 74	do.
Dolcoath . .	240	80	{80 / 82	do.

Bekanntlich ist die Temperatur jener Theile eines Schachtes, wo sich Menschen aufhalten, und keine freie Circulation der Luft Statt findet, höher als die des Wassers oder selbst als die der Luft in Stellen, wo ein Luftzug herrscht, wovon nur vielleicht die untersten Stellen tiefer Bergwerksgruben eine Ausnahme machen, weil dort beständig Dünste in die Höhe steigen und die Temperatur der oberen Stellen erhöhen, während die der unteren durch einen Gegenstrom von oben nach unten vermindert wird. *Rule* fand bei einer Untersuchung der Richtung solcher Luftströme in 25 der vorzüglichsten Schachten des Werkes zu Dalcoath, daſs in 13 derselben ein abwärts steigender, in den übrigen ein aufwärts steigender Strom Statt finde. *Fox* brachte in einem Schacht, der 230 Fathoms tief war, ein vier Fuſs langes Thermometer an, dessen Quecksilbergefäſs in einer Erdvertie-

fung steckte. Dieses Thermometer stand immer auf 75° — 75°.5, die Jahreszeit mochte welche immer seyn; nur der Zuflufs des Wassers, welches durch den unterbrochenen Gang der Hebmaschinen sich anhäufte, brachte es ein wenig mehr zum Steigen. Thermometer, welche 8 Z. tief in Felsen in verschiedener Höhe steckten, wovon sich der oberste 100 Fathoms unter der Erdoberfläche befand, hatten nach Verhältnifs ihrer Tiefe einen Stand, welcher sich von 57.5 — 70° änderte. Die Schachte, worin diese Beobachtungen gemacht wurden, befinden sich in Granit, und nach oben in Glimmerschiefer. Da die Werke zu Treskerby sich unter ähnlichen Verhältnissen befinden, so wurden auch in diesen einige Beobachtungen angestellt. Während im December 1819 die Temperatur der Erdoberfläche 50° *F.* betrug, hatten zwei Luftströme, die von der 149 Fath. tief liegenden Gallerie aufstiegen, eine Wärme von 72° — 76°. Im Jänner des Jahres 1820 war die Lufttemperatur nur 30°, die in der Grube blieb unverändert. Im September desselben Jahres betrug die Temperatur der Ströme 73° und 76°, die der Erdoberfläche 67°. Höhere Schachte sind meistens geräumiger als tief liegende, und fassen daher mehr Arbeiter als diese, und daher mag es kommen, dafs man erstere manchmal wärmer findet als letztere. In Cornwall hat das Gestein meistens eine verticale Schichtung, und gestattet dem oberen Wasser leicht in gröfsere Tiefe zu sinken, und davon kommt es, dafs daselbst das hervorquellende Wasser meistens wärmer ist als das Gestein selbst.

Ungeachtet so viele Gründe für die Zunahme der Temperatur gegen das Innere der Erde sprechen, so gibt es doch auch Erscheinungen, welche dieser Behauptung, wenigstens dem Scheine nach, entgegen sind, indem aus denselben hervorgeht, dafs das Wasser, das sich in

tiefen, verlassenen Gruben sammelt, eine verhältnifsmäfsig sehr niedere Temperatur hat. Hier folgt das Wesentliche solcher Erfahrungen:

Beobachtungsort.	Tiefe in Fathoms.	Temperatur n. *Fahrenheit*	Beobachter.
Alverton	Zu Tag.	55.5°	Dr. *Davy.*
H. Maid	—	55	do.
Marazion . . .	—	54	do.
H. Fortune . . .	—	55.5	do.
Anderer Platz . .	—	56	do.
Herland	—	53	*Moyle.*
detto.	—	54	do.
H. Rose	10	53.5	do.
Trevenen . . .	14	52	do.
H. Alfred . . .	18	56	do.
Relistian	25 }	55	do.
detto.	50 }		
H. Rose	54	53	do.
Klein Bound . .	52	55	*Forbes.*
Botallock . . .	65	62	do.
Ding Dong . . .	74	52.5	do.
H. Alfred	112	56	*Moyle.*
H. Vor	115	64	*Forbes.*
Tresaveax . . .	100	60	*Fox.*
Gunnis Lake . .	125	57	do.
United	170	80	do.
Oatfield	182	67	*Moyle.*

Gegen diese Resultate bemerkt *Fox:* Beobachtungen über die Temperatur des in verlassenen Gruben angehäuften Wassers gestatten keinen Schlufs über den Wärmezustand des Erdkörpers, denn das Resultat solcher Beobachtungen hängt viel von der Natur und Dicke der Schichten und der gröfseren oder geringeren Permeabilität der Gänge ab. *Henwood* führt aber an, dafs einst in den 190 bis 200 Fathoms tiefen Gruben die Dampfmaschinen, welche zur Gewältigung des Wassers

bestimmt waren, zu wirken aufhörten, und darum dem Wasser gestatteten, sich zwei Tage lang anzuhäufen. Als dieses ausgepumpt war, und wieder in den Werken gearbeitet werden konnte, so wurde vor dem Beginne der Arbeit die Temperatur des oberen Schachtes $=87^{\circ}.5$, die des unteren $=88^{\circ}$ *F.* gefunden. Als die Beobachtung einige Tage nach dem Beginnen der Arbeit wiederholt wurde, fand man die Temperatur geringer.

Merkwürdig ist eine Reihe von Beobachtungen, die zum Behufe der Temperaturvergleichung der metallführenden Gänge mit dem nahen Gestein angestellt wurden. Die Resultate derselben enthält folgende Tabelle:

Beobachtungs-ort.	Tiefe in Fathoms.	Entfernung vom Gange.	Temperatur des Ganges.	Temperatur des andern Gesteins.
Little Bounds	52	Unbekannt	54° / 56	54°
H. Neptune .	49	—	55	54
Ting Tang .	80 / 90	30 Fath.	64	64
detto.	110	—	68	
H. Squire . .	110	Unbekannt	72	69
Chacewater .	110	—	82	79
Treskerby .	120	—	72	66
Dolcoath . .	130	60 Fath.	63	62
United Mines	140	9 »	67	67
	160	8 »	75	69

Aus diesem geht hervor, daſs die Temperatur der Gänge im Allgemeinen höher ist, als die des daran grenzenden Gesteins. Dieser Umstand spricht, nach der Meinung des Verfassers, gegen die Annahme, daſs die innere Erdwärme von einem flüssigen Zustande des Erdkernes herrühre. Denn wäre dieses der Fall, so müſste die Temperatur einer Substanz in der Erde desto grös-

ser seyn, je dichter sie ist, und je besser sie die Wärme leitet. Aber die Granit- und Porphyrfelsen sind im Allgemeinen dichter und leitender als Glimmerschiefer und die metallführenden Gänge, und doch ist ihre Temperatur geringer als die der letztern. Im Verlaufe dieses Aufsatzes wird auch die schon vor Langem aufgestellte Meinung wieder angeführt, dafs das Wasser im Innern der Erde vom eindringenden Meerwasser herrühre. So sehr auch die Belege, welche dafür angeführt werden, für England gültig seyn mögen, so wenig dürften sie für ein Binnenland Gewicht haben; indefs mögen sie angeführt werden, um jeden Leser in den Stand zu setzen, die Sache nach seinem Sinne zu beurtheilen. Die Reinheit des Wassers im Innern der Erde, heifst es, steht mit der Tiefe der Stelle, wo es vorkommt, in keiner Verbindung. In den Werken Abraham und Dolcoath, den tiefsten in Cornwallis, erhielt man aus einer Pinte (4 Mafs) Wasser nur 2 Gran feste Substanz, während Wasser von H. Unity 16 Gr., von Poldice 19 Gr., von einem anderen 92 Gran feste Substanz auf die Pinte lieferte. Die durch Abdampfen erhaltenen Salze sind meistens Chloride, besonders Calciumchlorid; indefs hat *Fox*, besonders im Wasser von Unity und Poldice, Sodiumchlorid gefunden. 92 Gran der festen Substanz enthielten 52 Gr. Calciumchlorid und 24 Gr. Sodiumchlorid, der Rest bestand aus salzsaurem Eisen und schwefelsaurem Kalk. Alle diese Bergwerke werden im Urglimmerschiefer betrieben, und sind mehrere Meilen von der See entfernt.

5. Heitzung mit warmem Wasser. Von *Fowler.*

(The Gardener's Mag. N. XXI. Aug. 1829, p. 453.)

Viele mögen wohl schon gedacht haben, dafs es zweckmäfsig wäre, warmes Wasser in Röhren in einen

Raum zu leiten, dessen Temperatur geringer ist als die des Wassers, und daher durch letzteres erhöht werden mufs; weil man aber gewöhnt ist, die Bewegung des Wassers durch die Schwere hervorgebracht zu sehen, und dann der Wasserbehälter die oberste Stelle einnehmen müfste, so mochte man wohl an der zweckmäfsigen Ausführung einer solchen Heitzmethode verzweifelt haben. *Fowler* hat diese Heitzmethode dadurch höchst anwendbar gemacht, indem er eine solche Einrichtung an den Leitungsröhren traf, dafs die Temperaturdifferenz des Wassers in zwei verschiedenen Theilen dieser Röhren als bewegende Kraft dienen kann. Um das Wesen seiner Heitzmethode einzusehen, sey *c* (Fig. 7) ein Gefäfs mit warmem Wasser, und *a b* eine $^1/_2$ Z. weite, 4 oder 5 Fufs lange, heberförmig gebogene Röhre, wovon ein Schenkel *a* gerade aufsteigt, während der andere *b* mehrere Biegungen hat, und daher bei einer viel gröfseren Länge doch nicht höher ist als der erstere. Man denke sich diesen Heber mit Wasser gefüllt, dessen Temperatur höher ist als das Mittel, worin er sich befindet. Da wird das Wasser im Arme *a* eher abkühlen, als das in *b*, mithin dichter werden und zu sinken anfangen. Sobald dieses geschieht, rückt neues Wasser vom Gefäfse *c* durch den Arm *b* nach, und so beginnt ein Circuliren des Wassers in der Richtung von *b* nach *a*, dessen Geschwindigkeit von der Temperaturdifferenz der beiden Schenkel des Hebers abhängt.

Fowler empfiehlt diese Heitzung für Glashäuser, Bäder etc.; für letztere gibt er auch eine besondere Heitzeinrichtung an, welche Fig. 8 vorstellt. *a* ist der Wasserbehälter, auf welchen das Feuer wirkt, und worin das Wasser erwärmt wird, *b* stellt die Badwanne vor. Diese hat einen doppelten Boden, und zwischen den beiden Böden geht eine schlangenförmig gebogene Röhre *d*,

welche vom Wasserbehälter kommt, und in *e* mittelst eines Hahnes verschlossen ist, in *c* durch das Badwasser aufsteigt, und sich in die oben mit einer trichterförmigen Öffnung und einem Hahn *f* versehene verticale Röhre einmündet. Diese verticale Röhre ist in *e* wieder mit einem Hahn verschliefsbar, und an dem im warmen Wasser befindlichen offenen Ende *g* aufwärts gebogen, damit keine Luft und keine Unreinigkeit durch dieselbe hinaufsteigen kann. Dieses ganze Röhrensystem stellt nun den Heber vor, und der Trichter über *f* dient nur zum Einfüllen des Wassers, wodurch der Anfang der Wassercirculation bedingt wird. Will man das Badwasser erwärmen, so schliefst man die Hähne *e*, öffnet *f*, füllt durch den Trichter so viel warmes Wasser ein, bis der Heber damit voll ist, schliefst dann den Hahn *f*, und öffnet dafür die Hähne *e*. Sobald im längeren Schenkel das Wasser kälter ist als im kürzeren, beginnt das Circuliren desselben, und dauert fort, bis das Badwasser einen gewissen Grad erreicht hat. Es versteht sich von selbst, dafs die Schenkel des Hebers nicht über 32 Fufs hoch seyn dürfen.

B. Allgemeine Physik.

1. Über das Mafs des Druckes. Von *Bevan*.

(Phil. Mag. Oct. 1829, p. 284.)

Bekanntlich wünscht man oft den durch eine bestimmte Maschine hervorgebrachten Druck zu kennen, um ihn entweder mit dem dadurch erzeugten Effecte vergleichen zu können, oder um daraus die Gröfse der Reibung abzuleiten, welche an den Maschinentheilen Statt findet. *Bevan* lehrt diesen Druck zu finden. Man wird zwar auf den ersten Blick gewahr werden, dafs das von ihm vorgeschlagene Mittel kein sehr genaues Resultat

geben kann; aber da es sehr leicht anwendbar und gar nicht kostspielig ist, überdiefs man sich wirklich in sehr vielen Fällen gerne mit einer Annäherung an die Wahrheit begnüget, so mag davon kurz die Rede seyn. Nimmt man, sagt *Bevan*, eine kleine Bleikugel von bekanntem Durchmesser, legt sie zwischen zwei Platten aus härterem Metall, nähert diese einander in paralleler Richtung, drückt darauf mit einer bestimmten Kraft, so wird die Kugel abgeplattet, und die Gröfse dieser Abplattung wird die Stärke des Druckes anzeigen, dem sie ausgesetzt war. Mittelst einer Hebelpresse wird man leicht die Kraft bestimmen können, die erforderlich ist, um die Kugel in eine völlig flache Scheibe von $^1/_5$ Z. Dicke zu verwandeln. Bei einem solchen Versuche fand *Bevan*, dafs eine Kugel von $^5/_8$ Z. Durchmesser einen Druck von nahe 4000 Pfund erfordert, um diese Abplattung zu erleiden; eine Kugel von $^1/_8$ Z. Durchmesser braucht dazu 100 Pf. Hat man demnach einen gröfseren Druck zu messen, so setzt man demselben so viele solche Kugeln auf ein Mal aus, als man nach einer vorläufigen Schätzung für nothwendig hält, und summirt nach dem Versuch die zur Abplattung jeder einzelnen nöthigen Kräfte, um ein Gesammtresultat zu erhalten. Dabei ist es gut, die Kugeln zuerst durch einen schwachen Hammerschlag etwas platt zu machen, damit sie nicht einander zurollen, und ihre Entfernung von einander stets so grofs bleibe, dafs sie sich selbst nach der erlittenen Abplattung nicht berühren.

Mittelst dieses Mittels hat *Bevan* die Reibung einer Schraubenpresse mit eisernen Spindeln untersucht, und sie gleich $^3/_4$ — $^4/_5$ der dabei angewendeten Kraft gefunden.

2. Über die Torsion starrer Platten und Stäbe. Von *F. Savart.*

(Ann. de Chim. etc. T. 41, p. 373.)

In der neueren Zeit haben *Poisson* und *Cauchy* sehr scharfsinnige mathematische Untersuchungen angestellt über die Kraft, womit starre Körper einer Torsion entgegenwirken. *Savart* hielt es darum für nothwendig, denselben Gegenstand auf dem Experimentalwege zu untersuchen, um die Anwendbarkeit jener theoretischen Arbeiten auf wirkliche Körper außer Zweifel zu setzen. Er bediente sich zu diesen Untersuchungen folgender Vorrichtung: Der zu untersuchende Stab wurde in horizontaler Richtung an einem Ende in einen Schraubstock befestiget, am anderen Ende mit jenem Puncte, welcher in seiner Axe lag, durch einen horizontalen Stift gehalten, etwa so wie Gegenstände, welche in eine Drehbank eingespannt sind, gehalten zu werden pflegen. Eine Stange aus Eisen oder Kupfer, die in der Mitte mit einem Loch versehen war von der Form und Gröſse, wie es der zum Versuche hergerichtete Stab forderte, faſste mit diesem Loche den Stab an ihrem Umfange so, daſs, wenn diese Stange gedreht wurde, am Stabe eine Torsion eintrat. Die Windung wurde durch ein Gewicht hervorgebracht, das man mittelst eines Stahldrahtes am Ende jener Stange aufhing. Die Gröſse der Windung konnte man an einer getheilten Scheibe messen, die sich auf den Stift aufstecken lieſs, welcher mit einer Spitze das Ende des zu prüfenden Stabes hielt. Ein Gegengewicht von schicklicher Gröſse brachte den Hebelarm, woran das drehende Gewicht hing, wieder in die horizontale Lage zurück, wenn er sie durch die Drehung des Stabes verlassen hatte; auch wurde dafür Sorge getragen, daſs bei Anwendung bedeutender Gewichte

der Schraubstock seine Lage nicht ändern konnte. Auf diesem Wege erhielt *Savart* die Resultate, die hier gröfstentheils tabellarisch folgen:

1. Versuch mit einem Messingcylinder von 0.00672 M. Durchmesser und 0.649 M. Länge.

Torsionswinkel.	Angebrachtes Gewicht.	Berechnetes Gewicht.
1°	160 Gr.	160 Gr.
2°	320 »	320 »
3°	480 »	480 »
4°	640 »	640 »
5°	798 »	800 »
6°	957 »	960 »
7°	1115 »	1120 »
8°	1275 »	1280 »
9°	1434 »	1440 »
10°	1590 »	1600 »

Demnach erfolgt die Torsion bis zu einem Winkel von 4°, nach dem für elastische Körper aufgestellten Gesetze; über diesen Winkel hinaus zeigt sich eine Differenz zwischen dem beobachteten und berechneten Torsionswinkel, welche zeigt, dafs die Grenze der vollkommenen Elasticität bereits überschritten sey. Indefs kann diese kleine bemerkbare Differenz zwischen der Beobachtung und Rechnung auch von der nicht absolut unveränderlichen Befestigung des einen Endes des Cylinders herrühren.

2. Versuch mit einem vierseitigen rechtwinkeligen Prisma von 0.6567 M. Länge und 0.00566 M. Dicke.

Drehungswinkel.	Beobachtetes Gewicht.	Berechnetes Gewicht.
1°	126 Gr.	126 Gr.
2°	252 »	252 »
3°	378 »	378 »
4°	505 »	504 »
5°	630 »	630 »
6°	757 »	756 »
7°	880 »	882 »
8°	1008 »	1008 »
9°	1135 »	1134 »
10°	1258 »	1260 »
11°	1388 »	1386 »
12°	1518 »	1512 »

3. Versuch mit einem vierseitigen rechtwinkeligen Prisma aus Messing von 0.997 M. Länge, 0.00356 M. Dicke und 0.0092 M. Breite.

Drehungswinkel.	Beobachtetes Gewicht.	Berechnetes Gewicht.
1°	55.5 Gr.	55.739 Gr.
2°	111 »	111.478 »
3°	167 »	167.217 »
4°	223.5 »	222.956 »
5°	279 »	278.695 »
6°	334 »	334.434 »
7°	390 »	390.173 »
8°	447 »	445.912 »
9°	501 »	501.651 »
10°	557 »	557.390 »
11°	612.7 »	613.129 »
12°	670 »	668.868 »

Hier ist die dritte Columne aus einem Mittelresultate berechnet, welches erhalten wurde, indem man alle beobachteten Gewichte und eben so alle Drehungswinkel addirte, und jede dieser Summen durch die Anzahl der Beobachtungen theilte.

Ähnliche Resultate erhielt *Savart* auch mit Glasstreifen, Stahlplatten mit rechtwinkeligem Querschnitte, so wie mit metallenen dreiseitigen Prismen.

Nachdem durch diese Versuche ausgemacht war, dafs das auf theoretischem Wege gefundene Gesetz für verschiedene Drehungswinkel innerhalb der Grenzen der vollkommenen Elasticität vollkommen anwendbar sey, ging *Savart* zu Versuchen über, durch welche der Einflufs der Länge auf den Drehungswinkel untersucht wurde. Es wurden demnach Stäbe von ungleicher Länge und gleichen übrigen Dimensionen um 1° gewunden, und das dazu nöthige Gewicht mit dem verglichen, das sich aus der Rechnung ergibt. Aus folgenden Angaben sieht man, wie weit die Übereinstimmung zwischen beiden Gewichten geht.

Vierseitiges, gleichseitiges Stahlprisma von 0.00572 M. Breite.

Länge in Decimetern.	Beobachtetes Gewicht.	Berechnetes Gewicht.
12	132 Gr.	132 Gr.
11	145 »	144 »
10	159 »	158.4 »
9	175 »	176 »
8	198 »	198 »
7	226 »	226.3 »
6	263 »	264 »
5	317 »	316.8 »
4	395 »	396 »
3	525 »	528 »
2	785 »	792 »
1	1575 »	1584 »

Man kann es demnach für ausgemacht ansehen, daſs sich bei gleichen Drehungswinkeln die Gewichte verkehrt wie die Längen verhalten. Dieses Gesetz fand *Savart* auch bei vierseitigen Platten aus Glas und Eichenholz, so wie einer kupfernen Stange mit dreiseitigem Querschnitte bestätiget.

Der Theorie nach wächst das zu einer bestimmten Windung eines cylindrischen Körpers nöthige Gewicht bei übrigens gleichen Umständen wie die vierte Potenz der Durchmesser ihrer Querschnitte. Um die Anwendbarkeit dieses Gesetzes auf Naturkörper zu prüfen, bediente sich *Savart* mehrerer kupferner cylindrischer Stäbe von verschiedenen Durchmessern, hierauf kupferner Stäbe mit quadratischem Querschnitte, mehrerer Holzstäbe und Kupferstäbe mit dreiseitigem Querschnitte. Bei den cylindrischen Stäben standen für gleiche Drehungswinkel die vierten Potenzen der Durchmesser in dem Verhältnisse 33.1776 : 440.00935698 : 2279.88105 : 361 : 6678.41990656, oder wie 1 : 13.262 : 68.717 : 201.293; die Gewichte, durch welche jene Drehungswinkel erzielt wurden, wie die Zahlen 1 : 13.862 : 69.697 : 195.286. Demnach wird auch hier die Theorie als richtig angesehen werden können.

Bei den prismatischen vierseitigen Kupferstäben mit quadratischen Querschnitten verhielten sich die vierten Potenzen der Seiten wie die Zahlen 1 : 2.1393 : 14.8043, während die entsprechenden Gewichte in dem Verhältnisse der Zahlen 1 : 2.1429 : 14.7899 standen.

Bei Stäben mit rechtwinkeligem Querschnitte fand man die zur Erzeugung einer bestimmten Torsion nöthigen Gewichte in dem Verhältnisse der Quadrate ihrer Querschnitte, mithin auch der Theorie gemäſs. Auf ähnliche Weise ward die Theorie auch bei Stäben mit dreiseitigem Querschnitte bestätiget. Bei Stäben mit rechtwinkeligen Querschnitten stehen die Gewichte im

geraden Verhältnisse mit dem Producte aus der dritten Potenz der transversalen Dimensionen, getheilt durch die Summe der Quadrate dieser Dimensionen; daher stehen die Windungsbögen im verkehrten Verhältnisse mit dem Producte aus den dritten Potenzen der Dimensionen, getheilt durch die Summe ihrer Quadrate. Bleibt daher die Breite eines Stabes unverändert, und ist sie sehr groſs gegen die Dicke, so sind jene Gewichte nahe den dritten Potenzen der Dicke proportionirt, wenn auch die Elasticität nicht nach allen Richtungen dieselbe ist.

Demnach ist die Übereinstimmung zwischen der Theorie und der Erfahrung so groſs, als dieses nur zu erwarten ist, und man kann daher in allen Fällen, wo es sich um Windungen elastischer Körper handelt, von den theoretischen Formeln, wie sie *Poisson*, *Cauchy* und Andere entwickelt haben, unbedingten Gebrauch machen; nur muſs man manchmal, bei Stahl etc., auf gewisse, beim Abkühlen der Körper eintretende Umstände Rücksicht nehmen. So lange nämlich Metalle rein sind, sagt *Savart*, hat weder das Härten noch das Nachlassen derselben einen Einfluſs auf ihre Widerstandsfähigkeit, wenigstens gilt dieses vom Kupfer, Platin und Eisen; bei Legirungen, wie z. B. bei Messing, dem sogenannten Tamtam und dem Stahle, ist es nicht so.

Ein durch einen Hammerschlag abgeplatteter Messingdraht von $0^m.3$ Länge wurde mehreren Windungsversuchen unterworfen, und zwar nachdem er langsam oder schnell abgekühlt war. Der Windungswinkel betrug 1°. Folgende Tafel enthält die dazu nöthigen Gewichte:

Zustand des Körpers.	Gewicht.
Durch Hämmern gehärtet .	357.5 Gr.
Langsam abgekühlt	370 »
Schnell »	357.5 »
Langsam »	370 »
Schnell »	355 »
Langsam »	367 »
Schnell »	355 »
Langsam »	367 »

Versuche mit anderen Stäben aus demselben Metalle führten zu ähnlichen Resultaten. Lange Stäbe sind zu Versuchen dieser Art nicht wohl geeignet, weil sie nicht der ganzen Länge nach einerlei Elasticität haben, wie besonders daraus hervorgeht, daſs man für eine Hälfte eines solchen 1.302 M. langen vierkantigen Stabes zu einer Windung von 1° ein Gewicht von 110 Gr., für die andere den Abmessungen nach ganz gleiche Hälfte hingegen nur 92 Gr. brauchte.

Savart führt noch Versuche mit dem Tamtan so wie mit einem Stahlstabe an, der auch wie der vorhergehende Messingdraht mehrmal nach vorausgegangenem langsamen oder schnellen Abkühlen untersucht wurde, ohne dadurch zu einem vom vorhergehenden abweichenden Resultate zu gelangen. Demnach sieht man, daſs die Schnelligkeit des Abkühlens einen groſsen Einfluſs auf die der Torsion entgegenwirkende Kraft eines Körpers habe, und daſs ein langsames Abkühlen stets eine gröſsere Reaction erzeugt, als schnelles, welches wahrscheinlich davon herrührt, daſs die kleinsten Theile im ersteren Falle dem Zuge der inneren Kräfte leicht folgen und sich regelmäſsig anordnen können.

Savart hat auch angefangen, einige Versuche über die Ausmittelung des Punctes anzustellen, bei dem jede Substanz aufhört in ihre natürliche Lage zurückzukehren, nachdem sie eine Windung durch ein ihre Reaction überschreitendes Gewicht erlitten hat, und auch den Einfluſs der Zeit kennen zu lernen, durch welche die kleinsten Theile in einer unnatürlichen Lage zu verweilen gezwungen sind, aber er ist darüber nicht zu Ende gekommen. Doch erfuhr er dabei schon, daſs, wie schwach die Windungskraft auch immer seyn mag, sie stets damit anfängt, dem Stab, auf welchen sie wirkt, eine bleibende Windung zu ertheilen, aber nach einiger Zeit immer seiner Elasticität entgegenwirkt. Verstärkt man diese Kraft, so tritt wieder eine bleibende Torsion ein, u. s. f. Läſst man eine Kraft mehrere Stunden lang auf einen Körper wirken, so nimmt der Torsionswinkel zu, aber dieser Zuwachs nimmt wieder sehr langsam ab.

3. Über die Reduction der Bewegung eines Pendels auf den leeren Raum. Von *E. Sabine.*

(Phil. transact. 1829. *P. I., p.* 207.*)*

Den Freunden streng wissenschaftlicher Forschungen im Gebiete der Physik wird nicht unbekannt seyn, daſs *Bessel* die gewöhnliche, schon seit *Newton's* Zeiten übliche Art, den Einfluſs eines widerstehenden Mittels auf die Schwingungen der Pendel in Rechnung zu bringen, für mangelhaft hält, weil man die Kraft, die dem Pendel nach Wegnahme des Theiles, welcher dem Widerstande entspricht, übrig bleibt, nur auf die Masse des Pendels vertheilt denkt, während doch nicht bloſs dieses, sondern auch ein Theil des Mittels dadurch in Bewegung gesetzt werden muſs. Um nun die Richtigkeit der Bemerkung dieses wahrhaft groſsen Gelehrten

zu prüfen, hielt es *Sabine* für nothwendig, Pendelversuche in einem Raume anzustellen, in welchem man die Luft nach Belieben verdünnen, ja sogar die Atmosphäre mit einem anderen Gase, z. B. mit Hydrogengas verwechseln konnte. Es wurde zu diesem Behufe von *Newmann* ein besonderer Pendelapparat construirt, dessen Haupttheile aus Eisen bestanden, den man mit einer Art großen Recipienten luftdicht schliessen konnte, und der sich mit einer Luftpumpe in Verbindung bringen liefs. Die Schwingungszeit dieses Pendels wurde abwechselnd in der Luft von natürlicher Dichte und bei starker Verdünnung derselben mittelst der *Borda*'schen Methode der Coincidenzen mit Beihülfe einer guten Pendeluhr bestimmt. Wurde die Pendelbewegung nach der bisher üblichen Ansicht bei 45° *F.* und dem Luftdrucke von 30 engl. Zollen auf den leeren Raum reducirt, so fand man, dafs die defshalb nöthige Correction der in einem Tage vollbrachten Schwingungsanzahl 6.26 Oscillationen betrug; der Versuch in verdünnter Luft zeigte aber, dafs diese Correction für dieselbe Temperatur und denselben Luftdruck 10.36 Oscillationen ausmache. Daher gibt die bis jetzt üblich gewesene Correction die Schwingungsanzahl um 4.1 Einheiten zu klein an.

Für die Temperatur von 40° *F.* und einem Luftdrucke von 30 Z. fand *Sabine* die Reduction der einem Tage entsprechenden Schwingungsanzahl von der atmosphärischen Luft auf den leeren Raum 5.27 Mal gröfser, als die vom Wasserstoffgas auf den leeren Raum; ein anderer Versuch gab dieses Verhältnifs mit 10.41 : 2 an, so dafs man es im Durchschnitte mit $5\,^1/_4 : 1$ bezeichnen kann.

* * *

Es geht demnach aus diesen Versuchen hervor, dafs die bis jetzt übliche Reductionsmethode des Pendels auf

den leeren Raum nicht richtig sey; indeſs dürfte manches die Schärfe der Resultate dieser Versuche verdächtig machen, denn der Mangel am luftdichten Schluſs des Recipienten, worin sich das Pendel befand, machte es nothwendig, selbst während der Versuche die Luftpumpe in Thätigkeit zu erhalten, um die eingedrungene Luft wieder wegzuschaffen; ein Umstand, der auf das Resultat so delicater Versuche leicht einen schädlichen Einfluſs ausüben konnte. *Bessel* selbst hat die Schwierigkeiten solcher Versuche in seinem classischen Werke über die Länge des einfachen Secundenpendels (Berlin 1828, S. 37) anerkannt, und es nicht gewagt, von denselben Gebrauch zu machen. Dieser Gelehrte hat darum einen anderen Weg eingeschlagen, um das Mangelhafte der alten, und die Richtigkeit seiner Theorie zu bewähren. Er lieſs nämlich verschiedene Körper im Wasser und in der Luft schwingen, und zwar:

1. Ein langes Pendel mit messingener Kugel. Dieses brauchte zu einer Schwingung in der Luft 1″.7217 m. Z., im Wasser 1″.9085 m. Z.

2. Ein kürzeres Pendel mit derselben Kugel. Es brauchte zu einer Schwingung in der Luft 1″.0020 m. Z., im Wasser 1″.1078 m. Z.

3. Ein Pendel, von der Länge des ersteren, mit einem hohlen geschlossenen Messingcylinder, der eben so schwer war, wie die vorhin gebrauchte Kugel. Die Zeit einer Schwingung in der Luft war 1″.7244 m. Z., im Wasser 2″.7892 m. Z.

4. Ein Pendel von der Länge des eben gebrauchten kürzeren mit demselben Cylinder. Es machte eine Schwingung in der Luft in 1″.0104 m. Z., im Wasser in 1″.6385 m. Z.

5. Das Pendel 3. mit dem Cylinder ohne Boden. Es

oscillirte ein Mal in der Luft in 1''.7199 m. Z., im Wasser in 2''.5675 m. Z.

6. Das Pendel 4. mit dem Cylinder ohne Boden. Die Dauer einer Schwingung in der Luft war 1''.0019 m. Z., im Wasser 1''.5042 m. Z.

Nun berechnete aber *Bessel* aus der in der Luft beobachteten Schwingungszeit die im Wasser nach der bisher gebrauchten Theorie, und fand die Werthe, welche folgende Tafel enthält, der zur besseren Übersicht gleich die beobachteten Schwingungszeiten beigesetzt wurden:

		Schwingungsdauer.	
		Berechnet.	Beobachtet.
Kugel von Messing	langes Pendel	1.8373	1.9085
	kurzes »	1.0693	1.1078
Hohlcylinder. . .	langes »	2.3928	2.7892
	kurzes »	1.4021	1.6385
detto. ohne Boden	langes »	1.8339	2.5675
	kurzes »	1.0683	1.5042

Es stimmt daher die ältere Theorie auch mit diesen Versuchen nicht überein, und ihre Unzulänglichkeit dürfte wohl keines weiteren Beweises mehr bedürfen.

4. Über die im Steinsalz vorkommenden, mit Flüssigkeiten gefüllten Höhlen. Von *Nicol.*

(Edinb. phil. journ. N. 13, p. 111.)

Die Krystalle des in England vorkommenden Steinsalzes sind in der Regel mehr oder weniger undurchsichtig, und von röthlicher Farbe; doch trifft man manchmal auch weiße und vollkommen durchsichtige an. Bei der Untersuchung eines solchen Exemplares aus Cheshire bemerkte *Nicol* eine große Menge kleiner, unregelmäs-

sig vertheilter Höhlungen, die ganz mit einer Flüssigkeit angefüllt waren, und nur in einigen derselben konnte man ein Luftbläschen bemerken; wurde eine Höhlung, worin man keine Luftkügelchen bemerkte, nur ein wenig erwärmt, so bemerkte man eines in dem Augenblicke, wo die Wärme zu sinken anfing. Wird ein Krystallstück, worin sich eine Höhlung mit einem sichtbaren Luftbläschen befindet, erwärmt, so verringert sich das Volumen dieses Bläschens, und verschwindet, bevor noch der Krystall so heiſs geworden ist, daſs er beim Berühren mit dem Körper eine schmerzhafte Empfindung hervorbringt. Beim Erkalten erscheint es wieder, und nimmt am Volumen zu, bis die Temperatur des Krystalls der der Atmosphäre gleich kommt.

Berührt man mit einem heiſsen Eisendrahte die einem solchen Kügelchen entgegengesetzte Seite der Höhlung, so zeigt es nicht die mindeste Neigung, sich zu bewegen; durchbohrt man das Mineral bis zu der Stelle, wo sich die Höhlung befindet, so wird das Volumen des Bläschens ein wenig gröſser, doch treibt es nichts von der Flüssigkeit durch die Öffnung heraus. Dieser Umstand beweiset, daſs die Expansivkraft der Luft in den Höhlungen der Steinsalzkrystalle viel geringer ist, als im Fluſsspath und Schwerspath. (Vergleiche hiemit Bd. I., S. 414 dieser Zeitschrift.)

Öffnet man eine solche Höhlung völlig, so geht die Flüssigkeit nicht heraus und zeigt keine Neigung zum Krystallisiren, selbst wenn die atmosphärischen Verhältnisse eine gesättigte Kochsalzlösung schnell zum Krystallisiren bestimmen würden. Doch fügt sie sich in die Gesetze der Krystallisation, wenn man sie erhitzt, und schieſst in feinen, nadelförmigen Krystallen an, die aber bald zerflieſsen, wenn auch die Luft sehr trocken zu seyn scheint.

Dieser Umstand beweiset, daſs diese Flüssigkeit keine Kochsalzlösung sey. *Nicol* hatte nicht genug von derselben sammeln können, um über ihre chemische Natur ins Reine zu kommen. Gibt man einige Tropfen salpetersaures Silber in die Flüssigkeit, so bildet sich ein bedeutender Niederschlag, der auf das Daseyn von Salzsäure schlieſsen läſst. Salzsaurer Baryt erzeugt keinen Niederschlag, und die Flüssigkeit enthält daher keine Schwefelsäure. Oxalsaures Ammoniak gibt einen schwachen Niederschlag, zum Beweise, daſs die Flüssigkeit etwas Kalk enthalte; kohlensaures Kali bewirkt den reichlichsten Niederschlag, und man kann daher ohne weiters annehmen, daſs salzsaure Magnesia der Hauptbestandtheil jener Flüssigkeit sey. Man kann demnach die in den Höhlungen des Steinsalzes vorhandene Flüssigkeit als gesättigte Auflösung von salzsaurer Magnesia mit einer geringen Menge salzsaurem Kalk vermengt ansehen.

C. Meteorologie.

1. Über die Ursachen der Färbung des Schnees.

(Bibl. univ. Oct. 1829, p. 172)

Roth gefärbten Schnee hat zuerst *Saussure* und hierauf Cap. *Parry* auf seiner Reise in die Polargegenden bemerkt. Letzterer brachte die färbende Substanz dieses Schnees mit sich zurück, und *Bauer*, *Brown* und mehrere Andere erkannten sie als eine kleine kryptoganische Pflanze. *Wrengel* fand dieselbe Substanz an den Felsen im Norden Schwedens, und erkannte sie ebenfalls als eine Pflanze. Man hat die den Schnee in den Polargegenden färbende Masse, welche Cap. *Parry* mitbrachte, mit dem färbenden Principe des Alpenschnees vergli-

chen, und als völlig identisch erkannt. Die Botaniker nennen diese Pflanze *Protococcus nivalis.* Die Pflanzen, welche unter dem Namen *Protococcus chermisinus, Palmella nivalis, Uredo nivalis, Leprario chermisino* bekannt sind, unterscheiden sich von ersterer nicht. Aber auch thierische Substanzen können dem Schnee, dem Eise und dem Wasser eine besondere Färbung ertheilen. Das Wasser des Sees Morat wird durch ein Thier gefärbt, das *De Candolle* unter dem Namen *Oscillatoria rubescens* beschrieben hat, und *Scoresby* hat zwei andere Thiere bezeichnet, welche das Eis in den Polargegenden färben. Das Wasser der Polarmeere hat, nach seinen Erfahrungen, die Eigenschaft, das poröse Eis oder den dichten Schnee röthlichgelb zu färben, sobald es von schmutzig olivengrüner Farbe erscheint, welches an den Küsten von Spitzbergen und Grönland häufig der Fall ist. Die Färbung des Schnees oder Eises zeigt sich besonders an den Kanten gröſserer Massen, und das Thier, welches die Färbung erzeugt, ist dem sehr ähnlich, welches *Lamark Beroë globuleux* nennt. Es gehört in die Classe der Kugelthiere, ist durchscheinend, von der Gröſse eines Stecknadelkopfes, und hat paarweise angeordnete Puncte. In einer Breite von 71° 15′ und einer westl. Länge von 17° 20′ fand er auch bräunlich rothes Wasser, dessen Farbe von Myriaden sehr lebhafter Thierchen abhängt, die an Gestalt einem Fingerhut gleichen, aber nur $^1/_{2160}$ Z. groſs zu seyn scheinen, so daſs ein Tropfen Wasser deren über 12000 enthalten kann *). Da er weder Schnee noch Eis in der Nähe hatte, so

*) *Scoresby* gibt die Länge eines solchen Thieres mit $^1/_{2160}$ Z., die Breite mit $^1/_{3260}$ Z. an. Es legte in einer Secunde einen Weg von $^1/_{210}$ Z. zurück. In einem Tropfen Wasser fand er mittelst eines Mikroskopes mit einem Glasmikrometer nahe 12.960 solcher Thiere. *B.*

konnte er ihren Einfluſs auf die Färbung derselben nicht ausmitteln.

Demnach kann Schnee und Eis aus mehreren Ursachen eine Färbung erhalten. Glaubwürdige Personen versichern, in den Schweizeralpen rothe Schneeflecken gesehen zu haben, die von angehäuften kleinen Thierchen herrühren; andere sprechen gar von blauem Schnee.

2. Über das Nordlicht. Von *J. Farquharson.*

(Phil transact. 1829. *P. I.*, *p.* 103.*)*

Gegenwärtiger Aufsatz handelt von dem Entstehen, der Anordnung und der Ausbildung des Nordlichtes. Der Verfasser desselben hat schon im Jahre 1823 eine Arbeit in das *Edinb. phil. journ.* einrücken lassen, worin er sich über diesen Gegenstand ausspricht, und folgende Behauptungen aufstellt: Das Nordlicht hat unter allen Umständen eine gewisse Anordnung und Gestalt, und schreitet auf bestimmte Weise fort. Die Lichtbüschel, welche von demselben ausstrahlen, erscheinen zuerst im Norden, und bilden einen von West nach Ost gespannten Bogen, dessen Scheitel sich im magnetischen Meridian befindet. Dieser Bogen hat, so lange seine Höhe nur klein ist, eine bedeutende Breite in der Richtung von Nord nach Süd, die ausfahrenden Strahlen schneiden ihn, und sind gegen einen südlich vom Zenith liegenden Punct hin gerichtet; der Bogen selbst bewegt sich gegen Süden hin, wird immer schmäler, je näher er dem Zenith kommt, gewinnt aber an Lichtstärke. Die Lichtbüschel in der Nähe des magnetischen Meridians werden kürzer, und die Winkel, die die ausfahrenden Strahlen in der Nähe der Endpuncte des Bogens mit demselben machen, werden immer spitziger, bis die Strahlen in den Bogen fallen. Dann erscheint der Bogen selbst nur als schmaler, 3°—4° breiter Gür-

tel, der auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. Er rückt immer weiter gegen Süden fort, und erst nachdem er das Zenith um einige Grade überschritten hat, wächst seine Breite wieder, und er nimmt die vorher besprochenen Veränderungen wieder in verkehrter Ordnung an. Alle diese Erscheinungen meint der Verfasser erklären zu können aus dem gänzlich oder nahe verticalen Stande der Lichtbüschel. Seit dieser Zeit hat er mehrere Nordlichter in seinem Aufenthaltsorte in einer Breite von 57° 15′ beobachtet, und das vorhin Erwähnte bestätiget gefunden, mit Ausnahme zweier Puncte, die sich auf die Masse einzelner, bei den Nordlichtern vorhandener Gröſsen beziehen. Der Punct nämlich, nach welchem die Lichtbüschel hinzielen, liegt nicht, wie er früher behauptete, 10° südlich vom Zenith, sondern den neuesten Beobachtungen gemäſs 15°. Ferner ist die Breite des Ringes im Zenith nicht, wie vorhin behauptet wurde, nur 5°, sondern mehr als 6°.

Farquharson beschreibt nun drei vorzügliche von ihm beobachtete Nordlichter, und glaubt darin nicht bloſs eine Bestätigung seiner früheren Aussprüche gefunden zu haben, sondern auch einiges Nähere über die Höhe des Nordlichtes bestimmen zu können. Das erste sehr merkwürdige Nordlicht beobachtete er am 22. November 1825. Als er es gewahr wurde, waren schon zwei deutliche von einander getrennte Bögen an der Nord- und Nordostseite des Himmels gebildet; die Continuität des einen war nur durch wenige einzeln stehende Wolken gestört, die mit dichtem Nebel von Norden her kamen, und vom Monde hell beleuchtet waren. Der südlichere Bogen stand noch nahe 25° vom Zenith, er war an der Westseite in einer Höhe von 35° plötzlich abgeschnitten, der westliche Theil reichte fast bis zum Horizont. Die Strahlen, welche vom Scheitel dieses

Bogens ausfahren, waren kurz, dicht, und mit dem magnetischen Meridian parallel; sie wurden gegen die beiden Enden des Bogens hin immer länger, und zielten nach einem 10° — 15° südlich vom Zenith gelegenen Puncte. Die Breite des Bogens betrug nahe 10°; er schritt in paralleler Richtung gegen Süden fort, und wurde dabei immer schmäler; als er das Zenith erreicht hatte, war er nur mehr 3° — 4° breit, stand genau auf dem magnetischen Meridiane senkrecht, sein Scheitel sendete nur noch nebeliges Licht aus, und aus den Enden fuhren Strahlen nach der Richtung des Bogens hin. Der zweite Bogen war mit dem ersten parallel, aber niedriger als dieser; sein Scheitel stand nur 25° — 30° über dem Horizont; er war 15° — 20° breit, aber an den Rändern nicht scharf begrenzt und nicht unveränderlich an Breite. Auch dieser Bogen schritt gegen Süden hin, und hob sich dabei mehr über den Horizont, so dafs er an Länge und Breite zunahm, kurz er erlitt ähnliche Veränderungen wie der erstere. Eine lichte Stelle am Nordpuncte des magnetischen Meridians versprach einen dritten Bogen zu liefern, und sandte schon einige Strahlenbüschel aus, doch unterblieb die völlige Ausbildung.

Ein anderes Nordlicht ward am 9. September 1827 um 11 Uhr beobachtet. Beim ersten Anblick erschien ein an den Enden ausgezackter Lichtbogen, dessen östliches Ende mit röthlichem Lichte bis zum Horizont herabreichte, während sein westliches auf einer tief stehenden Wolke aufstand. Jenes Ende war ungewöhnlich (über 20°) breit. Hierauf erschien ein anderer 40° hoher, 20° — 25° breiter Bogen mit Strahlen, die gegen einen südlich vom Zenith liegenden Punct hinzielten. Der Horizont erschien in der Gegend des magnetischen Meridians stark erleuchtet. Beide Bögen zeigten bald

ein Vorrücken gegen Süd, der höhere erreichte in wenigen Minuten das Zenith, und erschien daselbst schmäler und besser begrenzt. Sein östlicher Ast löste sich in zwei abgesonderte und nahe verticale Lichtsäulen auf, wovon die südlichere als Fortsetzung des ursprünglichen Bogens selbst erschien, die nördliche aber 20° Höhe hatte. Jede dieser Säulen war, als ihre Breite am geringsten erschien, 5° breit, und ihr Zwischenraum etwas gröſser; sie bestanden wahrscheinlich aus zwei in parallelen Ebenen liegenden Lichtfranzen, deren eine nördlicher und östlicher lag als die andere. Der Rest dieses Bogens war im Zenith 6° breit, seine Geschwindigkeit, mit der er nach Süden vorrückte, betrug 40° in 10 Minuten. Als er 30° über das Zenith hinausgekommen war, verschwand er plötzlich. Der nördlicher gelegene Bogen rückte wie der erstere vorwärts, und erlitt im Allgemeinen dieselben Veränderungen wie dieser.

Das dritte Nordlicht endlich, welches der Verfasser beobachtete, fand am 29. September 1828 Statt. Es fand dabei nichts besonders Merkwürdiges Statt, was nicht schon früher beobachtet worden wäre, nur ist der Umstand anzuführen, daſs dieses Nordlicht gleichzeitig von Mehreren beobachtet wurde, und da alle Beobachter in der Hauptsache mit einander übereinstimmen, über die Richtigkeit derselben kein Zweifel übrig bleibt.

Der Verfasser benützt diese und frühere Beobachtungen, bei denen er das Nordlicht mit gleichzeitig am Himmel vorhandenen Wolken verglich, dazu, um die Höhe des Nordlichtes auszumitteln, und gelangt zu dem Schluſs, daſs das Nordlicht nicht höher stehe als die Wolkenregion. Hierin stimmen auch *Parry*, *Scherer* und *Roſs* überein, die behaupten, daſs das Nordlicht unmittelbar ober der Gegend erscheine, wo die Wasser-

dünste sich zu Wolken umbilden. Die wirkliche Höhe wechselt daher mit dem Zustande der Atmosphäre.

3. Höhe des Nordlichtes. Von *Dalton*.

(Phil. transact. 1828. *P. II.*, *p.* 291.*)*

Mit den so eben erwähnten Behauptungen über die Höhe des Nordlichtes steht das im Widerspruche, was *Dalton* für wahr hält. Wir wollen das Wesentliche der Gründe anführen, die das Urtheil dieses ausgezeichneten Gelehrten bestimmten.

Am 29. März 1829 um 8 — 10 U. Abends sah man an mehreren Orten Schottlands und Englands ein besonders regelmäſsiges und glänzendes Nordlicht. Aus den hierüber gesammelten Nachrichten schlieſst *Dalton*, daſs der Lichtbogen in der ersten Stunde keine Bewegung hatte, hierauf aber anfing sich mit einer Geschwindigkeit von mehreren Graden nach Süden zu bewegen. Überall, wo man dieses Phänomen beobachtete, schien der Scheitel des Bogens im magnetischen Meridian zu stehen. Die Höhe dieses Meteores schätzt *Dalton* auf 100 Meilen; er führt aber noch mehrere andere Höhenbestimmungen an. Nach den von *Cavendish* gemachten und berechneten Beobachtungen sollte die Höhe des Nordlichtes 52 — 70 Meilen betragen. *Crosthwaite* und *Dalton* selbst setzen die Höhe eines im Jahre 1793 beobachteten Nordlichtes mit 32 Meilen an. Aus mehreren Bestimmungen *Bergmann's* ergibt sich für dieses Meteor eine Höhe, die von 130 bis 1000 Meilen und darüber wechselt. Andere Beobachtungen über ein Nordlicht vom 17. October 1819 setzen die Höhe desselben mit 100 Meilen fest. Alles dieses zusammengenommen bestimmt *Dalton* zu der Behauptung, ein Nordlicht mit leuchtenden, vollständigen Bögen sey nahe 100 Meilen über der Erdoberfläche. Man sieht demnach, daſs *Dalton's* An-

gabe von der vorhergehenden sehr stark abweicht. Setzt man ein Nordlicht mit *Farqukarson* in die Region, wo sich die Dünste zu Wolken niederschlagen, so gibt man ihm eine Höhe von nahe 2000 Fuſs, während hier von 100 Meilen die Rede ist.

Die Herausgeber des *Bulletin des sciences*, die diese Arbeit *Dalton's* auch in den physikalisch-mathematischen Theil (August 1829) derselben aufgenommen haben, führen einiges an, das mit *Dalton's* Meinung eben so im Widerstreit ist, wie die vorhin erwähnte Behauptung *Farquharson's*. Sie sagen: 1) Nach den gleichzeitigen zu Basquian-Hils und Cumberland-House vom Lieutenant *Hood* und *Richardson* angestellten Beobachtungen mehrerer Nordlichter kommt dieser Erscheinung nur eine Höhe von 7 — 8 Meilen zu, und Cap. *Franklin* bestätiget dieses. 2) Die Winkelhöhe, woraus *Dalton* seine Schlüsse zieht, kann nicht genau oder nicht gleichzeitig gemessen seyn, denn wäre sie dieses, so käme der Atmosphäre eine gröſsere Höhe zu, als man ihr gewöhnlich zuschreibt, weil man doch nicht annehmen kann, das Leuchten des Nordlichtes rühre vom Lichte eines ponderabilen, etwa Cometenähnlichen, auſser der Atmosphäre befindlichen Stoffes her, sondern habe in der Atmosphäre seinen Sitz. Man könnte noch hinzusetzen, was schon *Biot* anführt, daſs das Nordlicht in der Atmosphäre entstehen müsse, weil es an der täglichen Bewegung der Erde Theil nimmt, und daher seine Höhe geringer ist, als die Grenze der Atmosphäre.

4. Einwirkung der Nordlichter auf die Magnetnadel.

Die Einwirkung der Nordlichter auf die Magnetnadel ist von sehr ausgezeichneten Gelehrten behauptet und bezweifelt worden. *Arago* hat mit besonderem Fleiſse

Thatsachen gesammelt, welche diese Einwirkung beweisen; *Brewster* hingegen hält sie noch immer für unzulänglich, um die Sache aufser Zweifel zu setzen, wie man aus den Arbeiten dieser Gelehrten, welche in Bd. IV., S. 340 u. f. dieser Zeitschrift enthalten sind, ausführlich entnehmen kann. Seitdem dieser Streit begonnen hat, sind mehrere Beobachtungen bekannt geworden, welche für das Daseyn einer solchen Einwirkung sprechen, insbesondere haben die Nachrichten *Kupffer's* in Kasan und *Richardson's* die Sache einer definitiven Entscheidung sehr nahe gebracht. Folgende aus dem in Nordamerika erscheinenden *Sillimann*'schen Journal entlehnte Notiz dürfte aber doch nicht überflüssig seyn, da sie Beobachtungen betrifft, die in einer ganz anderen Gegend angestellt wurden, als die *Kupffer's* und *Richardson's* (jener beobachtete zu Kasan, dieser am Bärensee), nämlich in Nordamerika. Die Beobachtung, von der hier die Rede ist, wurde am 28. August 1827 um 10 Uhr Abends während eines sichtbaren Nordlichtes angestellt. Ich stellte, heifst es in der erwähnten Quelle, eine sehr empfindliche, horizontal schwebende Magnetnadel an das Fenster meines Zimmers, das an der Nordseite des Hauses lag, und in ein anderes, 10 Fufs davon entferntes, eine Neigungsnadel. Bei näherer Betrachtung sah ich, dafs keine von beiden in Ruhe kommen wollte. Die horizontal schwebende machte Schwingungsbögen, deren Mittel um 5° westlicher lag als der magnetische Meridian. Die Neigungsnadel oscillirte von 64° bis 75°, und war in beständiger Unruhe. Oft blieb sie bei 60° einen Augenblick stehen, und zeigte blofs eine zitternde Bewegung, dann schritt sie aber bis 75°—76° fort, und ihr Stand entsprach einer Neigung von 69° 1/2, welche von der wahren, dem Beobachtungsorte entsprechenden Inclination um 2° 1/2

abweicht. Der Glanz des Nordlichtes nahm bis 10 Uhr 30 Minuten zu, und verschwand hierauf bis auf einen hellen Schein am nördlichen Horizont.

Die horizontal schwebende Nadel blieb noch in beständigem Zittern begriffen, doch schwankte sie nicht über 2° hinaus. Die Neigungsnadel blieb unter 71° stehen, während die wahre Inclination 72° betrug. Am 29sten und 31sten desselben Monates waren wieder Nordlichter sichtbar. Auch da wurden die Magnetnadeln beobachtet; man bemerkte aber nichts Besonderes, aufser dafs sie etwas schwerer zur Ruhe kamen als sonst.

5. Ungewöhnliche Lichtbrechung in der Atmosphäre. Von *Cruickshank*.

(Edinb. phil. journ. N. 14, p. 254.)

Am 10. Juni 1826 herrschte zu Aberdeen dichter Nebel und schwacher OSO. Wind. Zwischen 8 und 9 Uhr verliefs der Nebel das Land, und es folgte lebhafter Sonnenschein, doch blieben über der See in einiger Entfernung scheinbar dichte Nebel zurück, und dehnten sich öfters bis an die Küste aus. Da erschienen die über 24 englische Meilen entfernten Felsen von Slains Castle höher und an einigen Stellen auch deutlicher, ja selbst Stellen, die man bei dem gewöhnlichen Zustande der Atmosphäre nicht sehen konnte, wurden auf Augenblicke deutlich sichtbar. Die Klippen und das daran westlich grenzende Land bis zu einer Entfernung von zwei Meilen schienen alle 10 Minuten ihre Höhe zu ändern, so dafs sich die ganze Ansicht über die See zu heben und wieder in dieselbe unterzutauchen schien. Mit einem achromatischen, schwach vergröfsernden Fernrohre zeigte sich dasselbe an kleinen, über 21 Meilen von Aberdeen entfernten Gegenständen. Mehrere derselben, die einige Augenblicke hindurch nur als kleine runde

Flecke erschienen, erhoben sich nach und nach zu einer vier- oder fünffachen Höhe; ein anderes Mal schienen sie an ihrem Platze fest zu bleiben, aber über ihnen erschien ihr treues Bild zwei oder gar drei Mal. Schmälere Gegenstände, wie die Giebel von Häusern, erhoben sich zu hohen Säulen, ohne doch ihr Abbild blicken zu lassen.

Das gelbe Dach eines Farmhauses war von der Sonne stark beleuchtet und erschien scharf begrenzt als vollkommenes Dreieck mit horizontaler Basis, die etwa doppelt so grofs war, als die Höhe. Dieses schien manchmal eine fünf Mal gröfsere Höhe zu erreichen, und wieder zu seiner natürlichen Gröfse zurück zu kehren. Manchmal schien sein treues Bild über ihm, ja selbst ein zweites Bild liefs sich sehen, und es erschienen drei völlig gleiche Rechtecke über einander. Der Abstand dieser Bilder von einander war veränderlich. Oft theilte sich das verlängerte Bild des Objectes ab, und lieferte so zwei oder drei Bilder. Diese Erscheinung dauerte eine halbe Stunde, hierauf trat ein solches Zittern der Luft ein, dafs man auf deutliches Sehen ferner Gegenstände verzichten mufste.

6. Über das Steigen der Gewässer des Oceans.

*(Monthly Magazine. *)*

Bekanntlich reifsen die Flüsse bei ihrem Hinabströmen in das Meer Erdstücke und andere Dinge mit sich hinab, die eine der Gröfse des mitgeführten Körpers angemessene Quantität von Wasser verdrängen müssen. Auch von den Klippen, welche das Meer bespült, lö-

---

*) Mitgetheilt von Dr. *Rumy* in Gran.

sen sich fortwährend große Stücke ab, die gleichfalls dazu beitragen, den Grund des Oceans zu füllen.

Georg Staunton hat über den gelben Fluſs in China folgende Berechnung angestellt: Die Breite dieses Stromes belief sich, als ihn Lord *Macartney* passirte, auf $^3/_4$ Meilen, seine mittlere Tiefe auf 5 Fuſs, und die Schnelligkeit seines Laufes auf 4 Meilen. Daraus folgt, daſs von diesem Flusse stündlich eine Quantität Wasser in das gelbe Meer hinabflieſst, die 418,176,000 K. Schuh oder 2,563,000,000 Galonen Wasser beträgt. Nach angestellten Versuchen fand man, daſs das Wasser ungefähr den zweihundertsten Theil seiner Masse an Schlamm enthielt. Zufolge dieser Erneuerung von Schlamm, welchen das Wasser des gelben Stromes enthält, wird stündlich eine Quantität von 2 Millionen K. Schuh Erde ins gelbe Meer hinabgeschwemmt, folglich jeden Tag 48 Millionen, und binnen eines Jahres 17,520,000,000 K. Schuh.

Angenommen nun, daſs die mittlere Tiefe des gelben Meeres in der Mitte 20 Faden oder 120 Schuh beträgt, so müſste die Quantität von Erde, welche der gelbe Fluſs ins Meer hinabführt, wenn sie sich auf einem Haufen befände, hinreichend seyn, während 70 Tagen auf der Oberfläche des Meeres eine Insel von einer Quadratmeile im Umfange zu bilden. Wollte man diese Berechnung weiter ausdehnen, so würde man finden, in welchem Zeitraume sich das gelbe Meer durch die fortwährenden Absetzungen des gelben Flusses selbst ausfüllen müſste; denn wenn man die Oberfläche des Meeres zu 125,000 Quadratmeilen annimmt, so käme die Summe mit der zur Gründung einer Quadratmeile erforderlichen Zahl heraus. Das Fortschreiten ist zwar langsam, aber gewiſs.

Middleton hat berechnet, daſs zur Bildung der Lagen, die zwei Meilen über die Granit-Urgebirge erha-

ben sind, 1,056,000 Jahre erforderlich sind, während welcher Zeit die Meeresfluthen das feste Land bedecken müssen. Der Fortschritt der Nachtgleichen beträgt ungefähr einen Grad in 72 Jahren, so daſs 25,920 Jahre erforderlich seyn würden, wenn die Äquinoctial-Puncte nach Westen zu rund um die Erdkugel rücken sollten. Vierzig solcher Umwälzungen müssen, nach *Middleton*, während der Zeit Statt gefunden haben, als sich die zweite Lage über dem Granit bildete. Den Granit heiſst man zwar Urfels, da er aber aus Quarz, Feldspath und Glimmer besteht, so müssen diese Gebirgsarten früher als er selbst da gewesen seyn, und das Meer muſs eine sehr lange Zeit zur Absetzung dieser ältern Gebirgsarten und zur Sammlung einer so groſsen Masse davon, als zur Bildung der Urgebirge erforderlich war, gebraucht haben.

VI.

Fallen eines Meteorsteins am Bord eines auf hoher See segelnden Schiffes;

mitgetheilt vom

Dr. *Johann Lhotsky.*

Als mir nachfolgende Daten aus den Tagebüchern und mündlichen Beantwortungen des k. k. Gärtners, Hrn. *Carl Ritter* in Wien, der im Jahre 1820 (auf einem Schiffe des Herrn Baron *Joseph von Dietrich*) eine Reise nach Hayti unternommen hatte, bekannt wurden, hielt ich diese Erscheinung gleich in vorhinein für eine der seltensten, die in diesem Bereiche der Wissenschaft je beobachtet wurden. Weitere Nachforschungen bestätigten diefs vollkommen, und es zeigte sich, dafs das Fallen von Meteorsteinen auf offener See eines von jenen Phänomenen sey, die selbst von den competentesten Richtern dieses Faches: *Gilbert* und *Chladni*, bis zur neuesten Zeit in Zweifel gezogen wurden *).

Das Schiff Echer von Liverpool, Cap. *John Smart*, auf welchem sich aufser Hrn. *Ritter* noch die Herren *Türner* aus Triest und *Rauch* aus Nürnberg, beides Kaufleute, befanden, segelte bei vollkommen heiterem Himmel mit mäfsigem Westwinde am 5. April 1820 unter 20° 10′

---

*) *Chladni* in seinem Werke: »Über Feuermeteore und die mit denselben herabgefallenen Massen, Wien 1819,« erwähnt p. 227 und 228 zwei ähnliche Fälle aus dem siebzehnten Jahrhundert, aber von so wenig Begründung, dafs selbst das Jahr nicht genau angegeben werden konnte. Mehr Sicherheit spricht sich in dem p. 291 angegebenen, ähnlichen Factum vom Jahre 1809 aus, aber auch da fehlt alle nähere Beobachtung.

nördl. Breite und 51° 50′ westl. Länge *). Um 11 Uhr früh erschien mit einem Male in NNO., ungefähr 35° über dem Horizont, eine Wolke, wie sie die englischen Seeleute *blak squall* nennen, von graulich schwärzlicher Farbe. Diese Wolke vergröſserte sich allmählich, und zog ziemlich niedrig gegen das Schiff, welches sie endlich ganz einhüllte, und sich dabei in einen senkrechten, nicht zu starken Platzregen entlud. Während die Wolke im Zenith des Schiffes vorbeieilte, fiel *(ohne alle andere Nebenumstände)* ein Stein auf selbes, welcher aber sogleich in mehrere kleinere Stücke zersprang. Der Wind wurde während dieser Erscheinung etwas stärker, jedoch nicht sturmartig *(a fine breeze)*. Die Wolke verfolgte ihre Bahn nach SWW., und verschwand endlich im Horizonte, nachdem das ganze Phänomen, von dem Erscheinen der Wolke bis zu ihrem Verschwinden, 1/4 Stunde gedauert hatte. Darauf wurde der Himmel wieder so rein und heiter wie zuvor.

Der Stein, welcher 1/2 Pfund gewogen haben mag, und wovon Hr. *Ritter* und Cap. *Smart* die gröſsten Stücke verwahrten, war bei seinem Herunterfallen naſs, nicht warm, und roch stark nach Schwefel. Ob aber andere Stücke unmittelbar ins Meer gefallen waren, konnte man wegen Regen und hoher See nicht beobachten.

Dieser Stein bestand aus ungleichartigen Gemengtheilen, welche mitunter von der Gröſse einer kleinen Nuſs, und von einer zwischen licht- und dunkelbraun wechselnden Farbe waren. Im nassen Zustande war er leichter zerbrechlich, wurde aber später hart. Die dun-

*) Dieser Punct liegt ungefähr mit Cuba in einer Breite, mit Neufoundland in derselben Länge. Das nächste Land war Antigua, wovon das Schiff durch 10 Längengrade, von Europa durch den ganzen Ocean entfernt war.

kel gefärbten Gemengtheile waren überhaupt härter, und mehr scharfkantig. Eine Rinde war nicht vorhanden.

Dieses Factum wurde nach der Rückkehr des Hrn. *Ritter* nicht als ganz erweislich angesehen, und da es immer eine seltene Erscheinung ist, so sehe ich mich veranlafst, jene Glaubwürdigkeit einiger Mafsen zu beweisen.

1. Auf der ganzen Reise, und auch während des Erscheinens der Wolke, war nie von einem Meteorstein die Rede gewesen, wodurch der Einwurf, als habe etwa ein Matrose in einem Mastkorb sich einen Scherz damit machen wollen, wegfällt. Übrigens waren alle Passagers, auch Hrn. *Ritter* als Gärtner nicht ausgenommen, zu wenig für physikalische Entdeckungen portirt, als dafs sie gerade in diesem Fache seltsame Gegenstände hätten beobachten oder sammeln wollen.

2. Der Einwurf, wie es möglich war, dafs ein aus solcher Höhe herabfallender Stein auf dem gewölbten Borde eines Schiffes verbleiben konnte, fällt aus mehreren Gründen weg. Denn es ist bekannt, dafs jeder auffallende Körper an Kraft der Repercussion verliert, wenn er (wie es bei diesem geschah) im Momente des Auffallens in Stücke zerspringt — und übrigens war auch das Schiff Echer mit einem Geländer von Bretern versehen, welches die, in einem sehr spitzen Winkel abprallenden Bruchtheile aufhielt.

3. Hat Hr. *Carl Ritter* noch auf der Reise selbst, sich von seinen anfänglich genannten Gefährten ein Zeugnifs über diese Erscheinung ausfertigen lassen. Cap. *Smart* nahm sich vor, das von ihm aufbewahrte Stück nach seiner Rückkehr einem Museum in England zu schenken.

4. In dem Journale des Hrn. *Ritter* ist diese Erscheinung an demselben Tage, wo sie Statt hatte, ver-

zeichnet, und die englischen Namen der Winde *(blak squall)* eigenhändig von Hrn. *Smart* hinein corrigirt.

Endlich hat diese Begebenheit auch alle innern Gründe für sich. Denn nun treten die, früher aus *Chladni* citirten Fälle hinzu, und corroboriren sich wechselseitig. Und es ist ganz in der Ordnung der Natur begründet, daſs diejenigen Ursachen, wodurch das Entstehen von was immer für Atmosphärilien bedingt ist, eben in allen Theilen der Atmosphäre hervortreten können, da ja dieſs Agentien sind, die wir mit solcher Schnelligkeit beständig über uns kreisen sehen. Es wäre auch nicht der geringste Grund vorhanden, anzunehmen, daſs, während Nebel, Thau, Regen, Schnee und Schloſsen in allen Gegenden der Erde generisch die nämlichen sind, gerade die steinartigen Atmosphärilien (wozu wir in dem Bodensatze des rothen Regens und Schnees ohnehin schon ein Übergangsglied finden), an eine oder die andere Gegend gebunden seyn sollten. Immerhin wird aber das Beobachten dieses Phänomens, zu den seltensten in diesem Fache gehören.

Das von Hrn. *Ritter* mitgebrachte Bruchstück, von der Gröſse eines kleinen Hühnereys, wird mit den andern botanischen und zoologischen Ergebnissen seiner Reise aufbewahrt.

Fig. 7.

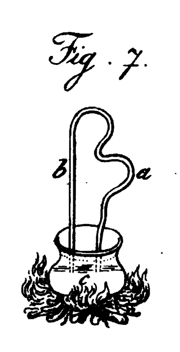
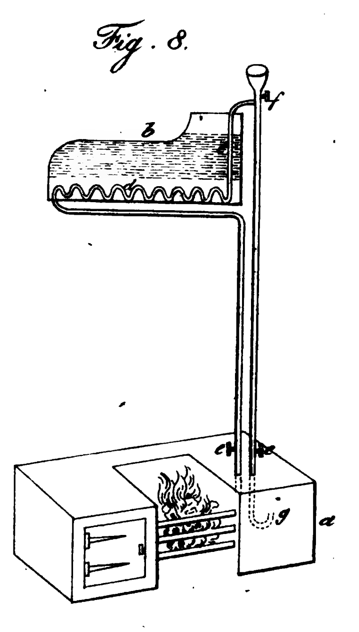


Fig. 8.



ZEITSCHRIFT

FÜR

PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.

Bemerkungen über das neueste Mikroskop des Herrn Professor *Amici* in Modena;

vom

Freiherrn von *Jacquin*.

Dieses Mikroskop (1829 verfertiget) weicht in seiner Einrichtung von den früheren desselben Meisters bedeutend ab; denn es ist ein dioptrisches Instrument, während die ersteren eine katadioptrische Einrichtung hatten.

Es bestehet aus fünf Ocularen und drei Objectiven. Von den Ocularen sind die drei schwächeren mit einem *Ramsden*'schen Collectivglase versehen; das vierte ist eine Doppellinse ohne Collectivglas, und das fünfte, einfach, ebenfalls ohne Collectivglas. Die drei Objective sind achromatisch und zum übereinander Schrauben, nach *Selligue's* Methode, eingerichtet.

Um das Instrument in eine horizontale Stellung zu bringen, befindet sich in dem Rohre am vorderen Ende ein Prisma, von welchem das durch den senkrecht stehenden Objectiv-Apparat entstehende vergröſserte Bild des Objectes rechtwinklich durch das Collectivglas auf die Blende reflectirt wird, um mit der Ocularlinse besehen zu werden. Diese Einrichtung mit dem Prisma hat keinen anderen Nutzen, als die horizontale Stellung zuzulassen, und kann die Schärfe des Bildes nur vermin-

dern, aber nicht vermehren. Um das bei dieser Stellung des Instrumentes lästig werdende, in das Auge fallende Tages- oder Lampenlicht abzuhalten, wird eine, 4'' im Durchmesser haltende, schwarze Scheibe von Pappe vor das Ocular gesteckt.

Von den drei Objectiven können die zwei schwächeren auch einzeln oder in Verbindung gebraucht werden, besonders für opake Objecte. Doch muſs der Objectivlinse Nro. 1 die vorhandene Blende vorgeschraubt werden, um mehr Schärfe am Rande des Sehefeldes zu erzielen. Diese Linse Nro. 1 gibt mit dem schwächsten Oculare schon eine Vergröſserung von 50 Mal linear, und die für Naturforscher oft sehr wünschenswerthen schwächeren Vergröſserungen von 18—20 Mal linear fehlen an diesem Instrumente. Die Objectivlinse Nro. 2 ist, einzeln gebraucht, nicht scharf, und die Linse Nro. 3 gar nicht zu benützen, eben so wenig die Verbindung von 2 mit 3. Die Vergröſserungen derselben sind daher auch vom Hrn. Prof. *Amici* nicht angegeben worden. Selbst die durch die Verbindung der Linsen 1 und 2 hervorgebrachten Bilder sind nicht von ausgezeichneter Schärfe. Dagegen ist aber die Verbindung aller drei Objectivlinsen von hoher Vollkommenheit, und gibt mit den Ocularen I., II., III., also bei Vergröſserungen von 133 bis 300 Mal linear, unübertrefflich scharfe Bilder. Die Vergröſserung mit dem Ocular IV. von 600 Mal linear ist schon weniger scharf; jene mit dem Ocular V. von 1700 Mal linear aber schon so undeutlich und dunkel, daſs man sie wohl für den Naturforscher als unbrauchbar und überflüssig erklären muſs. Denn, als optischer Versuch, wenn es nämlich bloſs auf Vergröſserung, ohne Rücksicht auf Schärfe, ankommt, leistet doch das Sonnenmikroskop mit achromatischen Linsen weit Besseres.

Die von dem Hrn. Prof. *Amici* selbst angegebenen Vergröſserungen sind, nach einer Messung mit seiner *Camera lucida*, bei der ungewöhnlichen Sehweite von 13″ 11‴ Paris. M., also mehr als 14′ Wien. M., nämlich der zufälligen Höhe des Mikroskopes vom Tische, angegeben. Sie fallen daher sehr hoch aus, und um sie mit unseren hiesigen Instrumenten zu vergleichen, sind die Vergröſserungen neuerdings mit dem *Sömmering*'schen Spiegelchen bei einer Sehweite von 8″ W. M. oder 0,21 Meter, nach meiner Methode, sorgfältig bestimmt und folgender Maſsen gefunden worden:

Objectiv.	Ocular.	Vergröſserung.	
		Linear.	Fläche.
1	I.	50	2500
—	II.	90	8100
1 + 2	I.	120	14400
—	II.	160	25600
—	III.	200	40000
1 + 2 + 3	I.	133	17689
—	II.	250	62500
—	III.	300	90000
—	IV.	600	360000
—	V.	1700	2890000

Zur Beleuchtung durchsichtiger Objecte ist ein gewöhnlicher gläserner, concaver Reflectionsspiegel von bedeutenderer Gröſse, bei 4″ im Durchmesser, vorhanden. Auſserdem eine bewegliche conische Blende mit mehreren runden Öffnungen von verschiedener Gröſse, welche überdieſs nach Willkür noch mit einem mattgeschliffenen Glase geschlossen werden können. Sie dienen, um das von dem groſsen Spiegel reflectirte zu grelle Licht nach Befinden zu mildern. Auch ist zu demselben Zwecke noch besonders eine mattgeschliffene Glas-

tafel vorhanden, um solche unter das Object auf dem Objecttische zu schieben. Viele und vielerlei Versuche haben von dem Nutzen dieser Einrichtung keine Überzeugung verschafft, den einzigen Fall ausgenommen, wenn eine *Camera lucida* angewendet wird. Ein gutes Mikroskop gibt bei mäſsiger Beleuchtung durch einen 1 ½'' höchstens 2 ½'' im Durchmesser haltenden Spiegel deutliche scharfe helle Bilder, und bedarf einerseits weder directes Sonnenlicht und groſse *Argand*'sche Lampen, noch andererseits wieder Blenden, um das zu grelle Licht zu dämpfen, und die schon bei den älteren englischen Mikroskopen üblich gewesenen conischen Blenden sind deſswegen wieder vergessen, und auch von *Fraunhofer* nie mehr angewendet worden. Man kann ja, in gewissen Fällen, z. B. bei Besichtigung von Glasmikrometern, das Licht durch schiefe Stellungen des Spiegels hinlänglich modificiren.

Um opake Objecte zu besehen, können bei diesem Mikroskope, wie bei allen, schon wegen der Beschaffenheit dieser Objecte selbst, nur die schwächeren Vergröſserungen, nämlich nur die Objectivlinse Nro. 1 und ihre Verbindung mit Nro. 2 mit den drei ersteren Ocularen angewendet werden, und hiezu ist eine halbconvexe Beleuchtungslinse an dem vorderen Ende des Rohres angebracht, deren Mechanismus und Wirkung nicht bequem und empfehlenswerth ist, und in beider Hinsicht den von Hrn. *Plöſsl* gewählten Beleuchtungs-Apparaten, besonders dem *Selligue*'schen sphärischen Prisma, weit nachstehet. Diese Unvollkommenheit scheint Hrn. Prof. *Amici* auch veranlaſst zu haben, die zweite ältere Einrichtung mit dem *Lieberkühn*'schen Spiegel beizufügen, die aber, so zweckmäſsig sie auch bei einfachen ist, bei stärkeren Vergröſserungen zusammengesetzter Mikroskope manche Schwierigkeiten darbietet. Für diese

Art von Beleuchtung wird ein eigener, sehr zweckmässiger Objectträger aus einer Glastafel mit aufgekittetem kleinen schwarzen Glascylinder erforderlich, und ist auch vorhanden.

Unter die vorzüglichen, sinnreichen Apparate bei Hrn. Prof. *Amici's* Mikroskopen gehören bekanntlich seine *Camerae lucidae*, zum Zeichnen der mikroskopischen Objecte. Davon sind auch zwei diesem neuesten Mikroskope beigefügt, aber ohne eine neue Veränderung.

Die mechanische Arbeit an diesem Instrumente beweiset die bedeutenden Fortschritte, welche man in diesem Kunstfache in der letzteren Zeit auch in Modena gemacht hat, wenn sie gleich dem, was man nunmehr bei uns zu leisten im Stande ist, noch weit nachstehet. Der dabei angebrachte Messapparat mit Mikrometerschrauben dient besonders als Belege des Gesagten.

Noch verdienen die beigegebenen Probeobjecte einer sehr rühmlichen Erwähnung; denn wir haben hier zuerst *trocken aufbewahrte*, ausnehmend schöne Präparate von Schraubengängen, Treppenwegen und Saftröhren von Pflanzen kennen gelernt, aber auch erfolgreich nachgeahmt. Auch lernten wir in den durchsichtigen Schuppen aus dem Flügelstaube der sogenannten Bläulinge, *Papilio Argus*, *Argiolus*, *Alexis* etc. ein inländisches Probeobject kennen, welches, wenn es gleich den bisher von dem surinamischen *P. Menelaus* und den brasilischen *P. Anaxibia* und *Adonis* genommenen Schuppen an Zierlichkeit nachstehet, es dagegen an Feinheit weit übertrifft, und auch als opaker Gegenstand den höchsten Probestein eines Mikroskopes abgibt. Diese Probeobjecte sind zwischen sehr dünnen Glastafeln befestiget, und der Achromatismus der Objectivlinsen auf die durch die Dicke der Glastafeln bewirkte Aberration berechnet. Daher müssen aber alle kleinen Objecte, die

der Naturforscher mit diesem Mikroskope untersuchen will, zwischen solchen Glastafeln, deren zu diesem Behufe drei Paare vorhanden sind, beobachtet werden, wenn die höchste Schärfe erreicht werden soll, was aber doch nicht immer ausführbar ist. Hr. *Plöſsl* richtet seine Objectivlinsen in dieser Hinsicht auf unbedeckte und blosliegende Objecte ein, und läſst sich lieber die kleine Unvollkommenheit bei den eingeschlossenen Probeobjecten gefallen *).

Der wohlthätige Einfluſs, den die groſsmüthige Herbeischaffung dieses kostbaren, vortrefflichen Instrumentes, und dessen gnädigste Überlassung zu genaueren Untersuchungen und Vergleichungen, nicht nur zur Erweiterung unserer Kenntnisse überhaupt, sondern noch besonders auf die inländische Verfertigung dieser, dem Naturforscher so unentbehrlichen Werkzeuge gehabt hat, ist dem durchlauchtigsten Beschützer und erhabenen Kenner der Naturwissenschaften, Sr. kaiserl. Hoheit Erzherzog *Ludwig*, nie genug mit dem ehrfurchtvollsten, innigsten Danke zu erkennen. Hr. *Plöſsl* überzeugte sich sogleich selbst, bei der ersten Besichtigung, daſs seine Mikroskope, bei höheren Vergröſserungen von 300 Mal und darüber, an Schärfe bedeutend zurückblieben; erkannte aber bei seiner scharfsinnigen Übung sogleich auch die Ursache und zugleich die Wege, welche der hochberühmte Meister eingeschlagen hat, seinen Zweck zu erreichen. Er fand darin die Bestätigung einer schon

*) Die (Bd. VI., Heft 1, d. Zeitschr.) gegebene Abbildung des, dem Hrn. Geheimerrath von *Sömmering* gehörigen, *Amici*'schen Mikroskopes stimmt ganz genau mit dem hier beschriebenen überein, nur hat es noch eine schwächere Objectivlinse von beiläufig 25maliger Vergröſserung, dann sind die zwei vorletzten Linsen stärker, die letzte aber schwächer.

früher von ihm selbst gemachten Erfahrung, daſs nämlich mehrere Linsen, wovon jede, einzeln gebraucht, die höchste Schärfe zeigt, zusammengefügt kein höchstes Resultat liefern, und umgekehrt; daſs man daher darauf Verzicht leisten müsse, eine Linsenreihe zu erzielen, wovon jede einzeln, und zugleich jede Zusammensetzung derselben vollkommen sey. Rastlos beschäftigte er sich durch viele Wochen ausschlieſsend mit der Aufgabe, nicht nur diese höchste Vollkommenheit auch bei seiner stärkeren Vergröſserung zu erreichen, sondern solche auch auf die von Hrn. Prof. *Amici* weniger berücksichtigten schwächeren Vergröſserungen zu verbreiten. Und es gelang ihm auch in solchem Grade, daſs seine neuesten seitdem fertig gewordenen Mikroskope nicht nur in den stärksten Vergröſserungen bis 500 Mal linear den *Amici*'schen nicht mehr nachstehen, sondern auch durch eigene, abgesonderte Linsenverbindungen die niederen Vergröſserungen mit einer Schärfe geben, die nichts zu wünschen übrig läſst. Diese Vorzüge sind auch im Auslande schon ehrenvoll anerkannt worden *), und auſser dem groſsen Hülfsmittel, das die Vollkommenheit dieser Mikroskope für so viele wissenschaftliche Forschungen darbietet, ist dadurch noch die Nationsehre, der Ruhm unserer wissenschaftlichen Vervollkommnung und hohen technischen Kunstfertigkeit neuerdings befestiget und verbreitet worden.

*) Nach Herrn Prof. *Munke's* Versicherung hat das, während der in Heidelberg abgehaltenen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, mit mehreren anderen Instrumenten der vorzüglichsten Künstler Europa's verglichene, für die Universität daselbst von Hrn. *Plöſsl* verfertigte Mikroskop den Preis erhalten.

II.

Beitrag zur Geschichte der Luftsteine aus morgenländischen Schriftstellern;

vom

Herrn Hofrath v. *Hammer.*

Die Geschichten der Morgenländer haben von jeher aufserordentliche Erscheinungen des Luftkreises aufmerksamer verzeichnet, als die Geschichtschreiber des classischen Alterthums, und je mehr die Geschichten der Araber, Perser und Türken durchforscht werden, desto mehr findet man Beiträge zur Geschichte der Ärolithen. An die früher in den Fundgruben des Orients gegebene, und bereits in der Geschichte der Ärolithen des Hrn. Directors von *Schreibers* aufgenommene Erzählung gefallener Luftsteine, reihen sich die folgenden drei an:

Im Jahre der Hidschret 242 (856 nach Christi Geburt) fielen in Ägypten Steine vom Gewichte von 10 Batmanen (der Batman hat 13 $^1/_2$ Pfund, d. i. von 135 Pf.). So findet sich diese Begebenheit in der Universalgeschichte *Rausatul-ebrar*, d. i. der Garten der Gerechten des Mufti *Tschelebisade Asis Efendi*, unter obgesagtem Jahre zugleich mit einem Bergsturze aufgezeichnet. In der türkischen Geschichte *Riswanpaschasades* (in dem unter den Quellen der osmanischen Geschichte im I. Bande unter Nro. 25 aufgeführten Exemplare B. 73) wird unter der Aufschrift: »*seltsame Begebenheiten*,« gleich nach dem Tode des Imams *Hanbel* im J. 241 (855) dieselbe Begebenheit folgender Mafsen erzählt: »Es zeigte sich »am Himmel ein so aufserordentliches Feuer, dafs die »Leute glaubten, die Gestirne seyen zerrüttet, und der

»jüngste Tag sey gekommen. In dem Dorfe Suraenam »regnete es Steine von 134 Drachmen *); in Jemen be»wegte sich ein Berg von seiner Stelle, und begegnete »einem anderen Berge; ein weifser Vogel, in der Gröfse »eines Adlers, schrie vernehmlich von dem Saume ei»nes Berges: *Versammelte Völker fürchtet Gott;* so »schrie er vierzig Tage lang, sonst aber sagte er Nichts; »hierauf folgte grofses Erdbeben, die Quellen der Kaba »trockneten aus.«

Des Falles eines ungemein grofsen Ärolithen ums Jahr 1440, in welchem *Ibn Batuta* in Kleinasien reiste, erwähnt derselbe in seiner Reisebeschreibung, deren Auszug das erste der von dem Ausschusse der asiatischen Gesellschaft zu London zur Übersetzung orientalischer Handschriften herausgegebenen Werke **). In demselben heifst es: Der König fragte mich, hast du je einen Stein gesehen, der vom Himmel fiel. Ich antwortete nein. Ein solcher Stein, fuhr er fort, ist in der Nachbarschaft dieser Stadt Birki (Birje) gefallen. Er befahl dann einigen Männern, den Stein zu bringen, was sie thaten. Es war eine feste, über die Mafsen harte und schimmernde Substanz. Diese Masse wog ein Talent (112 oder 120 Pf). Er liefs dann einige Steinmetzen kommen; vier derselben erschienen, und er befahl ihnen darauf, den Stein zu schlagen. Sie führten mit einem eisernen Hammer mehrere Streiche, die nicht den geringsten Eindruck zurückliefsen. Ich war darüber sehr erstaunt; der König befahl dann den Stein auf die Seite zu räumen.

*) Sollen die beiden Angaben des Gewichtes in Übereinstimmung gebracht werden, so mufs der Batman nicht, wie in *Meninski* steht, 13½ Pfund, sondern 13½ Drachmen enthalten.

**) *The travers of Ibn Batuta by Lee* 1829, *p.* 72.

Merkwürdiger als diese beiden Vorfälle ist der im Reichsgeschichtschreiber *Ssubhi* (gedruckt zu Constantinopel im Jahre 1783), B. 183, folgender Maſsen umständlich erzählte Fall zweier Luftsteine, welcher von dem Reichsgeschichtschreiber mit dem fast gleichzeitigen Tode *Carls VI.* (20. Oct. 1740) und der russischen Kaiserin (28. Oct.) in Verbindung gesetzt wird.

Vorfall himmlischer Zeichen in der Gerichtsbarkeit Hesargrad (Rasgrad).

Am 4. Schaaban 1153 (25. October 1740) war in dem Marktflecken Hesargrad, welcher in Rumili nicht ferne von der Donau liegt, die Luft heiter und rein, und von Wolken und Wind keine Spur, als auf einmal durch Gottes Weisheit zu Mittag sich gählings ein Wirbelwind erhob, der die Luft mit Wolken und Regen schwärzte, und den hellen Tag in finstere Nacht verkehrte, so daſs alle Menschen, ob dieser fürchterlichen Beschaffenheit mit Furcht und Schrecken ergriffen, so schnell als möglich aus dem Felde in ihre Häuser flüchteten. Zur selben Zeit folgten drei Donnerschläge, einer auf den andern, als wären Kanonen, mit einigen Centnern Pulver geladen, abgefeuert worden. Von der Heftigkeit des Schalles zitterten die Erde und die Himmel, und Menschen und Thiere warfen sich besinnungslos in den Staub. Eine Zeit lang blieben dieselben so mit stummem Munde, und einer von dem anderen ohne Kunde; als aber hernach sie sich zu erholen und nachzufragen anfingen, wo denn der Blitz gefallen sey, erfuhr man, daſs einer dieser Streiche in dem Garten des Meierhofes hart am Flecken, der zweite im Felde, der dritte nördlich gesehen worden, und daſs, wiewohl weder Menschen noch Vieh sonst einiger Schaden geschehen, doch ein Mann durch sieben bis acht Tage taub

und stumm geblieben. Da dieses von mehreren Augenzeugen bestätiget worden, erstattete der Richter hierüber einen von allen Einwohnern unterschriebenen Bericht an die Pforte, und legte seinem Berichte zur Bewährung desselben zwei schwere steinähnliche, bei dieser Gelegenheit gefallene Körper bei, welche, in Gegenwart des Grofswesirs gewogen, der eine 19 Okka (42 3/4 Pfund), der andere 2 Okka (4 1/2 Pfund) schwer, ein Mittelding von Stein und Eisen waren. Diese beiden schweren Körper wurden von Sr. Erlaucht dem Grofswesir mit einem diese wunderbare Begebenheit erzählenden Vortrage an den kais. Steigbügel gesandt. Es wurde hieraus auf die Allmacht Gottes des Allerhöchsten, der über allen Zweifel und Wahn erhaben, geschlossen, und nachdem dieser Vorfall unter den Leuten eine Zeit lang besprochen worden, legte sich das Gespräch mit den Bemerkungen: »*dafs Gott thue, was er will* *),« mit der Anwendung des türkischen Verses: »*Er hat es abgeschnitten, hadre nicht*,« und des arabischen Spruches: »*Der Degen wird nicht um das gefragt, was er gethan*;« allein die Sternkundigen und andere Erfahrene folgerten daraus, dafs das Unglücksgestirn eines westlichen und nördlichen Herrschers in den Knoten des Verderbens gefallen, und dafs der nutzlose Körper derselben dem Geleite der Töchter des Sarges (der im Viereck stehenden Sterne des grofsen Bären) im rothen Meere des Verderbens untergangen sey. Dieser Folgerungsbeweis ist in mehreren astronomischen Büchern aus einander gesetzt, und widerstreitet auch sonst keineswegs dem höchsten Willen des alleinigen Gottes, sondern es ist vielmehr aufser allem Zweifel, dafs diese Zeichen nur Vorbedeutung gröfserer, durch den Willen des

*) *Jefaalallaha ma jeschac*, Korans-Vers.

Schöpfers beschlossener Begebenheiten sind, wodurch Gott der Allmächtige die Menschen ermahnt. Gott weiſs am besten die Wahrheit der Geschäfte und der Zustände.

Auf demselben Blatte folgt dann unter dem Titel: *Ankunft der Nachricht des Todes des deutschen Kaisers und der russischen Kaiserin*, die hier angedeutete Vorbedeutung der beiden groſsen Luftsteine, welche fünf Tage nach dem Tode Kaiser *Carls*, drei Tage vor dem Tode der Kaiserin *Anna* fielen.

III.

Physikalisch - geognostische Bemerkungen, gesammelt bei der Besteigung des Groſs-Glockners;

von

Anton Schrötter,

Adjuncten und Supplenten beim physikalisch - mathematischen Lehrfache an der Wiener Universität.

Auf einer Fuſsreise, welche ich in den Monaten August und September des Jahres 1829 nach einigen Gegenden unserer herrlichen Alpen unternahm, wurde ich zu wissenschaftlichen Untersuchungen veranlaſst, und es boten sich mir manche der Aufmerksamkeit nicht unwerthe Gegenstände dar, welche ich, so wie es meine beschränkten Zeitverhältnisse und die Tendenz dieser Blätter gestatten, hier mittheile.

Besteigung des Glockners.

In Gesellschaft der Herren *Franz von Rosthorn* und *Arnold Escher von der Linth* aus Zürich kam ich am

3. September Abends um 7 Uhr in *Heiligenblut* an. Wir hatten uns vorgenommen, die Ersteigung des *Groſs-Glockners* wenigstens zu versuchen; denn in der That war nur wenig Hoffnung für das Gelingen vorhanden, da das Wetter in diesem Herbste für derlei Unternehmungen sich keineswegs günstig zeigte. Bei unserer Ankunft in Heiligenblut war der Himmel stark mit Haufenwolken bedeckt, und dichter Nebel entzog uns die umgebenden Berge. Doch schien uns der starke Nordwind (hier Tauernwind genannt) zu begünstigen, der seit mehreren Stunden wehte; auch hatte die schlechte Witterung schon so lange angehalten, daſs man auf eine bessere beinahe sicher rechnen konnte.

Den 4ten um 7 Uhr früh hatten wir wirklich die groſse Freude, die Spitze des Glockners, so rein, wie sie selten erscheint, zu erblicken.

Ein frischer Nordost erhob sich, am Firmamente zeigte sich kein Wölkchen, das Barometer war um 2,5 W. L. gestiegen, die Feuchtigkeitsmenge der Luft hatte (nach *August's* Psychrometer) abgenommen.

Durch alle diese günstigen Anzeichen, so wie durch den Anblick der herrlichen Umgebung in die heiterste Stimmung versetzt, eilten wir, die nöthigen Anstalten zur Ersteigung zu treffen. Die Gefälligkeit unseres braven Wirthes — *Anton Pichler* — kam uns hierbei ganz besonders zu Statten. Man ist überhaupt bei demselben ganz gut aufgehoben, und findet sogar mehr, als man billig an einem Orte, wie Heiligenblut, welchem auch das Geringfügigste mühsam zugeführt werden muſs, zu erwarten berechtiget ist. Zu Führern hatten wir *Brandstätter*, *Lachner*, *Unterkirchner* und *Schuller* gewählt, sämmtlich brave, willige und muthige Leute, auf die man sich vollkommen verlassen kann. Leiter der ganzen Expedition war *Brandstätter*. Mit Alpenstöcken,

Steigeisen, Stricken, Schneehauen und Lebensmitteln waren wir hinreichend versehen. Die physikalischen Instrumente, welche ich mitnahm, verdienen kaum einer Erwähnung: zwei empfindliche Thermometer, unmittelbar auf Glas getheilt, von welchen einer als Psychrometer verwendet wurde; ferner ein Heberbarometer, das ich mir in Klagenfurt in gröfster Eile selbst verfertigt hatte (denn mein früheres war durch die Ungeschicklichkeit eines Trägers zerbrochen), war zwar gut ausgekocht, aber ohne Scala, und daher nur zu relativen Bestimmungen tauglich; endlich ein vortreffliches *Plöfsl*'sches Fernrohr von 14 Linien Öffnung und ein *Baumgartner*'sches Instrument zur Entdeckung des polarisirten Lichtes, darin bestand leider mein ganzer Apparat.

Wir wanderten auf dem bekannten, von *Schultes* in seiner *»Reise auf den Glockner«* so genau beschriebenen Wege dem *Gösnitzfall* vorüber bis zur *Leiterbrücke*, die am Eingange eines romantischen, von der brausenden *Leiter* durchströmten Thales — des *Leitnerthales* — liegt. Dieser Waldbach stürzt sich hier ins Möllthal hinab, und bildet dadurch den grofsartigen *Leiterfall*. Man überschreitet die morsche Brücke, und wendet sich links ins Leiterthal, wo man an der westlichen Wand desselben den *Katzensteig* betritt, der ganz seinem Namen entspricht, da man an schmalen hervorspringenden Steinplatten, die oft kaum für einen Fufs Raum lassen, fortklimmt, und nicht selten fast senkrecht auf den schäumenden Bach sieht. Dieser Weg ist nur für solche, die dem Schwindel unterliegen, gefährlich, sonst aber, da man überall sicheren Fufs fassen kann, ganz ohne Gefahr. Die Leiter fliefst hier gröfstentheils unter Wölbungen alten Schnees fort. Die Formen dieser, so wie aller übrigen natürlichen Schnee-

wölbungen fielen mir schon öfter auf, sie geben einen interessanten Beleg für das Zusammentreffen des durch Rechnung Gefundenen mit dem von der Natur Hervorgebrachten, da die Formen der Bögen und Pfeiler (freilich aus begreiflichen Gründen) ganz so sind, wie sie die Mechanik bestimmt, um die gröfstmögliche Dauer mit gleicher Festigkeit zu verbinden.

Das Thal wird nun immer öder, da die Vegetation immer mehr abnimmt, und Steingerölle die mühsam hervorkeimenden Pflanzen verdrängt. Bei den *steinernen Hütten*, dem letzten von einem Viehhirten (Halter) während des Sommers bewohnten Orte, befindet man sich an der obern Grenze der Krummholzvegetation.

Um sieben Uhr, also nach sechs Stunden — öfteres Rasten mit eingerechnet — standen wir bei der *Salmshütte*, dem Ziele unserer heutigen Wanderung. Die Spitze des Glockners erglänzte im schönsten Abendrothe, doch dauerte dieser herrliche Anblick leider nicht lange, denn bald umzogen leichte Nebel dieselbe.

Die unmittelbar an der Moraine des Gletschers ursprünglich aus Holz erbaute Salmshütte wurde neuerlich, da sie bereits verfallen war, durch zwei steinerne ersetzt, welche ein recht bequemes Nachtlager gewähren. Wir konnten nicht genug dem edlen Fürsten danken, der so väterlich für Glocknerbesteiger gesorgt hatte, so wie den Behörden, die, ganz in seinem Geiste handelnd, diese Sorge noch verdoppelten. Die eine dieser Hütten, in der sich ein Herd befindet, war bald so wohnlich eingerichtet, dafs das Innere derselben in lebhaftem Contraste mit der rauhen todten Natur aufser uns stand, aus der jede Spur des Organischen verschwunden war, und wo man ringsum nichts als Steingerölle, Schneefelder und Eismassen gewahr werden konnte. Das Holz der alten Salmshütte leistet, selbst nach dem Ver-

falle derselben, noch treffliche Dienste, da man es jetzt zur Feuerung nimmt, die hier sehr Noth thut.

Die Temperatur bei unserer Ankunft war + 1, 5° *C.* Das Psychrometer stand auf + 0, 5°. In der Nacht fiel das Thermometer auf — 2, 5°.

Die Nacht war bis 2 Uhr herrlich. Die weiſse Spitze des Glockners blieb bis zu dieser Stunde immer sichtbar. Der Mond war zwar schon um 8 ½ Uhr untergegangen, aber das Licht der Sterne und das eigenthümliche Schneelicht bewirkten zusammen eine ganz besondere Erleuchtung. Nach 2 Uhr hatte sich der Nordwind, der bisher wehte, in Ostwind umgesetzt; zugleich zeigten sich am südwestlichen Himmel schwache Haufenwolken.

Um 5 Uhr brachen wir auf. Der Himmel war gegen Nord und Ost rein, auch der Glockner war wieder frei von Nebeln. Das Thermometer und Psychrometer standen beide auf + 1° *C.* Das Barometer war um 0,3 Linien gefallen. Bald hatten wir die nicht unbedeutende Moraine des Gletschers überstiegen, und befanden uns, beiläufig 300 Fuſs ober der Salmshütte, schon auf dem Gletscher selbst, als uns die Spitze des Glockners und eine auf dem *Bretterspitz*, mit uns etwa in derselben Horizontalebene liegende Wolke, ein sehr interessantes Farbenspiel darboten. Die Spitze des Glockners begann nämlich in dem schönsten Roth des prismatischen Farbenspectrums zu glänzen, während die Wolke noch als graue Masse vor uns lag. Nachdem nun die Farbe der Spitze nach und nach, und zwar von oben herab, aus Roth in Orange und Gelb übergegangen war, fingen erst die obern Theile der Wolke an, sich roth zu färben. Dieses Roth rückte nun immer tiefer herab: die Stellen der Wolke, die es verlieſs, färbten sich Orange, welches eben so herab rückte, und dem Gelben Platz

machte; diesem folgte dann ein schwacher grüner und ein ähnlicher blauer Streif, der an seinem oberen Rande matt violet eingefafst war. Der Gipfel des Glockners war während dieser Zeit durch ein sanftes Grün in ein lichtes Blau übergangen, das sich dann nicht weiter veränderte. Merkwürdig war noch, dafs man an der Wolke alle diese Färbungen eine kurze Zeit hindurch zugleich sehen konnte. Bald aber verschwand an derselben das Roth gänzlich, das Orange und Gelbe rückte an dessen Stelle, das Blaue und Violette folgte nach, und der obere Theil der Wolke, der eben von dem Violetten verlassen wurde, erschien weifs; so ging es fort, bis alle Farben sich verloren hatten, und die ganze Wolke sich wieder weifs, aber lichter als zuvor, darstellte. Derlei Beobachtungen könnten vielleicht, wenn sie öfter angestellt, und auf alle Nebenumstände gehörige Rücksicht genommen wird, über die Morgenröthe einige Aufklärung geben.

Nicht minder interessant als der Himmel war für mich der Boden, auf dem wir fortschritten. Der Gletscher ist überall von Spalten zerrissen, die den Übergang über denselben gefährlich machen, besonders wenn sie mit frischem Schnee bedeckt sind, der noch nicht trägt. Wir hatten beim Hinaufsteigen wenigstens das Glück, den Schnee so fest zu finden, dafs wir darüber, ohne einzubrechen, wegschreiten konnten. Einen besonders schönen Anblick gewährte jede Spalte so wie jede Vertiefung, die z. B. mit einem Alpenstocke in den Schnee gemacht wurde, durch das herrliche Blau, welches daraus hervorschimmerte. Um 7 Uhr kamen wir über die *Salmshöhe* bei der *Hohenwart* an. Bisher hatte die Neigung der Fläche an den steilsten Stellen 33 Grade betragen, und schwankte gröfstentheils zwischen 15° — 20°.

Ich mufs hier bemerken, dafs alle angegebenen Neigungen der Flächen nicht blofs geschätzt, sondern durch Herrn von *Rofshorn* mittelst der gewöhnlich am Compasse angebrachten Vorrichtung gemessen wurden. Der letzte Theil des Weges führte an der Grenze zwischen *Tirol* und *Kärnthen*, an einigen Orten über schmale Rücken fort, von welchen aus man nach beiden Ländern sehen kann. Hinter der Hohenwart hatten wir einige bedeutende Schneefelder, welche unter 38° geneigt waren, horizontal zu durchschneiden. Da hier überall der Schnee, wie die Führer versicherten, ungewöhnlich tief lag, so schien es uns nicht unmöglich, dafs eine dieser Schneemassen, über die wir wandern mufsten — da sie eigentlich nichts als schlagfertige Lavinen waren — sich ablösen, und uns nach Tirol hinabtragen könnte. Der Schnee war aber sehr fest, und wir sanken nur sehr wenig ein; darum schritten wir rasch vorwärts, und kamen um 7 3/4 Uhr an der *Adlersruhe* an, wo wir länger zu rasten beschlossen.

Die so gefährliche Wand, von welcher *Schultes* in dem oben angezeigten Werke, zweiter Theil, pag. 163 spricht, fanden wir, obwohl sie uns auf diesem Wege hätte vorkommen müssen, nicht. Sie ist also entweder eingestürzt, oder mit dem Eise des Gletschers überdeckt. Das erstere scheint mir wahrscheinlicher, da wir, um zu der von *Schultes* erwähnten Scharte zu gelangen, statt über eine Wand, blofs über steiles, aus dem Schnee hervorragendes Gerölle schreiten mufsten.

Auf diesem Wege war es bereits nöthig, das Gesicht mit Flor zu umhüllen, theils des zu starken Lichtreizes wegen, theils wegen der feinen Eisnadeln, die durch einzelne Windstöfse mit Heftigkeit herangetrieben, eine sehr schmerzliche Empfindung verursachten. Hier entfaltete sich die Aussicht immer mehr, und das

Auge konnte tiefer in die Eislabyrinthe der Gletscher eindringen. Obwohl alles, was einen hier umgibt, in eintöniges Weifs gehüllt ist, das nur selten durch blaues, über den Schnee hervorragendes Eis unterbrochen wird, so bietet sich doch dem Auge eine ungemeine Mannigfaltigkeit der Formen dar, die mit der Höhe immer zunimmt. Besonders fiel mir die unbeschreiblich schöne, grofsartige Wellenform der Schneefelder bei vollkommen glatter Oberfläche derselben auf, während die an niederen Orten liegenden alten Schneemassen bekanntlich eine ganz unebene, der, eines in Wellenbewegung (und zwar in stehenden Schwingungen) befindlichen Teiches ähnliche Oberfläche haben. Die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinung scheint mir in der ungleichen Erwärmung zu liegen, welche die Oberfläche der niedrig liegenden Schneefelder durch die Sonnenstrahlen erleidet. Durch den Wind wird nämlich Staub und Sand auf diese Schneefelder getragen, dieser erwärmt sich wegen des gröfseren Absorptionsvermögens für das Licht mehr, als der Schnee, auf dem er sich befindet, welcher dann unter den Staubtheilchen mehr schmilzt, sich wegen der dabei eintretenden Haarröhrchenwirkung mehr zusammenzieht, und auf diese Weise die oben angezeigten Vertiefungen bildet. Dafs der Wind unmittelbar diese Erscheinung nicht hervorbringen kann, beweiset der Umstand, dafs in grofsen Höhen trotz der Einwirkung desselben diese Erscheinung nicht Statt findet; im Gegentheile sieht man deutlich, dafs er dort ganz andere Formen veranlafst. Als Belege für diese Ansicht dienen noch folgende Beobachtungen: Die erwähnte unebene Oberfläche wird nie rein weifs, sondern immer schmutzig gefunden; je älter und schmutziger der Schnee ist, desto mehr und stärker zeigen sich diese Vertiefungen. In grofsen Höhen ist der Schnee

rein weiſs, und die Oberfläche auch vollkommen glatt. Dagegen führt aber auch der Wind in diesen Höhen durchaus keinen Staub, sondern nur Eiskrystalle mit sich. Auf dem *Weiſsenbacher-Kees*, das ich einige Tage später durchwanderte, findet man für das Gesagte auffallende Belege.

Die Farbe des Himmels wurde mit dem Weiterhinaufschreiten immer dunkler, blieb sich aber nicht gleich. Die Adlersruhe war der letzte Punct, an welchem wir etwas von dem Gebirgsgesteine über den Schnee hervorragen sahen. Auch fanden wir hier noch die Spuren der ebenfalls vom Fürsten *Salm* erbauten steinernen Hütte. Es hat sie längst das von *Schultes* prophezeite Loos getroffen. Nach einer kleinen Viertelstunde brachen wir wieder von der Adlersruhe auf, theils aus Ungeduld, unser Ziel zu erreichen, theils der ungünstigen Witterungsanzeigen wegen, die eintraten.

Es zeigten sich nämlich im Zenith schwache Federwolken, der Wind kam jetzt aus Süd, die unter uns befindlichen Nebel wurden immer dichter, und drohten, uns die Aussicht ganz zu entziehen. Zugleich fing der Schnee an, immer weicher zu werden. Wir klimmten nun einen, nicht sehr breiten Rücken, der bald zur schmalen Schneide wurde, hinan; mit jedem Schritte wurde sie steiler. Die Neigung derselben betrug 35° bis 40°; das Steigen wurde daher bald ziemlich beschwerlich. Hier öffnen sich Aussichten nach Kärnthen, Tirol und Salzburg; gegen das erste Land ist der Schnee überhängend, und man sieht über ihn auf die groſse und kleine Pasterze hinab. Auf der Tirolerseite sind die Wände weniger steil, und man überblickt auch nach dieser Seite bedeutende Gletscher. Eine gute Stunde, die aber unglaublich schnell verstrich, da sowohl unser Geist als Körper hinlänglich beschäftiget war, stiegen

wir nicht ohne Anstrengung weiter; denn nach jeden 10—15 Schritten mufste angehalten werden, um wieder zu Athem zu kommen. Die Neigung der Schneide wurde immer gröfser, bis sie endlich 45° erreichte. Jede, auch die geringste Bürde, fing nun an lästig zu werden; wir liefsen daher alles Entbehrliche zurück, selbst mein Barometer mufste zurückbleiben, denn keiner der Führer, und noch weniger ich, wagten, es noch weiter fortzubringen. Da wir uns jetzt auch vor dem Ausgleiten und Fallen nicht mehr sicher glaubten, so bedienten wir uns eines 22 Klafter langen Seiles, das wir mitgenommen hatten, und zwar auf folgende Weise: Drei der Führer gingen voraus, und fafsten den Strick an einem Ende, während wir übrigen das andere Ende desselben festhielten. Nachdem jene drei so weit fortgegangen waren, dafs der Strick spannte, und sie sich einen sicheren Stand im Schnee ausgehauen hatten, so stiegen wir anderen, in die gemachten Stufen tretend, und das Seil festhaltend, nach, während die Vorausgegangenen es successive aufwärts zogen. Diese Operation wiederholten wir sieben Mal, und kamen so um 10 1/4 Uhr glücklich auf der *ersten Spitze* des Glockners an. Besonders mühsam und auch gefahrvoll war der Weg in der letzten halben Stunde; das erste, weil die Neigung der Schneide bis auf 53° wuchs, das zweite, weil wir fast immer auf einer überhängenden Schneelehne — hier Schneelahn genannt — fortgingen, und das Hinabgleiten der Lavine wegen der grofsen Neigung der Flächen hier sehr zu besorgen war. Ich selbst stiefs mit meinem Alpenstocke, einen Schritt weit von der Stelle, auf der ich stand, durch den Schnee, und sah schaudernd durch das Loch in eine schwindelnde Tiefe auf den Pasterzengletscher hinab. Die Aussicht an dieser Spitze war über alle Beschreibung erhaben, obschon

wir uns blofs von Bergspitzen umgeben sahen, da Wolken über den Thälern lagen: das *Wifsbachhorn*, der *hohe Tenn*, das *Weifsenbacher-Kees* lagen unter uns. Die beiden *Pasterzengletscher* übersieht man vollkommen. Die *Caravanca-Kette* schlofs gegen Süd den Horizont. Der *Terglou* ragte ausgezeichnet hervor. Ich will es nicht wagen, alle die Bergspitzen, die vorzüglich hervortraten, zu nennen, da wir uns nicht so lange aufhalten konnten, um die vortreffliche Generalquartiermeisterstabs-Karte gehörig benützen zu können. Die erste Spitze hat gar kein Plateau, sondern besteht blofs aus einer sehr schmalen, beiläufig 20 Schritte langen horizontalen Schneide, welche von Flächen gebildet wird, die gegen Salzburg vertical sind, gegen Tirol eine Neigung von 68° haben. Wir befanden uns auf einem im Schnee ausgehauenen Steige, der so schmal war, dafs es unmöglich gewesen wäre, dem Vordermanne vorzutreten. Als Lehne diente uns die überhängende Schneelahn, auf welcher sich zum Theil auch der Steig befand. Unser Standpunct war ungefähr in derselben Höhe, als der Barometerkasten auf der zweiten Spitze, welcher nur zur Hälfte aus dem Schnee hervorragte. Diese beiden Spitzen sind in ihrer Höhe nicht bedeutend von einander verschieden, und durch eine sehr schmale tiefer liegende Schneide getrennt. Es wurde nun berathen, ob wir noch die zweite Spitze erklimmen sollten, oder nicht. Unserer gefahrdrohenden Stellung ungeachtet beschlossen wir denn, so weit als möglich vorzudringen, da das Umkehren so schmerzlich fällt, wenn man einmal so weit gekommen ist, und da wir uns noch wenig erschöpft fühlten. *Brandstätter* und *Schuller* gingen jetzt beiläufig zwanzig Schritte voraus, und riefen uns zu, ihnen zu folgen; doch fast in demselben Augenblicke brach der Schnee unter *Schuller* ein, und eine

nicht unbedeutende Masse davon stürzte mit Donner-ähnlichem Getöse auf den Pasterzengletscher hinab. Obwohl *Schuller* den Strick im Schrecken fahren gelassen hatte, so hielt er sich doch auf eine wunderbare Weise im Schnee fest. *Brandstätter* half ihm vollends herauf. Wie erschüttert wir alle durch diesen Vorfall waren, läfst sich leicht denken. Wir sahen darin einen warnenden Wink der Vorsehung. Es wäre in der That Vermessenheit gewesen, unter diesen Umständen noch weiter vorwärts zu wollen. Der Schnee trug, wie wir eben gesehen hatten, nicht mehr die Last eines Einzigen, um wie viel weniger jene von sieben Menschen. Überdiefs wurde die überhängende Schneelehne gegen die Schneide hin immer breiter und dünner, daher aus doppelter Ursache gefährlicher. Auch gewahrten wir, wie der Schnee immer weicher, und damit die Wahrscheinlichkeit des Abgleitens einer Lavine immer gröfser ward. Endlich konnten wir nicht viel an der Aussicht verlieren, da die zweite Spitze bereits ganz in Nebel eingehüllt war. Wir hatten also Zeit, an unseren Rückzug zu denken, da die Nebel sich mehr und mehr ausbreiteten, und die Windstöfse immer heftiger wurden. Sobald sich daher *Schuller* wieder erholt hatte, schickten wir uns zum Rückwege an.

Wenn das Hinaufklimmen mühvoll war, so war das Hinabsteigen desto gefährlicher. Eine ganz begreifliche optische Täuschung liefs den Weg noch viel gäher sich hinabsenken, als es wirklich der Fall war: die Abgründe zu beiden Seiten und vor uns, in welche wir jetzt sehen mufsten, machten das Ganze im höchsten Grade schwindelerregend. Nebstdem war der Schnee so locker geworden, dafs es schwer war, festen Fufs zu fassen. Ohne Hülfe des Seiles wäre es unmöglich gewesen, hinab zu kommen. Wir benützten dasselbe jetzt auf

folgende Art: Einem von uns wurde der Strick um den Leib gebunden, dieser stieg voraus, in die alten Fufsstapfen tretend und sich mit dem Alpenstocke festhaltend.

War er an einem sichern Standpuncte angekommen, so band er sich los, das Seil wurde zurück hinaufgezogen, ein anderer umschlang sich damit, bis wir endlich alle auf diese Weise hinabgekommen waren. Wir fanden, dafs das Herabsteigen am leichtesten von Statten gehe, wenn man sich umgewendet hält, das Gesicht gegen die eben verlassenen Tritte gekehrt. Auf diese Weise kamen wir ohne weiteren Unfall an der Stelle an, wo wir das Barometer und die übrigen Reisegeräthe zurückgelassen hatten. Noch eine Strecke stiegen wir, jedoch ohne uns mehr des Seiles zu bedienen, abwärts, bis der Weg breiter wurde, wo wir uns dann niedersetzten, und mit ziemlicher Geschwindigkeit hinabrutschten; dabei hat man sich aber sorgfältig vor dem Abtragen in einen der Abgründe zu beiden Seiten zu hüten. Schnell und wohlbehalten sahen wir uns wieder bei der *Adlersruhe*. Als wir jetzt unsere vorigen Fufsstapfen betreten wollten, entdeckten wir erst, über wie viele Spalten wir beim Hinaufsteigen, ohne sie zu ahnen, geschritten waren. Der Schnee war nämlich mittlerweile auch hier weicher geworden, und daher über den Spalten mehr eingesunken, als über dem festen Eise, wodurch eben jene erst kenntlich wurden. *Brandstätter*, der auch jetzt der erste war, führte uns so geschickt, und vermied alle Gefahren mit so viel Umsicht, dafs wir um 1 Uhr in der Salmshütte Kräfte für den Rest unseres Weges sammeln konnten. In 3 ½ Stunden waren wir wieder in Heiligenblut.

Für künftige Glocknerbesteiger bemerke ich noch, dafs ein Jahr, in welchem sehr viel Schnee fiel, für die Ersteigung nicht so günstig ist, als man gewöhnlich

glaubt. Man erspart zwar in diesem Falle den Gebrauch der Steigeisen, und braucht Niemanden voraus zu schicken, um den Weg auszuhauen, was geschehen muſs, wenn zu wenig Schnee auf dem Eise liegt; dafür kennt man aber die Gefahr in ihrem ganzen Umfange, während man bei vielem Schnee sich sicher glaubt, indem man in der gröſsten schwebt. Besonders gefährlich wird das Gehen auf der überhängenden Schneelahn, was bei vielem Schnee unvermeidlich ist. Welche Gefahren der Gletscher selbst in diesem Falle darbietet, ist bekannt.

Ich erwähne hier noch einiger geognostischer Bemerkungen, welche mir Herr von *Rosthorn* aus seinem Tagebuche mittheilte. Mangel an Zeit und das überaus schlechte Wetter hinderten uns, mehrere und genauere Beobachtungen anzustellen.

Die um *Heiligenblut* herrschende Gebirgsart ist Glimmerschiefer, welchen man am deutlichsten am *Möllfalle* sieht, wo er nach *hora* 15 — 130° südwestlich fällt, und einen Neigungswinkel von 25° gegen den Horizont hat.

Bei dem alten Thurme findet sich in bedeutenden Massen ein pistaziengrünes, im Bruche vom fein bis zum grobkörnigen wechselndes, oft ganz homogen aussehendes, oft mit Quarz und Kalk durchzogenes Gestein, welches man verschiedentlich benannte, z. B. Epidot, Backalit, etc. Es ist nichts anderes als eine theils gemengte, theils bloſs zusammengesetzte Varietät des *prismatoidischen Augitspathes*. Es findet sich dieses Mineral auch in einzelnen, vollkommen ausgebildeten Krystallen. Vom alten Thurme bis zur Möll hinab finden sich häufig Blöcke von diesem Gesteine. Weiter gegen den Gösnitzfall scheint dasselbe Gestein ebenfalls vorzukommen, und als Hügel mitten im Thale zu liegen, nur sind hier die Gemengtheile inniger mit einander verbunden, es ist

fester, härter, und kommt in schaligen Absonderungsstücken vor.

Beim *Gösnitzfalle* tritt wieder der Glimmerschiefer, der hier schon gneisartig wird, hervor; er enthält hier reine Glimmerplatten von einigen Zollen Oberfläche. Der Glimmerschiefer fällt hier nach *h.* 14 — 120° südwestlich, mit einem Neigungswinkel von 24°, also fast eben so wie beim Möllfalle.

Weiter hinauf gegen die *Tropalpe* kommt man auf ein mächtiges Urkalklager.

Von dem *Katzensteig* an nach dem Leiterbache aufwärts kommt eine eigene Gattung Thonschiefer vor, der den Glockner zu construiren scheint, wenigstens gewiſs die südliche Abdachung desselben bildet. Dieser Thonschiefer ist vollkommen geschichtet, er steht dem Glimmerschiefer sehr nahe, und geht oft in denselben über; seine Farbe ist dunkelgrün, er ist rauh anzufühlen, und enthält parallel der schiefrigen Textur dunkle Glimmerplättchen; im Querbruche ist er uneben. Er fällt zwischen *h.* 13 — 20° nach Südwest, mit einem Neigungswinkel von 40°.

Dieser dem Glimmerschiefer so nahe stehende Thonschiefer wechselt mit mächtigen untergeordneten Urkalklagern. Der Kalk, aus welchem diese Lager bestehen, ist von grüner Farbe, grobkörnig, dünnschiefrig, und enthält ebenfalls Glimmerplättchen, welche alle parallel der schiefrigen Textur liegen. Die Kalklagen fallen mit *h.* 13 — 15° nach Südwest, mit einer Neigung von 30°, also fast parallel dem vorerwähnten Thonschiefer.

Um die Salmshütte ist alles anstehende Gestein dieser Kalk, der vermöge seiner dunkelgrünen Farbe leicht mit dem herrschenden Thonschiefer verwechselt werden könnte. Die Moraine des Gletschers an der Salms-

hütte enthält meistens nur Thonschiefer, fast keinen Kalk.

In der Gegend von Heiligenblut, den Glockner mit begriffen, bemerkt man ein Generalstreichen der Gebirgsgesteine von Südost nach Nordwest. Der Neigungswinkel gegen den Horizont beträgt 30—45° mit einem Fallen nach Südwest.

Granit findet sich um Heiligenblut weder anstehend noch in Blöcken. Er erscheint erst in gröſseren und kleineren Blöcken in der Möll zwischen *Döllach* und *Pokhorn*.

IV.
Flammenausbrüche auf den Gebirgen von Hayti;

mitgetheilt von

Dr. *Johann Lhotsky*.

Im Norden der Stadt Gonaïves auf Hayti erstreckt sich ein Gebirgszug fast einen Breitengrad westlich bis Cap a foux, welcher als das Gerippe dieser ganzen, vom Hauptheil der Insel weit vorragenden Erdzunge zu betrachten ist. Eine Stunde im Westen obgenannter Stadt fängt dieser Gebirgszug mit einem leisen Abhange an, welchen Charakter er bis nach Port a Piment, und so weit man an dem Gestade des Meeres hinsehen kann, beibehält; jedoch im Norden von Gonaïves bietet er meistens senkrecht abgerissene Felsen dar. Die Höhe dieses Kalkgebirges, mag die Höhe des Anningers bei Wien (also ungefähr 800′) erreichen. Es ist ganz kahl und klippig anzusehen, und nur an seinem untern Theile mit sparsamen Gestrippe und Fettflanzen (*Acacia*,

Laurus, Agave, etc.) bewachsen, an seinem höhern durch steile, mit zahllosem Geschiebe bedeckte Abhänge zerrissen.

Es war in der trockenen Jahreszeit, als der k. k. Gärtner Hr. *Carl Ritter* auf seiner Reise in Hayti in dieser Gegend ankam, wo die tropische Sonne den ganzen Tag diese nackten Felsen durchglühte. Nachdem er einige Zeit dort verweilt hatte, bemerkte er am 16. Febr. 1821 folgende sonderbare Erscheinung. Gegen 3 Uhr Nachmittags erblickte man auf dem Kamme dieses Gebirges ein Rauchen und Dampfen, welches anfangs sich an ungefähr zehn, von einander abgesonderten Stellen zeigte, und gerade in die Luft ging. Als aber die heitere (obgleich mondlose), und daher zur Beobachtung ganz vortheilhafte Nacht hereinbrach, wurde dieses Schauspiel ungemein majestätisch; denn es erschienen nun statt des Dampfes und Rauches eine groſse Menge Feuer, welche von der Gröſse einer Fackelflamme bis zu der einiger Klafter, bald auf der Erde dahinliefen, bald verlöschten und bald wieder erschienen, und eine gelbliche, rothe und röthliche Farbe darboten. Bis 3 Uhr früh, wie lange Hr. *Ritter* die Erscheinung beobachtete, blieb sie sich im Ganzen fast gleich.

Die Neger setzten sich vor ihre Häuser, und sahen diesem Schauspiele mit Vergnügen, aber nicht mit Verwunderung zu. Von Hrn. *Ritter* darüber befragt, sagten sie: »Diese Feuer würden manche Jahre, jedoch »nur ein Mal, und zwar in der trockensten Jahrszeit »beobachtet, und sie wären der Meinung, daſs die in »der Regenperiode gewachsenen Pflanzen jetzt vor Dürre »verbrennen.« Hr. *Ritter* war nun auſserordentlich begierig, die Ursache dieser Erscheinung an Ort und Stelle zu beobachten. Es geht zwar am Gestade des Meeres (eben wo dieses Gebirge, wie gesagt, einen etwas sanf-

tern Abhang darbietet) ein Pfad von Gonaïves bis an den Fuſs dieses Gebirges, Hr. *Ritter* hätte aber hier unter den Kanonen eines Forts vorbei müssen, welches zu jener Zeit, wo er in Gefahr war, wegen Abschneidung einiger Akazienreiser erschossen zu werden, nicht rathsam befunden wurde. Er wollte zur See, an einen von dem Fort entfernten Punct des Gestades, hinüber fahren, aber dazu war auch kein Neger zu bewegen. So entschloſs er sich denn, am nächsten Morgen ein Pferd zu miethen, um dieses Gebirge, wo möglich, an seiner östlichen Seite zu flankiren. Doch konnte er, am Fuſse der Gebirge angelangt, wegen dem sich immer mehrenden Gewirre von Saftpflanzen, in eine Menge von engen Felsenrissen und Thälern verfangen, nicht mehr als etwa ein Vierttheil der ganzen Gebirgshöhe erreichen. Weder eine gröſsere Hitze nooh irgend ein Geruch wurde bemerkt, nur sah Hr. *Ritter* sehr häufig eine Grasart, die, in zahlreichen Büscheln gestellt, mit ihren dicken und grobfasrigen Blättern wohl *eine* der Ursachen dieser Feuer seyn könnte.

Den besten Aufschluſs über diese Erscheinung glaubten wir in den Andeutungen zu finden, die *v. Leonhard* in seinem neuesten vortrefflichen Werke: »*Agenda geognostica*, *p.* 193,« über diesen Gegenstand gegeben hat. Wir halten diese Erscheinung demnach für die Wirkung gasartiger Ausbrüche, jedoch müssen wir einen dort befindlichen Druck- oder Schreibfehler dahin berichtigen, daſs solche Feuerausbrüche nur die Wirkung des phosphorigen, nicht aber des einfachen oder gekohlten Wasserstoffgases seyn können, da sich bekanntlich nur das erstere in Berührung mit der atmosphärischen Luft selbst entzündet. Warum aber diese Ausbrüche nur in der trockensten Jahrszeit Statt finden, warum sie auch da nur manchmal beobachtet werden, welchen Einfluſs

endlich die vertrocknete Vegetation auf diese Erscheinung ausübt — diefs sind Fragen, welche bei der grossen Ödigkeit und Unbewohntheit dieser Gegend *), bei der grofsen Schwierigkeit, unter diesem Clima hohe und mit Gerölle bedeckte Felsen zu erklimmen, endlich bei dem wenigen Interesse der Eingebornen für solche Gegenstände — noch lange unbeantwortet bleiben dürften. Denn die Neger versicherten Hrn. *Ritter*, diese Felsen seyen wahrscheinlich noch nie von einem menschlichen Wesen erstiegen worden.

V.

Über die Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen;

von

Dr. *C. Fr. Hauber.*

Das Vorzüglichste, was wir über diesen in der Anwendung der Mathematik auf die Naturwissenschaften höchst wichtigen Gegenstand haben, ist ohne Zweifel das, was *Gaufs* in dem Aufsatze über die Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen in der Zeitschrift für Astronomie und verwandte Wissenschaften, Band I., Nro. XII., und an mehreren Stellen der *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae* gegeben hat. In dieser neueren Schrift hat aber *Gaufs* die Sache auf eine ganz andere Art behandelt, als in jenem früheren Aufsatze, und doch möchte auch die ältere Be-

*) Nach der trefflichen Karte von St. Domingo des Generals *Pamphile Lacroix*, ist keine Gegend der Insel so völlig entblöfst an Habitationen, als diese Erdzunge.

handlungsweise immer noch sehr beachtungswerth seyn. Daher dürfte vielleicht eine noch allgemeinere Behandlung des Gegenstandes, worunter sich die Resultate sowohl der älteren als der neueren *Gaufs*'schen Untersuchungen subsumiren lassen, nicht ganz uninteressant seyn.

Ich will meine Betrachtungen auf einen allgemeinen Satz gründen, von dem die Sätze, die *Laplace* in der *Théorie anal. des Probab., Livre II., Nro.* 18—20, und *Poisson* in dem *Mémoire sur la Probabilité des résultats moyens des Observations*, in den *Additions à la Conn. des tems, pour* 1827, *Nro.* 1—9 bewiesen haben, specielle Corollarien sind, der sich aber eben so beweisen läfst, wie diese specielleren Sätze. Er ist folgender:

Man habe eine grofse Anzahl s von Beobachtungen, und es seyen ε, ε_1, ... ε_n, ... ε_{s-1} resp. die Fehler der ersten, zweiten, ... $(n+1)^{\text{ten}}$, ... s^{ten} Beobachtung; $F\varepsilon$ eine Function von ε, $F\varepsilon_1$ dieselbe Function von ε_1 u. s. w.; ferner sey bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die erste jener Beobachtungen gehört, φx die Function, welche das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler ausdrückt, so dafs die Wahrscheinlichkeit, dafs der Fehler zwischen x und $x+dx$ liege, $=\varphi x . dx$ sey; bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die zweite, ... $(n+1)^{\text{te}}$, ... jener Beobachtungen gehört, sey diese Function $\varphi_1 x$, ... $\varphi_n x$, ... Das Integral $\int Fx . \varphi_n x . dx$, zwischen den Grenzen $-a$ und $+a$ der möglichen Beobachtungsfehler, oder, was dasselbe ist (da aufserhalb dieser Grenzen $\varphi x = 0$ ist), zwischen den Grenzen $-\infty$ und $+\infty$ genommen, werde durch K_n, das Integral

$$\int_{-a}^{+a} (Fx)^2 . \varphi_n x . dx$$

durch K'_n bezeichnet, und es sey $L^2_n = K'_n - K^2_n$;

$\gamma, \gamma_1, \ldots \gamma_n, \ldots \gamma_{\sigma-1}$ seyen beliebige Factoren; endlich e die Basis der natürlichen Logarithmen, $\pi = 3.1415926\ldots$; so ist die Wahrscheinlichkeit, dafs der Werth von $\Sigma\gamma_n F\varepsilon_n$ (wo das Summenzeichen Σ sich auf alle Werthe von n von σ an bis $s-1$ bezieht) zwischen den Grenzen

$$\Sigma\gamma_n K_n - r\sqrt{2\Sigma\gamma_n^2 L_n^2} \text{ und } \Sigma\gamma_n K_n + r\sqrt{2\Sigma\gamma_n^2 L_n^2}$$

oder dafs

$$\frac{1}{s}\Sigma\gamma_n F\varepsilon_n \text{ zwischen } \frac{1}{s}\Sigma\gamma_n K_n \mp \frac{r}{s}\sqrt{2\Sigma\gamma_n^2 L_n^2} \text{ liege,}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-r^2} dr, \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

das Integral von $r = \sigma$ an genommen.

Die Gröfse $\frac{1}{s}\sqrt{2\Sigma\gamma_n^2 L_n^2}$ ist von der Ordnung $\frac{1}{\sqrt{s}}$; also nähert sich, indem s zunimmt, $\frac{1}{s}\Sigma\gamma_n F\varepsilon_n$ immer mehr der Gröfse $\frac{1}{s}\Sigma\gamma_n K_n$. Übrigens ist zu bemerken, dafs der Ausdruck A) nur ein genäherter ist, und eine grofse Anzahl von Beobachtungen voraussetzt, was jedoch der Brauchbarkeit der Resultate wohl wenig schaden wird.

Gaufs sagt in der *Theoria comb. obs. p. 6*: das Integral $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2\varphi x.dx$, das er das Quadrat des mittlern Fehlers nennt, scheine am angemessensten zu seyn, um die Unsicherheit der Beobachtungen darnach zu bestimmen, so dafs ein System von Beobachtungen als desto genauer anzusehen sey, je kleiner bei demselben der Werth dieses Integrals sey. Übrigens setzt er hinzu, es liege allerdings hierin etwas Willkürliches. Ich will nun allgemein voraussetzen, dafs dazu, wozu *Gaufs* das Quadrat x^2 gebraucht, irgend eine Function Fx, die

man dazu passend finden mag, gebraucht werde, so daſs der mittlere Werth dieser Function oder das Integral $\int_{-a}^{+a} Fx \,.\, \varphi x \,.\, dx = K$ als Maſs der Unsicherheit der Beobachtungen diene. Wäre für ein System gleichartiger Beobachtungen die Function φx sowohl in Beziehung auf ihre Form als auf die etwa in dem Ausdrucke vorkommenden Constanten bekannt, so würde sich der Werth des Integrals $\int_{-a}^{+a} Fx \,.\, \varphi x \,.\, dx$ entweder in aller Strenge, oder wenigstens so genau als man will, angeben lassen. Da aber φx unbekannt ist, so muſs man sich begnügen, aus den Beobachtungen selbst *a posteriori* einen genäherten Werth von K abzuleiten. Ich will zuerst, wie bei solchen Untersuchungen gewöhnlich geschehen ist, und wie auch *Gauſs* in dem angeführten Aufsatze über die Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen, und in dem ersten Theile der *Theoria comb. obs.* gethan hat, eine bedeutende Anzahl wirklich vorgekommener von einander unabhängiger Beobachtungsfehler als bekannt voraussetzen. Diese Voraussetzung ist freilich, wie *Gauſs* im zweiten Theile der *Theoria comb. obs. p.* 50 bemerkt, in der Anwendung, streng genommen, nicht leicht jemals gültig. Doch wird man bei einer groſsen Anzahl von Beobachtungen ohne bedeutenden Fehler die Differenzen der durch die einzelnen Beobachtungen gegebenen Werthe von den aus der Gesammtheit der Beobachtungen nach der vortheilhaftesten Methode durch Rechnung abgeleiteten den wahren Beobachtungsfehlern gleich setzen können.

1) Die Beobachtungen, deren Fehler $\varepsilon, \varepsilon_1, \ldots \varepsilon_n, \ldots \varepsilon_{s-1}$ bekannt sind, seyen von verschiedener Art, so daſs die Function φx, und daher auch K, nicht für alle dieselbe sey. Es sey aber das Verhältniſs der

Genauigkeit dieser verschiedenen Arten von Beobachtungen gegeben; wenn zum Beispiel bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die erste jener Beobachtungen gehört, die Wahrscheinlichkeit, daſs der Fehler einer Beobachtung zwischen o und x liege, $= W$ ist, so sey bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die zweite, dritte, ... $(n+1)^{te}$, ... s^{te} jener Beobachtungen gehört, die Wahrscheinlichkeit, daſs der Fehler einer Beobachtung zwischen o und $\mu_1 x$, $\mu_2 x$, ... $\mu_n x$, ... $\mu_{s-1} x$ liege, ebenfalls $= W$, und μ_1, μ_2, ... μ_n, ... μ_{s-1} seyen bekannt; so ist

$$W = \int \varphi x \,.\, dx = \int \varphi_1 (\mu_1 x)\, d.(\mu_1 x) = \int \varphi_2 (\mu_2 x)\, d.(\mu_2 x) \ldots$$
$$= \int \varphi_n (\mu_n x)\, d.(\mu_n x) \ldots$$

also

$$\varphi x = \mu_1 \varphi_1 (\mu_1 x) = \mu_2 \varphi_2 (\mu_2 x) \ldots = \mu_n \varphi_n (\mu_n x) \ldots$$

Multiplicirt man nun K, K_1, K_2, ... K_n, ... resp. mit den Factoren 1, γ_1, γ_2, ... γ_n, ..., so ist nach dem Satze (1) der genäherte Werth von

$$K + \gamma_1 K_1 + \gamma_2 K_2 + \ldots + \gamma_n K_n + \ldots$$
$$= F\varepsilon + \gamma_1 F\varepsilon_1 + \gamma_2 F\varepsilon_2 + \ldots + \gamma_n F\varepsilon_n + \ldots,$$

und die Wahrscheinlichkeit, daſs der in Beziehung auf diesen Werth zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen $\pm r\sqrt{2N}$ liege, $= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$, wo

$$N = K' - K^2 + \gamma_1^2 (K'_1 - K_1^2) + \gamma_2^2 (K'_2 - K_2^2) + \ldots$$
$$+ \gamma_n^2 (K'_n - K_n^2) + \ldots$$

$$\text{und} \quad K'_n = \int_{-a}^{+a} (Fx)^2 \,.\, \varphi_n x \,.\, dx \quad \text{ist.}$$

Verhalten sich nun K, K_1, ... K_n, ... resp. wie 1, m_1, ... m_n, ..., wo m_1, ... m_n, ... Functionen von μ_1, ... μ_n, ... sind, und setzt man der Kürze wegen

$$1 + \gamma_1 m_1 + \ldots + \gamma_n m_n + \ldots = M,$$

so erhält man einen genäherten Werth von K:

$$= \frac{1}{M}(F\varepsilon + \gamma_1 F\varepsilon_1 + \ldots + \gamma_n F\varepsilon_n + \ldots),$$

und die Grenzen des in Beziehung auf diesen Werth zu befürchtenden Fehlers mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$ werden seyn

$$\pm u = \pm r\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{N}}{M}.$$

Das vortheilhafteste System von Factoren $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n, \ldots$ zur Bestimmung von K wird dasjenige seyn, für welches $\frac{\sqrt{N}}{M}$ ein *Minimum* ist, d. h. für welches man hat

$$M[\gamma_1 d\gamma_1 (K'_1 - K^2_1) + \ldots + \gamma_n d\gamma_n (K'_n - K^2_n) + \ldots]$$
$$= N(m_1 d\gamma_1 + \ldots + m_n d\gamma_n + \ldots).$$

Dieser Gleichung geschieht Genüge, wenn man setzt

$$\gamma_1 = \frac{K' - K^2}{K'_1 - K^2_1} m_1, \ldots \gamma_n = \frac{K' - K^2}{K'_n - K^2_n} m_n, \text{ u. s. w.}$$

Ist nun die Function Fx so beschaffen, daſs K', $K'_1, \ldots K'_n, \ldots$ resp. den $K^2, K^2_1, \ldots K^2_n, \ldots$ oder den $1, m^2_1, \ldots m^2_n, \ldots$ proportional sind, so sind die vortheilhaftesten Werthe von $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n, \ldots$ resp. $= \frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}, \ldots \frac{1}{m_n}, \ldots$, also $M = s$ und $N = s(K' - K^2)$, mithin der genäherte Werth von K

$$= \frac{1}{s}\left(F\varepsilon + \frac{1}{m_1} F\varepsilon_1 + \ldots + \frac{1}{m_n} F\varepsilon_n + \ldots\right), \quad (2)$$

und die Grenzen $\pm u$

$$= \pm r\sqrt{\frac{2(K' - K^2)}{s}},$$

wo man für K' auf ähnliche Art einen genäherten Werth finden kann, wie für K. Aus dem genäherten Werthe

von K findet man auch genäherte Werthe von

$$K_1 = m_1 K, \ldots K_n = m_n K, \text{ u. s. w.}$$

Nimmt man dann in Betreff der Form der Function φx eine Hypothese an, so daſs für jedes System gleichartiger Beobachtungen nur eine Constante in dem Ausdrucke von φx zu bestimmen ist, so wird man aus dem gefundenen genäherten Werthe von $K = \int_{-a}^{+a} Fx.\varphi x.dx$ einen genäherten Werth dieser Constanten finden können, wodurch man in den Stand gesetzt wird, die Wahrscheinlichkeit, daſs der Fehler einer Beobachtung von dieser Art zwischen gegebenen Grenzen liege, oder umgekehrt diese Grenzen, wenn die Wahrscheinlichkeit gegeben ist, näherungsweise zu bestimmen. Setzt man diese Wahrscheinlichkeit $= \frac{1}{2}$, so erhält man den sogenannten *wahrscheinlichen* Beobachtungsfehler.

2) Es sey $Fx = x^p$, wo p irgend eine positive ganze Zahl ist. Ist p eine *ungerade* Zahl, so ist zu bemerken, daſs das Integral $\int_{-\infty}^{+\infty} x^p \varphi x.dx$ verschwindet, wenn $\varphi x = \varphi(-x)$ ist, d. h. wenn nicht bei den Beobachtungen eine constante Ursache vorhanden ist, welche entweder den positiven oder den negativen Fehlern das Übergewicht gibt. Daher werden die ungeraden Potenzen der Beobachtungsfehler, wenn man jeden mit Rücksicht auf sein Zeichen nimmt, dazu dienen können, zu bestimmen, ob die vorliegenden Beobachtungen mit einem solchen constanten Fehler behaftet seyen; hierüber hat *Poisson* in einem der Academie am 20. April 1829 vorgelesenen *Mémoire* nähere Untersuchungen angestellt (siehe *Bulletin des Sciences math. etc., Mai* 1829, *p.* 335—341). Will man aber die Genauigkeit der Beobachtungen überhaupt durch ungerade Potenzen der Fehler bestimmen, so muſs man die Fehler ohne Rück-

sicht auf das Zeichen nehmen. Mag nun p eine gerade oder eine ungerade Zahl seyn, wenn man nur in dem letztern Falle die so eben angegebene Bedingung erfüllt, so ist

$$K = \int_0^\infty x^p \left[\varphi x + \varphi(-x)\right] dx,$$

$$K_1 = \int_0^\infty (\mu_1 x)^p \left[\varphi_1(\mu_1 x) + \varphi_1(-\mu_1 x)\right] d.(\mu_1 x),$$

oder, da $\mu_1 \varphi_1(\mu_1 x) = \varphi x$ ist,

$$K_1 = \mu_1^p K,$$

und eben so

$$K_n = m_n^p K \text{ u. s. w.}; \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

ferner $K' = \int_{-\infty}^{+\infty} x^{2p} \varphi x . dx$ und $K'_n = \mu_n^{2p} K'$, u. s. w.; also sind die K', K'_1, ... K'_n, ... den K^2, K_1^2, ... K_n^2, ... proportional. Folglich ist nach (2) der genäherte Werth von K

$$= \frac{1}{s}\left(\varepsilon^p + \frac{\varepsilon_1^p}{\mu_1^p} + \dots + \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p} + \dots\right), \quad . \quad (4)$$

wofür ich der Kürze wegen schreiben will $\frac{1}{s} \Sigma \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p}$; und die Wahrscheinlichkeit, daſs der in Beziehung auf diesen Werth von K zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen

$$\pm r \sqrt{\frac{2(K' - K^2)}{s}}$$

liege, ist

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Diese Wahrscheinlichkeit wird $= \frac{1}{2}$ für $r = 0.4769363$ oder für $r\sqrt{2} = 0.6744897$, also ist der wahrscheinliche Fehler jenes Werthes von K

$$= 0.6744897\, K \sqrt{\frac{1}{s}\left(\frac{K'}{K^2} - 1\right)}, \quad . \quad . \quad (6)$$

wo man für K' seinen genäherten Werth

$$= \frac{1}{s}\left(\varepsilon^{2p} + \frac{\varepsilon_1^{2p}}{\mu_1^{2p}} + \ldots + \frac{\varepsilon_n^{2p}}{\mu_n^{2p}} + \ldots\right)$$

setzen kann.

Nimmt man an, wie *Gauſs* in der *Theoria mot. corp. coel. L. II. Sect. III.* und in der Zeitschrift für Astr. u. s. w. Bd. I. Nro. XII., daſs die Function φx die Form habe $\frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2x^2}$, so läſst sich für jedes p der Werth von $\frac{K'}{K^2}$ numerisch angeben. Es ist nämlich allgemein

$$\int_0^\infty e^{-t^{m+1}} . t^p \, dt =$$
$$= (p-m)(p-2m-1)(p-3m-2)\ldots(p-rm-r+1) \times$$
$$\times \frac{1}{(m+1)^r} \int_0^\infty e^{-t^{m+1}}\, t^{p-r(m+1)}\, dt,$$

wo r die ganze Zahl in dem Quotienten bezeichnet, wenn man p durch $m+1$ dividirt.

Ist nun p eine *gerade* Zahl, so ist, wenn man $m = 1$ setzt,

$$\int_0^\infty e^{-t^2}\, t^p \, dt = 1 \, . \, 3 \, . \, 5 \ldots (p-1) \, . \, 2^{-\frac{p}{2}} \, . \, \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

$$\text{also} \quad K = 1 \, . \, 3 \, . \, 5 \ldots (p-1) \, . \, 2^{-\frac{p}{2}} \, . \, h^{-p} \quad . \; (7)$$
$$\text{und} \quad K' = 1 \, . \, 3 \, . \, 5 \ldots (2p-1) \, . \, 2^{-p} \, . \, h^{-2p}$$

$$\text{folglich} \quad \frac{K'}{K^2} = \frac{(p+1)(p+3)\ldots(2p-1)}{1 \, . \, 3 \, . \, 5 \ldots (p-1)} \quad \ldots \; (8)$$

Ist aber p eine *ungerade* Zahl, so ist

$$\int_0^\infty e^{-t^2}\, t^p \, dt = \tfrac{1}{2} \, . \, 2 \, . \, 4 \, . \, 6 \ldots (p-1) \, . \, 2^{-\frac{p-1}{2}}$$
$$= \tfrac{1}{2} \, . \, 1 \, . \, 2 \, . \, 3 \ldots \frac{p-1}{2}$$

$$\text{und} \quad K = 1 \, . \, 2 \, . \, 3 \ldots \frac{p-1}{2} \, . \, \frac{1}{h^p \sqrt{\pi}}, \quad \ldots \; (9)$$

also

$$\frac{K'}{K^2} = \frac{1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (2p-1) \, . \, \pi}{2^p \, . \left(1 \, . \, 2 \, . \, 3 \, . \, . \, . \, \frac{p-1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (2p-1) \, . \, \pi}{2 \, . \, (2 \, . \, 4 \, . \, 6 \, . \, . \, . \, (p-1))^2} \quad . \quad . \quad (10)$$

Unter derselben Voraussetzung, dafs $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \, e^{-h^2 x^2}$ sey, läfst sich aus dem gefundenen genäherten Werthe von K ein genäherter Werth von h finden.

Nämlich für ein *gerades* p ist nach (7)

$$h = \frac{1}{\sqrt{2}} \, . \, (1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (p-1))^{\frac{1}{p}} \, . \, K^{-\frac{1}{p}} \, . \, (11)$$

Es sind aber vermöge der Gleichungen (4), (6) und (8), wenn man

$$\frac{1}{s} \left[\frac{(p+1)(p+3) \, . \, . \, . \, (2p-1)}{1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (p-1)} - 1\right] = P$$

setzt, die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von K nahe

$$= \frac{1}{s} \, \Sigma \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p} (1 \pm 0.6745 \sqrt{P}), \quad . \quad . \quad . \, (12)$$

also, wenn man die höhern Potenzen des zweiten Theils dieses Ausdruckes vernachlässiget, die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von h

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \, . \, (1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (p-1) \, s)^{\frac{1}{p}} \, . \left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p}\right)^{-\frac{1}{p}} \times$$

$$\times \left(1 \pm 0.6745 \, . \, \frac{1}{p} \sqrt{P}\right) \, . \, (13)$$

Kennt man h, so ist der sogenannte wahrscheinliche Beobachtungsfehler

$$w = 0.4769363 \, . \, \frac{1}{h}$$

$$= 0.6744897 \, (1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (p-1))^{-\frac{1}{p}} \, . \, K^{\frac{1}{p}}, \quad . \quad . \quad (14)$$

also sind die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von w

$$= 0.6744897\,(1.3.5\ldots(p-1)\,s)^{-\frac{1}{p}}\,.\left(\Sigma\frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p}\right)^{\frac{1}{p}} \times$$

$$\times\left(1 \pm 0.6744897\,.\,\frac{1}{p}\sqrt{P}\right)\;.\quad (15)$$

Für ein *ungerades* p ist nach (9)

$$h = \left(1\,.\,2\,.\,3\,\ldots\,\frac{p-1}{2}\,.\,\frac{1}{K\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{1}{p}} \qquad (16)$$

und

$$w = 0.4769363\left(1.2.3\ldots\frac{p-1}{2}\right)^{-\frac{1}{p}}.\,(K\sqrt{\pi})^{\frac{1}{p}}\;.\;(17)$$

Es sind aber vermöge der Gleichungen (4), (6) und (10), wenn man

$$\frac{1}{s}\left[\frac{1\,.\,3\,.\,5\,\ldots\,(2p-1)\,\pi}{(2\,.\,4\,.\,6\,\ldots\,(p-1))^2} - 2\right] = \Pi$$

setzt, die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von K nahe

$$= \frac{1}{s}\,\Sigma\frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p}\,(1 \pm 0.4769363\sqrt{\Pi}),\;.\;.\;(18)$$

also die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von h

$$= \left(1\,.\,2\,.\,3\ldots\frac{p-1}{2}\,.\,s\right)^{\frac{1}{p}}.\left(\sqrt{\pi}\,.\,\Sigma\frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p}\right)^{-\frac{1}{p}} \times$$

$$\times\left(1 \mp 0.4769\,.\,\frac{1}{p}\sqrt{\Pi}\right),\;.\;(19)$$

und die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von w

$$= 0.4769363 \left(1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots \frac{p-1}{2} \cdot s\right)^{-\frac{1}{p}} \times$$

$$\times \left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p} \sqrt{\pi}\right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(1 \pm 0.4769363 \cdot \frac{1}{p} \sqrt{\Pi}\right) \cdot (20)$$

3) Setzt man zum Beispiel a)

$$p = 1,$$

so ist $K = \int_0^\infty x\,[\varphi x + \varphi(-x)]\, dx$,

oder, wenn $\varphi x = \varphi(-x)$ ist,

$$K = 2 \int_0^\infty x \varphi x \,.\, dx,$$

wo $\int_0^\infty x \varphi x \,.\, dx$ das ist, was *Laplace* den mittlern zu befürchtenden Fehler nennt; und man erhält nach (4) einen genäherten Werth von K

$$= \frac{1}{s} \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon_1}{\mu_1} + \ldots + \frac{\varepsilon_n}{\mu_n} + \ldots\right),$$

wo die Fehler $\varepsilon, \varepsilon_1, \ldots \varepsilon_n, \ldots$ alle positiv zu nehmen sind; und nach (6) die wahrscheinliche Unsicherheit dieses Werthes von K

$$= \pm\, 0.6745 \sqrt{\frac{K' - K^2}{s}},$$

wo $K' = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi x \,.\, dx$ ist.

Setzt man $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$, so ist nach (10)

$$\frac{K'}{K^2} = \frac{\pi}{2},$$

also jene wahrscheinliche Unsicherheit

$$= 0.4769363\, K \sqrt{\frac{\pi - 2}{s}} = 0.5095841 \,.\, \frac{K}{\sqrt{s}};$$

ferner nach (16)

$$h = \frac{1}{K\sqrt{\pi}},$$

und nach (19) die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von h

$$= s \cdot \left(\Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n} \cdot \sqrt{\pi}\right)^{-1} \left(1 \mp 0.5096 \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}\right).$$

Der wahrscheinliche Beobachtungsfehler w ist nach (17)

$$= 0.4769\, K\sqrt{\pi},$$

und die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von w sind nach (20)

$$= 0.4769363\, \frac{\sqrt{\pi}}{s} \cdot \Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n} \cdot \left(1 \pm 0.5095841 \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}\right)$$

oder

$$= 0.8453473 \cdot \frac{1}{s} \cdot \Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n} \cdot \left(1 \pm 0.5095841 \cdot \frac{1}{\sqrt{s}}\right). \quad (21)$$

Welches auch die Form der Function φx seyn mag, wenn man nur der Natur der Sache gemäfs annimmt, dafs φx innerhalb der Grenzen $\pm a$ der möglichen Beobachtungsfehler immer positiv sey, und von $x = 0$ bis $x = \pm a$, indem der absolute Werth von x wächst, immer ab-, wenigstens nicht zunehme, endlich dafs $\int_{-a}^{+a} \varphi x \,.\, dx = 1$ sey, und wenn man

$$\int_0^a x[\varphi x + \varphi(-x)]\, dx \quad \text{durch} \quad K^{(1)},$$

$$\text{und} \quad \int_0^a x^p\, [\varphi x + \varphi(-x)]\, dx \quad \text{durch} \quad K^{(p)}$$

bezeichnet, so gilt allgemein der Satz, dafs

$$\frac{K^{(p)}}{(K^{(1)})^p} \text{ nicht kleiner als } \frac{2^p}{p+1} \text{ seyn kann,} \quad . \quad . \quad (22)$$

wo p irgend eine positive ganze Zahl ist.

Dieser Satz läfst sich so beweisen:

Man setze das Integral $\int_{-x}^{+x} \varphi z \,.\, dz = y$, und $x = \psi y$, $\frac{d \,.\, \psi y}{dy} = \psi' y$, $\frac{d^2 \,.\, \psi y}{dy^2} = \psi'' y$ u. s. w.; so

ist $y=0$ für $x=0$, und $y=1$ für $x=a$, ferner

$$\frac{dy}{dx}=\varphi x+\varphi(-x),$$

$$\text{also}\quad K^{(1)}=\int_0^1 \psi y \,.\, dy$$

$$\text{und}\quad K^{(p)}=\int_0^1 (\psi y)^p \,.\, dy.$$

Nun ist allgemein

$$\psi y=\psi 0+y\psi' 0+\frac{y^2}{2}\psi'' 0+\frac{y^3}{2.3}\psi''' 0+\ldots;$$

hier ist aber $\psi 0=0$ und $\psi' y=\frac{1}{\varphi x+\varphi(-x)}$, also vermöge der angenommenen Voraussetzungen $\psi' y$ innerhalb der Grenzen $y=0$ und $y=1$ immer eine endliche positive Gröfse, die, indem y zunimmt, immer zu-, wenigstens nicht abnimmt, folglich $\psi'' y$ innerhalb derselben Grenzen immer endlich und positiv, wenigstens nicht negativ; daher kann man für Werthe von y innerhalb dieser Grenzen setzen

$$\psi y=y\psi' 0+\frac{y^2}{2}\psi''\eta,$$

wo η eine Gröfse zwischen 0 und y ist, oder

$$\psi y=y\psi' 0+y^2\,.\,l,$$

wo l eine positive Gröfse $=\frac{1}{2}\psi''\eta$ ist; wenn φx, also auch $\psi' y$, constant ist, in welchem Falle $\psi'' y$, $\psi''' y$ u. s. w. verschwinden, so ist $l=0$.

Demnach ist

$$K^{(1)}=\int_0^1 (y\psi' 0+y^2\,.\,l)\,dy=\tfrac{1}{2}\psi' 0+\tfrac{1}{3}l,$$

folglich

$$(K^{(1)})^p=\frac{1}{2^p}(\psi' 0)^p+\frac{p}{2^{p-1}\times 3}(\psi' 0)^{p-1}l$$
$$+\frac{p(p-1)}{2^{p-2}\times 1.2.3^2}(\psi' 0)^{p-2}l^2+\ldots$$
$$+\frac{p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{2^{p-r}\times 1.2\ldots r\times 3^r}(\psi' 0)^{p-r}l^r+\ldots$$
$$+\frac{1}{3^p}l^p.$$

Ferner $K^{(p)}$ oder $\int_0^1 (y\,\psi' o + y^2 l)^p\, dy$

$$= \frac{1}{p+1}(\psi' o)^p + \frac{p}{p+2}(\psi' o)^{p-1}\, l$$

$$+ \frac{p\,(p-1)}{1\,.\,2\,.\,(p+3)}(\psi' o)^{p-2}\, l^2 + \ldots$$

$$+ \frac{p\,(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1\,.\,2\,\ldots\,r\,(p+r+1)}(\psi' o)^{p-r}\, l^r + \ldots$$

$$+ \frac{1}{2p+1}\, l^p\,.$$

Ist φx constant, also $l = o$, so ist

$$\frac{K^{(p)}}{(K^{(1)})^p} = \frac{2^p}{p+1}.$$

Sonst aber hat man

$$\frac{(p+1)\,K^{(p)}}{2^p\,(K^{(1)})^p} = \frac{A}{B}, \quad \ldots\ldots \quad (23)$$

wo $A = 1 + \frac{(p+1)\,p}{p+2}\,.\,\frac{l}{\psi' o} + \ldots$

$$+ \frac{(p+1)p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1\,.\,2\,\ldots\,r\,(p+r+1)}\,.\left(\frac{l}{\psi' o}\right)^r + \ldots$$

$$+ \frac{p+1}{2p+1}\,.\left(\frac{l}{\psi' o}\right)^p$$

und $B = 1 + \frac{2p}{3}\,.\,\frac{l}{\psi' o} + \ldots$

$$+ \frac{2^r\,.\,p\,(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1\,.\,2\,\ldots\,r\,.\,3^r}\,.\left(\frac{l}{\psi' o}\right)^r + \ldots$$

$$+ \frac{2^p}{3^p}\,.\left(\frac{l}{\psi' o}\right)^p$$

ist, in welchen Ausdrücken jedes Glied positiv ist. Es ist aber, wenn p irgend eine positive ganze Zahl und > 1 ist (für $p = 1$ bedarf der Satz (22) keines Beweises),

$$3p > 2p + 1, \quad \text{also} \quad 3(p+1) > 2(p+2),$$

$$\text{mithin} \quad \frac{(p+1)\,p}{p+2} > \frac{2p}{3}.$$

Ferner ist, wenn r irgend eine positive ganze Zahl und > 1 ist, $3 > 2^{1+\frac{1}{r}}$ (denn es ist $9 > 8$, also $3 > 2\sqrt{2}$ oder $> 2^{1+\frac{1}{2}}$, und noch mehr, wenn $r > 2$ ist, $3 > 2^{1+\frac{1}{r}}$), also

$3^r > 2^{r+1}$ oder $> (2^r + 2^r)$, folglich $3^r - 2^r > 2^r$; ist nun überdieſs $r < p + 1$, so ist

$$(3^r - 2^r)(p + 1) > 2^r \cdot r,$$

$$\text{also} \quad 3^r (p + 1) > 2^r (p + r + 1),$$

mithin

$$\frac{(p+1)\,p\,(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1 \cdot 2 \ldots r\,(p+r+1)} > \frac{2^r \cdot p\,(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1 \cdot 2 \ldots r \times 3^r}$$

Hieraus erhellt, daſs in dem Zähler des Bruches (23) die Factoren von $\frac{l}{\psi' o}, \ldots \left(\frac{l}{\psi' o}\right)^r, \ldots \left(\frac{l}{\psi' o}\right)^p$ resp. gröſser sind, als die correspondirenden im Nenner, daſs also dieser Bruch gröſser als die Einheit ist. Demnach ist $\frac{K^{(p)}}{(K^{(1)})^p}$ nicht kleiner als $\frac{2^p}{p+1}$, wie zu beweisen war.

Setzt man $p = 2$, so ist $\frac{K^{(2)}}{(K^{(1)})^2}$ (dasselbe, was oben durch $\frac{K^1}{K^2}$ bezeichnet wurde), nicht $< \frac{4}{3}$, also $K^{(2)} - (K^{(1)})^2$, nicht $< \frac{1}{3}(K^{(1)})^2$ und nicht $> \frac{1}{4} K^{(2)}$, mithin die wahrscheinliche Unsicherheit des obigen genäherten Werthes von $K^{(1)} = \frac{1}{s} \Sigma \frac{\varepsilon n}{\mu n}$, ohne Rücksicht auf das Zeichen genommen,

$$\text{nicht} < 0.6745\, K^{(1)} \sqrt{\frac{1}{3 \cdot s}},$$

$$\text{und nicht} > 0.6745 \times \tfrac{1}{2} \sqrt{\frac{K^{(2)}}{s}}.$$

Setzt man b)

$$p = 2,$$

Ferner $K^{(p)}$ oder $\int_0^1 (y\,\psi'0 + y^2 l)^p\, dy$

$$= \frac{1}{p+1}(\psi'0)^p + \frac{p}{p+2}(\psi'0)^{p-1}\, l$$
$$+ \frac{p(p-1)}{1.2.(p+3)}(\psi'0)^{p-2}\, l^2 + \ldots$$
$$+ \frac{p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1.2\ldots r(p+r+1)}(\psi'0)^{p-r}\, l^r + \ldots$$
$$+ \frac{1}{2p+1}\, l^p.$$

Ist φx constant, also $l = 0$, so ist

$$\frac{K^{(p)}}{(K^{(1)})^p} = \frac{2^p}{p+1}.$$

Sonst aber hat man

$$\frac{(p+1)\,K^{(p)}}{2^p\,(K^{(1)})^p} = \frac{A}{B}, \quad \ldots\ldots \quad (23)$$

wo
$$A = 1 + \frac{(p+1)p}{p+2}\cdot\frac{l}{\psi'0} + \ldots$$
$$+ \frac{(p+1)p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1.2\ldots r(p+r+1)}\cdot\left(\frac{l}{\psi'0}\right)^r + \ldots$$
$$+ \frac{p+1}{2p+1}\cdot\left(\frac{l}{\psi'0}\right)^p$$

und
$$B = 1 + \frac{2p}{3}\cdot\frac{l}{\psi'0} + \ldots$$
$$+ \frac{2^r.p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1.2\ldots r.3^r}\cdot\left(\frac{l}{\psi'0}\right)^r + \ldots$$
$$+ \frac{2^p}{3^p}\cdot\left(\frac{l}{\psi'0}\right)^p$$

ist, in welchen Ausdrücken jedes Glied positiv ist. Es ist aber, wenn p irgend eine positive ganze Zahl und > 1 ist (für $p = 1$ bedarf der Satz (22) keines Beweises),

$$3p > 2p + 1, \quad \text{also} \quad 3(p+1) > 2(p+2),$$
$$\text{mithin} \quad \frac{(p+1)p}{p+2} > \frac{2p}{3}.$$

Ferner ist, wenn r irgend eine positive ganze Zahl und >1 ist, $3>2^{1+\frac{1}{r}}$ (denn es ist $9>8$, also $3>2\sqrt{2}$ oder $>2^{1+\frac{1}{2}}$, und noch mehr, wenn $r>2$ ist, $3>2^{1+\frac{1}{r}}$), also

$3^r > 2^{r+1}$ oder $> (2^r + 2^r)$, folglich $3^r - 2^r > 2^r$;
ist nun überdieſs $r<p+1$, so ist

$$(3^r - 2^r)(p+1) > 2^r . r,$$

$$\text{also}\quad 3^r(p+1) > 2^r(p+r+1),$$

mithin

$$\frac{(p+1)p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1.2\ldots r(p+r+1)} > \frac{2^r . p(p-1)\ldots(p-(r-1))}{1.2\ldots r\times 3^r}$$

Hieraus erhellt, daſs in dem Zähler des Bruches (23) die Factoren von $\frac{l}{\psi' o}$, ... $\left(\frac{l}{\psi' o}\right)^r$, ... $\left(\frac{l}{\psi' o}\right)^p$ resp. gröſser sind, als die correspondirenden im Nenner, daſs also dieser Bruch gröſser als die Einheit ist. Demnach ist $\frac{K^{(p)}}{(K^{(1)})^p}$ nicht kleiner als $\frac{2^p}{p+1}$, wie zu beweisen war.

Setzt man $p=2$, so ist $\frac{K^{(2)}}{(K^{(1)})^2}$ (dasselbe, was oben durch $\frac{K'}{K_2}$ bezeichnet wurde), nicht $<\frac{4}{3}$, also $K^{(2)}-(K^{(1)})^2$, nicht $<\frac{1}{3}(K^{(1)})^2$ und nicht $>\frac{1}{4}K^{(2)}$, mithin die wahrscheinliche Unsicherheit des obigen genäherten Werthes von $K^{(1)} = \frac{1}{s}\Sigma\frac{\varepsilon n}{\mu_n}$, ohne Rücksicht auf das Zeichen genommen,

$$\text{nicht} < 0.6745\, K^{(1)}\sqrt{\frac{1}{3.s}},$$

$$\text{und nicht} > 0.6745 \times \tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{K^{(2)}}{s}}.$$

Setzt man b)

$$p = 2,$$

so ist $K^{(2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi x \,.\, dx$

das, was *Gaufs* das Quadrat des mittlern Beobachtungsfehlers nennt. Vermöge der Gleichung (4) erhält man einen genäherten Werth von $K^{(2)}$

$$= \frac{1}{s}\left(\varepsilon^2 + \frac{\varepsilon_1^2}{\mu_1^2} + \ldots + \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} + \ldots\right).$$

Der wahrscheinliche Fehler dieses Werthes ist nach (6)

$$= 0.6745 \sqrt{\frac{K^{(4)} - (K^{(2)})^2}{s}}.$$

Drückt überhaupt $\psi u \,.\, du$ die Wahrscheinlichkeit aus, dafs der Fehler dieses Werthes von $K^{(2)}$ zwischen u und $u + du$ liege, so ist nach (5)

$$\int u \psi u \,.\, du = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\, e^{-r^2} \,.\, \frac{dr}{du}, \text{ wo } u = r\sqrt{\frac{2[K^{(4)} - (K^{(2)})^2]}{s}}$$

ist, also $\int_{-\infty}^{+\infty} u^2 \psi u \,.\, du =$

$$= \frac{2}{s\sqrt{\pi}} \,.\, [K^{(4)} - (K^{(2)})^2] \,.\int_{-\infty}^{+\infty} r^2 e^{-r^2} dr$$

$$= \frac{1}{s}\,[K^{(4)} - (K^{(2)})^2],$$

d. h. der mittlere zu befürchtende Fehler jenes Werthes von $K^{(2)}$ ist $= \sqrt{\frac{K^{(4)} - (K^{(2)})^2}{s}}$, was *Gaufs* in der *Thoria comb. obs. art.* 16 auf eine andere Art bewiesen hat.

Es kann aber $\frac{K^{(4)}}{(K^{(2)})^2}$ nicht kleiner seyn als $\frac{9}{5}$, was sich eben so beweisen läfst, wie der Satz (22); folglich ist $\sqrt{\frac{K^{(4)} - (K^{(2)})^2}{s}}$ nicht $< 2\, K^{(2)} \sqrt{\frac{1}{5 \,.\, s}}$, und nicht $> \frac{2}{3}\sqrt{\frac{K^{(4)}}{s}}$.

Der wahrscheinliche Fehler w kann nicht gröfser seyn, als $\sqrt{\frac{3}{4}K^{(2)}}$ oder als $0.8660254\sqrt{K^{(2)}}$, wie *Gaufs* in der *Theoria comb. obs. art.* 10 gezeigt hat.

Setzt man $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2 x^2}$, so ist nach (8)

$$\frac{K^{(4)}}{(K^{(2)})^2} = 3, \quad \text{also} \quad \sqrt{\frac{K^{(4)} - (K^{(2)})^2}{s}} = K^{(2)}\sqrt{\frac{2}{s}},$$

und nach (12) die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von $K^{(2)}$

$$= \frac{1}{s}\,\Sigma\frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2}\left(1 \pm 0.6745\sqrt{\frac{2}{s}}\right).$$

Ferner ist nach (11)

$$h = \sqrt{\frac{1}{2K^{(2)}}},$$

und nach (13) die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von h

$$= \sqrt{\frac{s}{2\,\Sigma\frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2}}}\left(1 \pm 0.4769\sqrt{\frac{1}{s}}\right);$$

nach (14)

$$w = 0.6744897\sqrt{K^{(2)}},$$

und nach (15) die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von w

$$= 0.6744897\sqrt{\frac{1}{s}\,\Sigma\frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2}}\left(1 \pm 0.4769363\sqrt{\frac{1}{s}}\right). \quad (24)$$

4) Sind die Beobachtungen alle von einerlei Art, so dafs die Function φx für alle dieselbe ist, so darf man nur in den vorhergehenden Formeln $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n, \ldots = 1$ setzen. Dann gehen die obigen Ausdrücke (15), (20), (21), (24) für den wahrscheinlichen

Beobachtungsfehler in diejenigen über, welche *Gaufs* in dem schon öfters angeführten Aufsatze in der Zeitschrift für Astr. Bd. I. Nro. XII. gegeben hat.

Eine von jeder Hypothese über die Form der Function ϕx unabhängige Methode, den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler bei einem System gleichartiger Beobachtungen zu bestimmen, hat *Gaufs* ebendaselbst Seite 195 angegeben, wo er sagt:

»Man ordne die sämmtlichen Beobachtungsfehler »(absolut genommen) nach ihrer Gröfse, und nenne den »mittelsten, wenn ihre Zahl ungerade ist, oder das »arithmetische Mittel der zwei mittelsten bei gerader »Anzahl, *M*. Es läfst sich zeigen, was aber hier nicht »weiter ausgeführt werden kann, dafs bei einer grofsen »Anzahl von Beobachtungen w der wahrscheinlichste »Werth von *M* ist,« u. s. w.

Es seyen nämlich die Fehler einer grofsen Anzahl von Beobachtungen, ohne Rücksicht auf das Zeichen, nach ihrer Gröfse geordnet,

a) für eine ungerade Zahl

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_{v-1}, \varepsilon_v, \varepsilon_{v+1}, \ldots \varepsilon_{2v-1},$$

also $\varepsilon_v = M$ der mittelste,

b) für eine gerade Zahl

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_{v-1}, \varepsilon_v, \varepsilon_{v+1}, \ldots \varepsilon_{2v-1}, \varepsilon_{2v},$$

also $\frac{\varepsilon_v + \varepsilon_{v+1}}{2} = M$ das arithmetische Mittel der zwei mittelsten.

In beiden Fällen ist von den v erstern Beobachtungsfehlern jeder nicht gröfser als *M*, und von den v letztern jeder nicht kleiner als *M*. Die Wahrscheinlichkeit, dafs die Gröfse *M* irgend einen bestimmten Werth α habe, ist desto gröfser, je gröfser für diesen Werth α die Wahrscheinlichkeit ist, dafs von v Beobachtungsfeh-

lern jeder nicht gröfser als α, und von eben so vielen jeder nicht kleiner als α sey, d. h. je gröfser

$$\left[\int_{-\alpha}^{+\alpha} \varphi x \,.\, dx\right]^v \left[1 - \int_{-\alpha}^{+\alpha} \varphi x \,.\, dx\right]^v$$

ist. Diese Function erhält aber den gröfsten möglichen Werth, wenn $\int_{-\alpha}^{+\alpha} \varphi x \,.\, dx = \frac{1}{2}$, oder wenn α dem wahrscheinlichen Beobachtungsfehler w gleich ist. Folglich ist der wahrscheinlichste Werth von $M = w$.

Setzt man das Integral $\int \varphi x \,.\, dx$, zwischen den Grenzen $-w(1+\lambda)$ und $+w(1+\lambda)$ genommen, $= \frac{1}{2} + L$ (da $\int_{-w}^{+w} \varphi x \,.\, dx = \frac{1}{2}$ ist), so verhält sich die Wahrscheinlichkeit, dafs der wahre Werth von $M = w$ sey, zu der Wahrscheinlichkeit, dafs der wahre Werth $= w(1+\lambda)$ sey, wie

$$\frac{1}{4^v} : (\tfrac{1}{2} + L)^v (\tfrac{1}{2} - L)^v = 1 : (1 - 4L^2)^v.$$

Daher ist die Wahrscheinlichkeit, dafs der wahre Werth von M zwischen $w(1-l)$ und $w(1+l)$ liege,

$$= H \int_{-l}^{+l} (1 - 4L^2)^v \, d\lambda,$$

wo H eine Constante ist, die so bestimmt werden mufs, dafs das Integral $\int_{-\infty}^{+\infty} H(1 - 4L^2)^v \, d\lambda = 1$ werde.

Nimmt man an, dafs $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$ sey, so ist $w = \frac{\rho}{h}$, wenn $\rho = 0.47694$ gesetzt wird, und L läfst sich durch folgende Reihe ausdrücken:

$$\frac{2\lambda \,.\, \rho}{\sqrt{\pi}} e^{-\rho^2} \left(1 - \lambda \rho^2 - \frac{\lambda^2}{3} \rho^2 (1 - 2\rho^2) \ldots\right)$$

oder $\quad 0.42867\,\lambda\,(1 - 0.22747\,\lambda - 0.041328\,\lambda^2 \ldots)$.

Ist nun λ ein kleiner Bruch, so ist nahe

$$1 - 4L^2 = e^{-\lambda^2 c^2},$$

wenn man $\frac{4\rho}{\sqrt{\pi}}\, e^{-\rho^2}$ oder $0.85735 = c$ setzt; also

$$W = H \int_{-l}^{+l} e^{-\nu \lambda^2 c^2}\, d\lambda.$$

W wird $= \frac{1}{2}$ für $l = \frac{\rho}{c\sqrt{\nu}} = \frac{e\rho^2 \sqrt{\pi}}{4\sqrt{\nu}}$, oder, da die Anzahl s der Beobachtungen wenigstens nahe $= 2\nu$ ist, für $l = e\rho^2 \sqrt{\frac{\pi}{8s}}$, also sind die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von M

$$= w\left(1 \mp e\rho^2 \sqrt{\frac{\pi}{8s}}\right),$$

oder auch die wahrscheinlichen Grenzen des wahren Werthes von w nahe

$$= M\left(1 \pm e\rho^2 \sqrt{\frac{\pi}{8s}}\right) = M\left(1 \pm \frac{0.78671}{\sqrt{s}}\right).$$

5) Bisher wurde eine bedeutende Anzahl wirklich vorgekommener Beobachtungsfehler als bekannt vorausgesetzt. Ich will nun noch Einiges für den Fall hinzufügen, wenn die Differenzen der durch die einzelnen Beobachtungen gegebenen Werthe einer Gröſse von dem, nöthigenfalls mit Rücksicht auf die verschiedene Genauigkeit der Beobachtungen genommenen, Mittelwerthe bekannt sind, und man sich nicht erlauben will, diese Differenzen als die Beobachtungsfehler selbst anzusehen.

Es seyen δ, δ_1, ... δ_n, ... δ_{s-1} die durch die erste, zweite, ... $(n+1)^{te}$, ... s^{te} Beobachtung gegebenen Werthe einer gesuchten Gröſse q; so ist, wenn μ_1, ... μ_n, ... μ_{s-1} dieselbe Bedeutung haben, wie oben, der mit Rücksicht auf die verschiedene Genauigkeit der Beobachtungen genommene Mittelwerth

$$A = \frac{\delta + \frac{\delta_1}{\mu_1^2} + \ldots + \frac{\delta_n}{\mu_n^2} + \ldots}{1 + \frac{1}{\mu_1^2} + \ldots + \frac{1}{\mu_n^2} + \ldots} = \frac{\Sigma \frac{\delta_n}{\mu_n^2}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}.$$

Es sey ferner

$$\lambda_n = \frac{A - \delta_n}{\mu_n},$$

und der in Beziehung auf den Werth A von q zu befürchtende Fehler sey $= u$, also $A + u$ der wahre Werth von q; so ist der Fehler der $(n+1)^{ten}$ Beobachtung

$$\varepsilon_n = A + u - \delta_n,$$

$$\text{also } \frac{\varepsilon_n}{\mu_n} = \lambda_n + \frac{u}{\mu_n} \quad \ldots\ldots \quad (25)$$

$$\text{und } \Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2} = \Sigma \frac{\lambda_n}{\mu_n} + u \Sigma \frac{1}{\mu_n^2};$$

$$\text{es ist aber } \Sigma \frac{\lambda_n}{\mu_n} = A \Sigma \frac{1}{\mu_n^2} - \Sigma \frac{\delta_n}{\mu_n^2} = 0,$$

$$\text{folglich } \Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2} = u \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}.$$

Setzt man in dem Satze (1) $F\varepsilon_n = \varepsilon_n$, $\gamma = 1$, $\gamma_1 = \frac{1}{\mu_1^2}, \ldots \gamma_n = \frac{1}{\mu_n^2}, \ldots$; so ist, vorausgesetzt, dafs gleiche positive und negative Fehler gleich wahrscheinlich seyen,

$$\Sigma \gamma_n K_n = 0,$$

$$L_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \varphi_n x \,.\, dx = K_n^{(2)} = \mu_n^2 K^{(2)} \text{ (nach 3)},$$

$$\sqrt{2 \Sigma \gamma_n^2 L_n^2} = \sqrt{2 K^{(2)} \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}},$$

also die Wahrscheinlichkeit, dafs $\Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2}$ oder $u \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}$ zwischen $\pm r \sqrt{2 K^{(2)} \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}$ liege, oder dafs u zwischen $\pm r \sqrt{\frac{2 K^{(2)}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}}$ liege,

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr, \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

das Integral von $r = 0$ an genommen. Bezeichnet nun ψu die Wahrscheinlichkeit irgend eines Werthes von u, so ist

$$\psi u = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-r^2} \frac{dr}{du} \quad \text{für} \quad u = r \sqrt{\frac{2 K^{(2)}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}}, \quad (27)$$

also der mittlere Werth irgend einer Potenz von u mit einem geraden Exponenten m

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} u^m \psi u . du = \frac{2^{\frac{m}{2}} (K^{(2)})^{\frac{m}{2}}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^{\frac{m}{2}} \sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} r^m e^{-r^2} dr$$

$$= \frac{(K^{(2)})^{\frac{m}{2}}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^{\frac{m}{2}}} . 1 . 3 . 5 \ldots (m-1) \quad \ldots \quad (28)$$

Der mittlere Werth jeder ungeraden Potenz ist $= 0$.

Es sey nun p irgend eine *gerade* Zahl; so ist vermöge der Gleichung (25)

$$\Sigma \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p} = \Sigma \lambda_n^p + p . u \Sigma \frac{\lambda_n^{p-1}}{\mu_n}$$
$$+ \frac{p(p-1)}{1 . 2} u^2 \Sigma \frac{\lambda_n^{p-2}}{\mu_n^2} + \ldots + u^p \Sigma \frac{1}{\mu_n^p},$$

wofür ich der Kürze wegen schreiben will

$$\Sigma \lambda_n^p + U.$$

Es ist aber nach (4) der mittlere Werth von $\Sigma \frac{\varepsilon_n^p}{\mu_n^p} = s K^{(p)}$, und nach (28) der mittlere Werth von U, den ich durch M bezeichnen will,

$$= \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} \times \Sigma \frac{\lambda_n^{p-2}}{\mu_n^2} \times \frac{K^{(2)}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}} +$$

$$+ \frac{p(p-1)(p-2)(p-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \Sigma \frac{\lambda_n^{p-4}}{\mu_n^4} \times \frac{3\,(K^{(2)})^2}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2} + \ldots$$

$$+ \frac{p(p-1) \ldots (p-m+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots m} \Sigma \frac{\lambda_n^{p-m}}{\mu_n^m} \times$$

$$\times \frac{(K^{(2)})^{\frac{m}{2}}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^{\frac{m}{2}}} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \ldots (m-1) + \ldots$$

$$+ \Sigma \frac{1}{\mu_n^p} \times \frac{(K^{(2)})^{\frac{p}{2}}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^{\frac{p}{2}}} \times 1 \cdot 3 \ldots (p-1). \qquad (29)$$

Wenn man nun schon einen genäherten Werth von $K^{(2)}$ kennt, so findet man ainen genäherten Werth von $K^{(p)}$ oder von $\int_{-\infty}^{+\infty} x^p \varphi x \,.\, dx$, wenn p eine gerade Zahl ist,

$$= \frac{\Sigma \lambda_n^p}{s} + \frac{M}{s} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

In der Reihe, wodurch $\frac{M}{s}$ ausgedrückt wird, ist das erste Glied von der Ordnung $\frac{1}{s}$, das zweite von der Ordnung $\frac{1}{s^2}$, u. s. w., . . . das letzte von der Ordnung $\frac{1}{s^{\frac{p}{2}}}$. Wenn also s sehr grofs ist, so wird man ohne merk-

lichen Fehler den genäherten Werth von $K^{(p)} = \frac{\Sigma \lambda_n^p}{s}$ setzen können. Kennt man $K^{(p)}$, so findet man den wahrscheinlichen Fehler wie oben.

Übrigens ist der Ausdruck (27) für ψu, und daher auch der Ausdruck (28) für den mittlern Werth von u^m und der Ausdruck (29) für M, wie der Satz (1), nicht ganz streng, und gilt nur für eine große Anzahl von Beobachtungen. Den genauen Ausdruck für den mittlern Werth von u^m oder von $\left(\frac{\Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}\right)^m$ wird man erhalten, wenn man $\left(\Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2}\right)^m$ nach dem polynomischen Lehrsatze entwickelt, und von jedem Gliede, welches keine ungeraden Potenzen von ε, ε_1, ... ε_n, ... enthält, den mittlern Werth nimmt, indem man für ε^2, $\frac{\varepsilon_1^2}{\mu_1^2}$, ... $\frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2}$, ... setzt $K^{(2)}$, für ε^4, $\frac{\varepsilon_1^4}{\mu_1^4}$, ... $\frac{\varepsilon_n^4}{\mu_n^4}$, ... $K^{(4)}$ u. s. w. Nur für $m = 2$ erhält man auf beiden Wegen einerlei Ausdruck für den mittlern Werth von u^m, nämlich $\frac{K^{(2)}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}$. Setzt man aber $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$, so müssen überhaupt die beiden Ausdrücke für den mittlern Werth von u^m einander gleich seyn, wenn man für $K^{(2)}$, $K^{(4)}$ u. s. w. ihre Werthe aus der Gleichung (7) substituirt. Denn bei dieser Hypothese ist ganz streng, ohne daſs man eine groſse Anzahl von Beobachtuugen vorauszusetzen braucht, die Wahrscheinlichkeit, daſs der in Beziehung auf den Werth A von q zu befürch-

tende Fehler u zwischen $\pm \frac{r}{h\sqrt{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}}$, oder, da hier

$h^2 = \frac{1}{2K^{(2)}}$ ist, zwischen $\pm r \sqrt{\frac{2K^{(2)}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}}$ liege,

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$$

(vergl. die obige Gleichung 26), wie aus dem folgt, was *Gauſs* in der *Theoria motus corp. coel. p.* 216 bewiesen hat.

So ist zum Beispiel der mittlere Werth von u^4 oder $\frac{\left(\Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2}\right)^4}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^4}$ nach der Formel (28)

$$= \frac{3\,(K^{(2)})^2}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2} \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

Der genauere Ausdruck ist

$$\frac{K^{(4)} \Sigma \frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^4} + \frac{3\,(K^{(2)})^2}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^4}\left[\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2 - \Sigma \frac{1}{\mu_n^4}\right]. \quad (32)$$

Nun ist die Gröſse $\frac{3\,(K^{(2)})^2}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2}$ von der Ordnung $\frac{1}{s^2}$; hingegen $\frac{K^{(4)} \Sigma \frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^4}$ und $\frac{3\,(K^{(2)})^2 \Sigma \frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^4}$ sind von der

Ordnung $\frac{1}{s^3}$; daher wird man bei einer grofsen Anzahl von Beobachtungen ohne bedeutenden Fehler beide Ausdrücke einander gleich setzen können. Nimmt man aber an, dafs $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$ sey, so ist $K^{(4)} = 3K^{(2)}$, und der Ausdruck (32) verwandelt sich genau in den Ausdruck (31).

Setzt man $p = 2$, so wird $M = K^{(2)}$, und daher vermöge der Gleichung (30) nahe

$$K^{(2)} = \frac{\Sigma \lambda_n^2}{s} + \frac{K^{(2)}}{s};$$

daraus erhält man einen genäherten Werth von $K^{(2)}$, oder von dem Quadrate des mittlern Beobachtungsfehlers (im *Gaufs*'schen Sinne)

$$= \frac{\Sigma \lambda_n^2}{s-1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

Bei dieser Bestimmung von $K^{(2)}$ setzt man den mittlern Werth von $\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} - u^2 \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}$ dem wahren zufälligen Werthe gleich, d. h. man setzt

$$(s-1) K^{(2)} = \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} - u^2 \Sigma \frac{1}{\mu_n^2};$$

demnach ist das Quadrat des bei dieser Bestimmung von $K^{(2)}$ zu befürchtenden Fehlers

$$= \frac{1}{(s-1)^2} \left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} - u^2 \Sigma \frac{1}{\mu_n^2} - (s-1) K^{(2)} \right)^2$$

$$= \frac{1}{(s-1)^2} \left(\left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} \right)^2 - 2 u^2 \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} \Sigma \frac{1}{\mu_n^2} + \right.$$

$$+ u^4 \left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2 - 2(s-1) K^{(2)} \left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} - u^2 \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right) + (s-1)^2 (K^{(2)})^2 \Bigg].$$

Nun ist der mittlere Werth von $\left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2}\right)^2$

$$= s K^{(4)} + s(s-1)(K^{(2)})^2 ;$$

der mittlere Werth von $-2u^2 \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}$ oder von

$$- \frac{2\left(\Sigma \frac{\varepsilon_n}{\mu_n^2}\right)^2 \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2}}{\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}}$$

$$= -2K^{(4)} - 2(K^{(2)})^2 (s-1);$$

der mittlere Werth von $u^4 \left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2$

$$= K^{(4)} \frac{\Sigma \frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2} + 3(K^{(2)})^2 \left[1 - \frac{\Sigma \frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right)^2}\right];$$

endlich der mittlere Werth von

$$-2(s-1) K^{(2)} \left(\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{\mu_n^2} - u^2 \Sigma \frac{1}{\mu_n^2}\right) + (s-1)^2 (K^{(2)})^2$$

$$= -(s-1)^2 (K^{(2)})^2.$$

Nimmt man alles diefs zusammen, so erhält man den mittlern bei jener Bestimmung von $K^{(2)}$ zu befürchtenden Fehler

$$= \frac{1}{s-1} \sqrt{K^{(4)}\left(s-2+\frac{\Sigma\frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma\frac{1}{\mu_n^2}\right)^2}\right) - (K^{(2)})^2\left(s-4+\frac{3\Sigma\frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma\frac{1}{\mu_n^2}\right)^2}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{K^{(4)}-(K^{(2)})^2}{s-1} - \frac{K^{(4)}-3(K^{(2)})^2}{(s-1)^2}\left(1-\frac{\Sigma\frac{1}{\mu_n^4}}{\left(\Sigma\frac{1}{\mu_n^2}\right)^2}\right)} \quad (34)$$

Setzt man $\varphi x = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$, so wird dieser Ausdruck $= K^{(2)} \sqrt{\frac{2}{s-1}}$.

Legt man allen Beobachtungen gleichen Werth bei, so ist $\mu_1 = 1, \ldots \mu_n = 1$ u. s. w.; $\Sigma\lambda_n^2$ die Summe der Quadrate der Abweichungen der durch die einzelnen Beobachtungen gegebenen Werthe vom arithmetischen Mittel aus denselben; der genäherte Werth von $K^{(2)}$ ist nach (33)

$$= \frac{\Sigma\lambda_n^2}{s-1},$$

und der mittlere in Beziehung auf diesen Werth zu befürchtende Fehler nach (34)

$$= \sqrt{\frac{1}{s-1}\left[K^{(4)} - (K^{(2)})^2 - \frac{K^{(4)}-3(K^{(2)})^2}{s}\right]}.$$

VI.

Der hydraulische Balancier in seinem Princip;

dargestellt von

Dr. *Lackerbauer.*

---

1. Unter den vielen Maschinen, durch welche Wasser zu verschiedenen Zwecken in die Höhe gefördert wird, stellet der hydraulische Balancier eine neue, bisher nicht bekannte Art vor, wie nämlich fliefsendes und stehendes Wasser sowohl in geringer als gröfserer Quantität *durch eine oscillirende Bewegung* auf eine gewisse Höhe geschafft, und allda, vorzüglich für Bewässerungsanstalten, zum Abflufs gebracht werden kann.

Der Grund, dem die Erfindung dieses Balancier ihr Entstehen zu verdanken hat, bietet sich dem Beobachter bei dem Anblicke des fliefsenden Wassers dar.

Das Wasser fliefst nämlich, wenn es sich selbst überlassen ist (Fig. 9), von *A* nach *B*, wenn *B* niedriger als *A* liegt; es würde von *B* nach *A* fliefsen, wenn *A* niedriger als *B* läge; eine allgemein bekannte Sache, es mag nun *AB* das Bett eines Canales, eines Flusses oder einer Rinne etc. vorstellen.

2. Stellet nun *AB* (Fig. 10) eine an beiden Enden offene, für einen Augenblick mit Wasser gefüllte, etwas weitere horizontale Röhre vor, so wird das Wasser sowohl bei *A* als bei *B* ausfliefsen. Es wird nur allein bei A' oder bei B'' ausfliefsen können, wenn diese Röhre gegen die Horizontalebene geneigt wird, sich nur *AC* oder *BC* senket, und bei B' oder A'' der Abflufs des Wassers verhindert wird.

3. Eine Röhre kann gegen die Horizontalebene geneigt werden, wenn sich dieselbe nicht nur, wie Fig. 10,

um einen Unterstützungspunct C beweget, sondern auch, wie Fig. 11, wenn dieselbe an einer unbiegsamen Stange CD befestiget wird, und diese sammt der an ihr unter einem Winkel ϕ befestigten Röhre um einen Aufhängepunct C schwinget. Oder, wie Fig. 12, wenn dieser Aufhängepunct C in der Linie CD gegen E sinket, während der andere Punct D der unbiegsamen Linie CD in der Horizontalen fortgehet, und dadurch entweder in D' oder in D'' zu stehen kommt, während C bis C' oder bis C'' gesunken ist.

4. Ist die Röhre AB (Fig. 13) an einer Stange CD befestiget, und in der verticalen Lage dieser unter einem Winkel $BDO = \varphi$ gegen die Horizontalebene HO geneigt, bei A aber mit einem Behälter G versehen, welcher den Abfluſs des Wassers von der Öffnung a verhindert, und in welchen Behälter durch eine am obern Theil desselben angebrachte Öffnung wr sich Wasser gesammelt hat, sey es aus dem Flusse, dessen Niveau HO ist, oder aus einer andern Röhre, so wird sich das im Behälter G enthaltene Wasser aus B' nur ergieſsen können, nachdem AB in die Lage $A'B'$ gekommen, und somit CD den Elongationswinkel $D'CD = \varepsilon$ beschrieben hat; worauf sich dann das Wasser aus der Öffnung B' ergieſst, die höher als A liegt, indem A in A' noch höher als B' zu stehen gekommen ist.

5. Es kann nach Nro. 11 dieselbe Neigung erhalten werden, ob (Fig. 13) der Punct D sich durch den Bogen DD' bewegt, und CD in CD' zu stehen kommt, oder ob (Fig. 14) der Punct D nach der Horizontalen HO fortgehet, dabei C bis C' sinket, und CD in die Lage $C'D'$ kommt; in beiden Fällen wird sich, weil B' tiefer als A' liegt, das Wasser aus B' ergieſsen; doch wird im zweiten Falle wegen der Vertiefung

$$CC' = DP = \text{quersin.}\, \varepsilon$$

B' etwas niedriger als im ersten, aber doch noch immer höher als A zu stehen kommen, sobald der Verschiebungswinkel DCD' in diesem nicht gröſser als der Elongationswinkel DCD' im ersten Falle ist, und $AD = DB$ genommen wird.

6. Je gröſser (Fig. 13 und 14) der Inclinationswinkel $BDO = \varphi$ ist, welchen die Röhre mit der Wasserebene HO macht, desto gröſser muſs auch (Fig. 13) der Elongationswinkel DCD' oder der Verschiebungswinkel $DC'D'$ (Fig. 14) genommen werden, um die Röhre AB in die geneigte Lage $A'B'$ zu bringen, und das Wasser aus B' zu schütten.

7. Es ist offenbar, daſs eine Röhre AB (Fig. 15), welche am niedrigsten Puncte bei A mit einem Behälter versehen ist, nicht erst in die horizontale Lage HO zu kommen braucht, bis die darin enthaltene Menge Wasser an die Öffnung B reiche, und auszuflieſsen beginne, wenn dasselbe in der Röhre AB oder dem gleichweiten Behälter G schon unter der Inclination φ der Röhre zu der Höhe ab stehet, und daher schon um einen n^{ten} Theil der Röhre, nämlich um AE von A gegen B reicht. Durch Berechnung findet man (welche mit den Versuchen übereinstimmt), daſs, wenn die Länge der Röhre $AB = l$, und daher $AE = \frac{l}{n}$ die Wasserhöhe in derselben, vom tiefsten Puncte an gerechnet, nämlich $ab = \alpha$, und x jenen Neigungswinkel bedeutet, unter welchem das Wasser bis zur Ausguſsmündung B' kommen wird,

$$\sin. x = \frac{\alpha \sqrt{l^2 - n^2 \alpha^2}}{n l \sqrt{l^2 - \alpha^2}} . \sin. \text{tot.}$$

sey. Das ist, sobald der Neigungswinkel φ auf den Neigungswinkel x reducirt seyn wird, wird das Wasser bei B' seyn, und bei der geringsten weitern Verkleinerung dieses Winkels bei B' auszuflieſsen beginnen.

8. In dem Puncte, in welchem der Elongations- oder Verschiebungswinkel DCD' (Fig. 16) gleich dem Neigungswinkel BDO ist, wird die Röhre $A'B'$ mit der Wasserebene HO parallel seyn, und das im Behälter G enthaltene Wasser schon durch $A'B'$ auszufliefsen angefangen haben (7.), doch der Ausflufs nicht gänzlich vollendet seyn; daher mufs der Elongations- oder Verschiebungswinkel e immer um etwas gröfser als der Neigungswinkel φ genommen werden, und diesen Überschufs, nämlich $e - \varphi$, nenne ich das gröfste Gefäll, und wenn dieses gleich H ist, so wird

$$H = e - \varphi \quad \text{und}$$
$$e = H + \varphi,$$

worin ich einstweilen alles in Graden eines Kreisbogens ausgedrückt verstehe.

Es mufs nämlich der Elongations- oder Verschiebungswinkel gleich der Summe des Inclinationswinkels und dem Winkel des gröfsten Gefälles, welches man dem Wasserabflufs in den Röhren geben will, genommen werden.

9. Wenn der Mittelpunct der Schwingung D, Fig. 17, anstatt den Bogen DD' zu beschreiben, auf der Wasserebene HO bis q fortgehet, und dabei C in C'' sinket, so wird an der Vergröfserung des Elongationswinkels, und somit nach Nro 8 an der Neigung der Röhre gegen die Wasserebene oder dem gröfsten Gefälle H gewonnen, denn es kommt sodann die Röhre AB in die Richtung TS zu stehen; dabei ist der neue Elongations- oder Verschiebungswinkel E als äufserer Winkel des Dreieckes $qCC'' = e + h$, und das neue Gefäll oder der Neigungswinkel $X = H + m$ oder $= H + y$.

10. Da aber hier die Kraft in derselben Zeit, als der Punct D durch den Bogen DD' nach D' gebracht werden soll, denselben auch von D nach q verschieben

soll, so verhält sich, wenn noch vorausgesetzt wird, daſs die gesammte Last auch durch den Bogen hindurch eben so wie auf der Horizontalen HO unterstützt werden könnte, die Kraft der Verschiebung durch den Bogen zu der durch die Tangente, wie die Länge des rectificirten Bogens zur Länge der Tangente.

Da aber die Tangente eines Winkels desto schneller zunimmt, je gröſser dieser Winkel wird, die Tangente von 45 Graden gleich dem Halbmesser, und die von $90^\circ = \infty$ wird, so hat der Elongations- oder Verschiebungswinkel E seine Grenzen, die hier nicht überschritten werden können. Ist nun nicht E, sondern e selbst diese Grenze, und darf nun einmal das bestimmte Gefäll H nicht mehr vergröſsert, und zwar nicht gröſser als es dem Elongationswinkel e im Vergleich mit der Inclination φ der Röhre zukommt, genommen werden; so darf sich erstlich nur C bis C' vertiefen, D nur bis D'' gehen, und zwar in derselben Zeit, als sonst der Bogen DD' beschrieben würde; dadurch darf die Kraft, welche den Punct D verschiebt, nicht nur allein nicht vermehrt, sondern kann sogar vermindert werden, und zwar im Verhältniſs des rectificirten Bogens e zum Sinus e.

Denn wenn (Fig. 18) $E = e$ und $C'D'' = CD' = CD$ genommen wird, so ist wegen des Parallelismus zwischen $D'D''$ und CD, CD' und $C'D''$

$$\psi = \psi,$$

Winkel, unter welchen die Röhren an der Stange befestiget sind,

erstlich $DD'' = D'P = \sin. e$,

zweitens $A''B''$ parallel mit $A'B'$,

also auch die Neigung H der Röhren gegen die Horizontalebene dieselbe.

Die Gröfse, um welche dabei B'' niedriger als A'' zu stehen kommt, ist, wenn $l =$ der Länge der Röhre $A''B''$, der Winkel $B''D''A = H =$ dem gröfsten Gefälle, und φ die anfängliche Inclination der Röhre AB gegen die Horizontale HO bedeutet, $= \frac{l \sin. H}{\sin. tot.}$, und die Gröfse, um welche für eine Röhre B'' im tiefsten Puncte höher als A zu stehen kommt, ist

$$= \frac{1}{2} l \frac{(\sin. \varphi - \sin. H)}{\sin. tot.},$$

worin H immer kleiner als φ genommen werden mufs. Denn wenn für die zweite Art der Maschine D in der Horizontalen HO fortschwimmt oder fortgehet, und AB in D halbirt wird, so bleibt immer die eine Hälfte AB, so lange e und φ sich ungleich sind, unter der Horizontalen, und wegen $H < \varphi$ mufs auch $mB'' < nA$ seyn.

Aus diesem ergibt sich schon, dafs das gröfste Gefäll H auch seine Grenzen hat, und zwar immer kleiner als die Inclination φ der Röhren genommen werden müsse, wenn B'' höher als A zu stehen kommen soll.

Kommt AB in die Lage $A''B''$, so fliefst das durch A geschöpfte, nun in A'' enthaltene, Wasser nach B''; wird hierauf $A''B''$ durch Verschiebung des Punctes D'' nach D''' in die Lage $A'''B'''$ geführt, so strömt das nun in B''' enthaltene Wasser durch die Öffnung F, die höher als B'', und folglich noch um vieles höher als A ist.

Was von einer Röhre gilt, gilt auch von mehreren Röhren, die auf eine gleiche und ähnliche Art an einer unbiegsamen Stange CD über einander unter demselben Winkel ψ befestiget, und auf eine ähnliche und gleiche Art geschwungen oder verschoben werden.

11. Verbindet man nämlich (Fig. 19) mehrere Röhren $A'B'$, $E'F'$, $G'H'$, $I'K'$, $L'M'$ durch die Wasserbehälter

A, *E*, *G*, *I*, *L* so mit einander, wie die Fig. 20 anzeigt, so wird, wenn die Centrallinie *CD* senkrecht auf der horizontalen oder Wasserebene *WR*, und der Behälter *A*, der im obern Theile *a b* eine Öffnung hat, unter dem Wasserspiegel stehet, dieser sich mit Wasser füllen. Nimmt nun *CD*, sey es, dafs *D* sich durch den Bogen oder auf der Horizontalen *WR* bewegt, und auf eine oder andere Art durch die Wirkung einer äufsern Kraft den Elongationswinkel *e* beschrieben hat, die Lage *C′ D′* (Fig. 19) an, so ergiefst sich das im Behälter *A′* enthaltene Wasser durch die Röhre *A′ B′* in den Behälter *E′* (10). Kehret nun *C′ D′* wieder nach *CD* zurück, und nimmt andererseits die Lage *C″ D″* (Fig. 21) an, so ergiefst sich das im Behälter *E″* enthaltene Wasser durch die *E″ F″* in den Behälter *G″*, ohne etwas von demselben durch die Röhre *B″ A″* (da deren Öffnung *B″* höher als die Abflufsmündung *E″* stehet) in den Behälter *A″* zurückfliefsen zu lassen. Kehret nun hierauf *C″ D″* wieder in die Lage *C′ D′* (Fig. 19) zurück, so fliefst das Wasser während dessen aus dem Behälter *A′*, der sich mittlerweile wieder mit Wasser gefüllet hat, in den Behälter *E′*, und aus dem Behälter *G′* in den Behälter *I′* über, ohne davon etwas durch die Öffnungen *ab* und *F′* zurück zu geben. Nimmt hierauf *C′ D′* wieder die Lage *C″ D″* (Fig. 21) an, so fliefst das Wasser aus den Behältern *E″* und *I″* in die Behälter *G″* und *L″* über, und der Behälter *A″* füllet sich neuerdings. Kehret nach diesem das Ganze wieder in die Lage *C′ D′* (Fig. 19) zurück, so leeren sich die Behälter *A′* und *G′*, es füllen sich die Behälter *E′* und *I′*, und das in *L′* enthaltene Wasser strömet durch die Öffnung *M* aus, die höher als der Wasserspiegel liegt, und gibt nun ferner, so oft die Vorrichtung in diese Lage kommt, so viel Wasser, als in dem Behälter *L* (Fig. 20) enthalten ist, oder

so viel, als jedes Mal der Schöpfer *A* in der Lage *CD* oder *C′D′* aufnimmt.

Es versteht sich nun von selbst, daſs, je mehr Röhren und Behälter über einander angebracht werden, desto höher das Wasser geleitet werden könne, und je gröſser diese Behälter sind, desto mehr Wasser sie auch aufnehmen und abgeben werden, zugleich aber auch, daſs in der wirklichen Ausführung gewisse Grenzen auch für benannte Rücksicht obwalten müssen.

12. Nach dem bisher Gesagten kann das Wasser auf zwei Arten gehoben werden, und zwar auf die erste Art durch Schwung, auf die zweite durch Verschiebung. Auf die erste Art ist die Maschine im Grunde und Aufriſs gezeichnet, es stellet allda Fig. 22 die Seitenansicht, Fig. 23 und 24 den Grundriſs vor.

Die Ausmessungen der einzelnen Theile der Maschine richten sich nach der Aufgabe, die durch selbe gelöset werden soll, nämlich nach der Höhe, zu welcher das Wasser gehoben werden soll, nach der Menge des Wassers, die in einer bestimmten Zeit zur gegebenen Höhe zu erheben ist, und nach der vorhandenen oder hierzu zu verwendenden Kraft, welche die Möglichkeit oder Unmöglichkeit der Lösung der Aufgabe bedingt.

Die Maschine selbst kann durch Menschenhände, durch flieſsendes Wasser oder andere Kräfte in Bewegung gesetzt werden. In der Abbildung derselben, Taf. 4, hatte ich mir die willkürliche Aufgabe gesetzt, bei jeder Kurbelumdrehung zwei Kubikfuſs Wasser auf eine Höhe von 60 Fuſs zu fördern, und für den Betrieb derselben bei hinreichendem Aufschlagwasser und Gefäll ein unterschlächtiges Wasserrad von erforderlichem Durchmesser und Schaufelfläche angenommen.

13. Die Erhebung des Wassers durch diese Maschine, und das endliche Ausflieſsen desselben aus den

obersten Röhrenmündungen P und O erkläret sich schon aus Nro. 11. Man darf nämlich auch hier nur die Centrallinie HD der Maschine in die Elongationswinkel, welche durch die Umdrehung der Kurbel ab dies- und jenseits der Verticalen CD beschrieben werden, versetzen, und nach der erhaltenen Neigung der Röhren den Lauf des Wassers verfolgen, welches bei jedesmaliger Neigung abwechselnd in die Schöpfer A und B dringet, und so auch abwechselnd aus den untersten Röhren om, om in die Behälter g und h sich ergiefst; so wird man finden, dafs dasselbe nach 20maliger Kurbelumdrehung, also schon bei der 21sten, 22sten, 23sten u. s. w. bei jeder fernern Umdrehung der Kurbel aus den obersten Mündungen der Röhren P und O, und zwar bei der Schwingung von D gegen x zu, aus P, und bei der Schwingung von D gegen y hin, aus O sich ergiefsen wird.

14. Während die Maschine in der mit Figur 22 angezeigten Lage sich befindet, stehen die Ausgufsmündungen P und O am höchsten, und schütten von diesem Stande aus rechts und links durch einen Bogen von $\varphi - x$ Graden kein Wasser, sobald aber in der Bewegung der Maschine von $e = 0$ Graden angefangen $e = (\varphi - x)^\circ$ wird, fängt das Wasser auszufliefsen an, und der Ausflufs desselben dauert sowohl rechts als links der Centrallinie HD aus den Mündungen P und O für jede einzelne Schwingung oder Verschiebung durch die Zeit, welche der Punct H verwendet, um einen Bogen zu beschreiben, der gleich $2(e - \varphi) + x$ Graden ist, worin nebst der für e und φ in Nro. 4 angenommenen Bedeutung aus Nro. 7

$$x = \text{arc. sin. } x = \frac{a\sqrt{l^2 - na^2}}{nl\sqrt{l^2 - a^2}} \text{ sin. tot.}$$

ist, die dort angeführten Bezeichnungen beibehalten.

In der Ansicht von vorne, Fig. 23, stellet A einen

Schöpfer vor; h, h sind die Behälter, in welche die Abflufs- oder Leitungsröhren von unten und die Einflufsröhren von oben eingelassen sind; P ist eine der Abflufsmündungen, welche die andere O verdeckt. Im Grundrifs, Fig. 24, sind A und B die beiden Schöpfer, k und g die über einander liegenden Behälter, und $o\,m$ stellen die Röhren vor, welche die Behälter mit den Schöpfern, und Behälter mit Behältern verbinden, und das Wasser aus einem Behälter in den gegenüberstehenden leiten, sobald dieser unter jenen durch die Schwingung vertieft worden ist.

15. Wie angenommen, haben die Röhren in ihrer Länge l Fufs, und sind, wenn der Körper in k, Fig. 22, vertical stehet, unter einem Winkel $\varphi = e - H$ gegen die Horizontale oder Wasserebene geneigt, daher wird die Basis der schiefen Ebene $b = l$ cos. φ, und die Höhe derselben $a = l$ sin. φ.

Soll nun allgemein das Wasser auf A Fufs gehoben werden, so ist die Anzahl der Röhren

$$\mathfrak{N} = \frac{2\,A}{a} = \frac{2\,A \text{ sin. tot.}}{l \text{ sin. } \varphi},$$

und für $\varphi = 12°$, wenn die Maschine mit einer einzigen Röhrenleitung versehen seyn soll, $A = \mathfrak{N}\,b\,.\,0{,}10627$. Soll die Maschine $\mathfrak{m}$ Röhrenleitungen haben, also $\mathfrak{m}$fach wirken, so wird $A = \frac{\mathfrak{N}\,b}{\mathfrak{m}}\,.\,0{,}10627$, und daher die gesammte Anzahl der Röhren $\mathfrak{N} = \frac{\mathfrak{m}\,A}{0{,}10627\,b}$, die auch gleich der Anzahl der Behälter $\mathfrak{M}$ ist, von denen immer die eine Hälfte mit der andern Hälfte durch die besagten Röhren, wie in der Maschine Fig. 22 angezeigt, verbunden ist.

Die Anzahl dieser Röhren und Behälter wird jedoch bei einerlei Höhe des Wasserhubes um so kleiner, je

größser der Neigungswinkel φ, und je länger die Röhren genommen werden. Es mufs aber sodann, sobald φ gröfser ist, auch der Elongationswinkel e gröfser genommen werden, indem $e = \varphi + H$ ist. Würde hingegen H kleiner genommen, so mufs hinwieder die Bewegung desto langsamer geschehen, damit das Wasser die nöthige Abflufszeit aus den Röhren erhalten könne, welche Zeit sich wieder nach der Länge und Weite der Röhren, und nach dem gröfsten Gefälle H richtet, um daraus das Maximum des Effectes, der bei einerlei Kraft und Geschwindigkeit derselben erzweckt werden kann, zu erhalten.

16. Die Erfahrung hat gelehret, dafs der Querschnitt eines durch eine Öffnung O strömenden Wasserstrahles kleiner sey als die Öffnungsfläche, und dafs sich der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahles zur Öffnungsfläche wie 64 zu 100 verhalte; es wird daher, wenn Ω die Menge Wasser bedeutet, die sich auf einmal in einem Behälter befindet, T die Abflufszeit, und V die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Wasser aus den Leitungsröhren strömet,

$$O = \frac{\Omega}{0{,}64 \,.\, VT}, \quad \text{daraus}$$

$$T = \frac{\Omega}{0{,}64 \,.\, OV},$$

so auch gleich der Zeit der Schwankung vom einen Sack zum andern ist, und

$$V = \frac{\Omega}{0{,}64 \,.\, OT}.$$

Die Geschwindigkeit V hängt aber auch von der Druckhöhe i ab, welche dem gröfsten Gefälle H zukommt, und es ist, wenn noch σ den freien Fallraum in der ersten Secunde $= 16{,}803$ bair. Fufs bedeutet, $V = 2\sqrt{i\sigma}$, und wegen $i = l$ sin. H auch $V = 2\sqrt{l\,\sigma\,\text{sin.}\,H}$, worin

H veränderlich ist, dergestalt, daſs H successive alle Werthe von o angefangen bis zu einer für H bestimmten Gröſse annimmt. Dem zu Folge ergibt sich, wenn man H nach und nach $= \frac{1}{2}^{0}$, 1^{0}, $\frac{3}{2}^{0}$, 2^{0}, $3\frac{1}{2}^{0}$ etc. bis zu 6^{0} setzet, und $l = 18{,}4$ Fuſs nimmt, das Gefäll oder die mittlere Druckhöhe $i = 1{,}0218$ Fuſs, und sonach $V = 8{,}6$ Fuſs per Secunde.

17. In Betreff des cubischen Inhaltes der Behälter oder Wassersäcke verstehet es sich von selbst, daſs derselbe mit der Menge Wasser, welche die Behälter aufnehmen und wieder abgeben sollen, im Verhältnisse stehen muſs, es darf wenigstens ihr Raum im Lichten nicht kleiner als die Wassermenge Ω seyn, welche die Maschine bei jeder einfachen Oscillation fördern soll, sondern gleich Ω selbst; daher, wenn $\mathfrak{M}$ die ganze Anzahl der Behälter, und ρ das Gewicht eines bair. Kubikfuſses Regenwassers $= 44{,}4$ Pf. bedeutet, wird die ganze Last des Hubwassers (welches sich, wenn die Maschine beharrlich ihre Dienste thut, auf einmal in dem Körper k befindet) $= \frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho$, und dessen gröſste Entfernung von der Centrallinie HD gleich der halben Basis der schiefen Ebene der Röhren ($\frac{1}{2} b$), mehr der halben Dicke der Behälter ($\frac{1}{2} \beta$), nämlich sie ist $= \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} \beta$, oder, weil in Nro. 15 $\frac{1}{2} b = \frac{1}{2} l \cos. \varphi$ ist, so ist die gröſste Entfernung der Last von ihrem Drehungspuncte

$$= \frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta$$

zu setzen. Bei jeder einfachen Oscillirung der Hebmaschine treten zwei bemerkbare Umstände ein, einer in der angezeigten verticalen Lage des Kastens, wo sich alles Hubwasser gleich dem Gewichte $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho$ auf einer Seite der Lothlinie HD befindet, und einer auſser dieser Lage, in welcher das gesammte Hubwasser an beiden Seiten der Lothlinie zu gleichen Theilen vertheilet ist. Im ersten Falle ist die Last $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho$ in einer Entfer-

nung der Centrallinie CD oder dem Unterstützungspuncte C, Fig. 22, die gleich der obigen Gröfse $\frac{1}{2}l \cos. \varphi + \frac{1}{2}\beta$ ist. Im zweiten Falle, wo diese Last an beiden Seiten der Centrallinie zu gleichen Theilen vertheilet ist, stehet sie mit sich selbst im Gleichgewichte, und der gesammte Widerstand reducirt sich für diesen einzelnen Moment auf die einzige Nebenlast, auf die Reibung, und einige andere Hindernisse von geringerer Bedeutung, als veränderlicher Widerstand der Luft, Einflufs der Witterung auf das Material, Trägheit der Materie etc., welche letztern ich vereiniget insgesammt $= y$ nenne.

18. Es sey ferner, mit Beibehaltung der Bedeutung der schon einmal angeführten Buchstaben, in der Lothlinie der Hebmaschine die Entfernung des Kraftpunctes von der Drehungsaxe C, $= D$ (Fig. 22), die Reibung in den Zapfenlagern der Drehungsaxe $= F$, die Kraft, die im Puncte K applicirt mit der Last des Hubwassers $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\mathfrak{Q}\rho$ im Gleichgewichte stehet, $= K$, das Gewicht der Hebmaschine oder des Körpers in K, nebst der halben Verbindungsstange $= M$, die gleichzeitigen Wege, welche Kraft und Last in einer Schwingung durchwandern, $= S$ und s, die Länge des Schwingungsbogens $= \mathfrak{B}$, und das Verhältnifs des Durchmessers zum Umfang oder die *Ludolph.* Zahl $3{,}14159 = \pi$, $\mathfrak{R}$ die gesammte Reibung; so ist einmal der Weg S, welchen die Kraft K in einer Schwingung durchwandert, gleich der Länge des Schwingungsbogens, $\mathfrak{B} = \frac{e}{90^0} D \pi$, indem während einer Schwingung der Elongationswinkel e dies- und jenseits der durch C gehenden Lothlinie CD beschrieben wird. Während nun die Kraft K diesen Weg zurücklegt, wird die Last $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\mathfrak{Q}\rho$ durch den Bogen

$$\frac{2e-x-H}{180}\left(\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi+\tfrac{1}{2}\beta\right)\pi+\frac{H+x}{180}\left(\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi+\tfrac{1}{2}\beta\right)\pi=$$
$$=\frac{e}{90^0}\left(\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi+\tfrac{1}{2}\beta\right)\pi,$$

geführt, worin nebst den schon angeführten Bedeutungen der Buchstaben

$$x = \text{arc. sin. } x = \frac{a\sqrt{l^2-na^2}}{nl\sqrt{l^2-a^2}} \text{ sin. tot. ist.}$$

19. Da die ganze Menge Wasser $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho$ Pf. in dem Momente, sobald der Bogen $\frac{2e-x-H}{180^0}\left(\frac{1}{2}l\cos.\varphi+\frac{1}{2}\beta\right)\pi$ beschrieben ist, von einer Reihe der Behälter durch die Leitungsröhren in die Behälter der andern Seite abströmet, somit unter der Zeit, als von dem Endpuncte des Hebelarmes $\frac{1}{2}l\cos.\varphi+\frac{1}{2}\beta$ der Ergänzungs- oder Gefällsbogen $\frac{H+x}{180}\left(\frac{1}{2}l\cos.\varphi+\frac{1}{2}\beta\right)\pi$ abwärts beschrieben wird, auch mitunter, aber nur für ein Zeittheilchen, der in Nro. 17 angemerkte Umstand eintritt, wo das ganze Hubwasser zu gleichen Theilen an beiden Seiten der Centrallinie vertheilt ist, so kann auch der Weg, den die Kraft während einer Schwingung macht, in zwei Theile getheilt werden, und zwar in den ersten $=\frac{2e-x-H}{180^0}D\pi$, in welchem sie die ganze Last durch einen Bogen $=\frac{2e-x-H}{180}\left(\frac{1}{2}l\cos.\varphi+\frac{1}{2}\beta\right)\pi$ ziehet oder schiebt, als Maximum, und in einen zweiten $=\frac{H+x}{180}D\pi$, auf welchem durch sie die Last durch einen Weg $=\frac{H+x}{180}\left(\frac{1}{2}l\cos.\varphi+\frac{1}{2}\beta\right)\pi$ geführet wird, und auf welchem diese Last, von der Grenze o angefangen, successive wieder bis auf $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho$, und mit Verzicht auf $\mathfrak{R}$ und y, im Mittel $=\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho\cos.e$ zu setzen ist. Daher ergeben sich für diese Maschine zwei Glei-

chungen, eine für das Maximum des Widerstandes, und die andere für das Medium desselben.

Auch könnte man noch eine dritte festsetzen, die für das Minimum nur in Bezug auf $\mathfrak{N}$ und y Statt fände. Wird nun die Maschine nach der ersten dieser Gleichungen construirt, so wird sie auch sicher nach dem aus derselben resultirenden Kraftaufwande ihre Dienste thun.

20. Ist nun vorerst die Gleichung der Maschine für das Maximum des Widerstandes zu entwickeln, so ist, ohne Inbegriff ihrer Nebenlast $\mathfrak{N} + y$, das Moment der Kraft $KS = \frac{K(2e - x - H)}{180} D\pi$, und das Moment der Last

$$\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\mathfrak{Q}\,\rho\, s = \tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\mathfrak{Q}\,\rho\left(\frac{2e - x - H}{180}\right)(\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi + \tfrac{1}{2}\beta)\pi;$$

und da beide einander gleich sind, so ist

$$K\left(\frac{2e - x - H}{180}\right) D\pi =$$

$$= \tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\mathfrak{Q}\,\rho\left(\frac{2e - x - H}{180}\right)(\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi + \tfrac{1}{2}\beta)\pi$$

oder

$$DK = (\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi + \tfrac{1}{2}\beta)(\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\mathfrak{Q}\,\rho),$$

$$\text{daraus}\quad K = \frac{\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\mathfrak{Q}\,\rho\,(\tfrac{1}{2}l\cos.\varphi + \tfrac{1}{2}\beta)}{D}.$$

Bezeichnet k die Kraft, die an der Stelle der bewegenden Kraft die Reibung der Hebmaschine in den Zapfenlagern der Drehungsaxe überwuchtet, d den Durchmesser der Wellzapfen, und $\frac{n}{\mu}$ den Reibungscoefficienten, so ist

$$Dk = \tfrac{1}{2}dF,\quad \text{daraus}\quad k = \frac{\tfrac{1}{2}dF}{D},$$

und somit, wenn man $K + k = \mathfrak{K}$ setzet, mit Verzicht auf y,

$$\mathfrak{K} = \frac{\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho(\frac{1}{2}l\cos.\varphi + \frac{1}{2}\beta) + \frac{1}{2}dF}{D}$$

die Kraft, welche diese Maschine nach horizontaler Richtung in Bewegung setzet, sie mag nun durch Menschenhände, oder sonst durch eine mechanische Vorrichtung in Bewegung gesetzt werden.

21. Um nun auch die Reibung F der Drehungsaxe zu bestimmen, denke man sich durch den Schwerpunct des Körpers in K senkrecht auf die Drehungsaxe eine verticale Ebene, und in dieser die Richtungen der Kräfte und der Last, also den gesammten Druck auf die Zapfenlager vereiniget, so lassen sich F und k, und auch $\mathfrak{K}$ genau bestimmen.

Es stehet aber die Reibung F an der Drehungsaxe C auch mit den Winkeln in Verbindung, welche die Hebelarme, an denen die Kräfte applicirt sind, mit der Horizontallinie machen; diese Winkel aber, da die Hebmaschine in Oscillation versetzt wird, ändern sich stetig, und zwar wie folget. In der verticalen Lage der Maschine, oder wenn Loth und Centrallinie übereinkommen, vertieft sich der Hebelarm der Last $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho$ zu der durch den Punct C gehenden Horizontallinie um den Winkel φ; wird nun der Elongationswinkel e beschrieben, so wird sich der Hebelarm der Last entweder einerseits noch um ganz e unter die Horizontallinie vertiefen, oder andererseits vom genannten Puncte aus um ganz e erheben, so daſs die Grenze des Spielraums des Hebelarmes der Last $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho$ abwärts unter die Horizontallinie $= e + \varphi$, und über dieselbe $e - \varphi = H$, also im Ganzen $= 2e$ ist, während seine gröſste Entfernung von der Horizontallinie, und zwar in Medio des Widerstandes, nur $= e + \varphi$ seyn kann, welchen veränderlichen Winkel ich $= \varphi'$ nenne. Der Winkel, welchen

der Hebelarm D, an dem die Kräfte K und k applicirt sind, mit der Horizontallinie macht, ist immer gleich der Ergänzung des *Elongationswinkels* e zu 90°. Es sey dieser veränderliche Elongationswinkel $= e'$, so ist die Reibung an der Drehungsaxe

$$F = \frac{n}{\mu} \sqrt{[(\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho \cos.\varphi' + (K+k) \sin.e' + M)^2 + (\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho \sin.\varphi' - (K+k) \cos.e)^2]},$$

worin M gleich dem Gewichte des Körpers in K nebst jenem der halben Zugstange ist; und da $k = \frac{\frac{1}{2} d F}{D}$ ist, so ist auch die Kraft, welche für sich am Hebelarme D die Reibung an der Drehungsaxe C überwuchtet,

$$K = \frac{d n}{2 \mu D} \sqrt{[(\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho \cos.\varphi' + (K+k) \sin.e' + M)^2 + (\tfrac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho \sin.\varphi' - (K+k) \cos.e')^2]},$$

indem man bei der wirklichen Berechnung des K, da k gegen $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho$ und K nicht sehr groſs ist, die Gröſse k unter dem Wurzelzeichen für das erste Mal hinweg lassen, sodann den für k gefundenen Werth in die Formel substituiren, und mit dieser Substitution so lange fortfahren kann, bis k sich um keine merkliche Gröſse mehr ändert, wornach denn auch F und $K + k = \mathfrak{K}$ durch Substitution vollkommen hinreichend bestimmt sind, und es ist nämlich durch

$$\mathfrak{K} = \frac{\frac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho\,(\frac{1}{2} l \cos.\varphi + \frac{1}{2}\beta)}{D}$$
$$+ \frac{\frac{d n}{2 \mu}\sqrt{[(\frac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho \cos.\varphi' + (K+k) \sin.e' + M)^2}}{D}$$
$$+ \frac{(\frac{1}{2}\mathfrak{M}\,\Omega\,\rho \sin.\varphi' - (K+k) \cos.e')^2]}{D}$$

die Kraft, welche, unmittelbar am Hebelarme D appli-

cirt, die Hebmaschine hin und wieder schiebt und ziehet, ohne merklichen Fehler bestimmt.

22. Es werde nun die Maschine durch ein Rad in Bewegung gesetzt, in dessen Grindel eine Kurbel vom Halbmesser r steckt, die durch ihre Lenkstange die Hebmaschine fafst, so mufs sich offenbar die Warze der Kurbel mit einer Kraft $\mathfrak{K}$ drehen, die gleich $K + k$ ist, wenn sie durch ihre Verbindungsstange die Hebmaschine hin und wieder schieben und ziehen sollte, auch mufs der Durchmesser des Kreises, den die Warze der Kurbel beschreibt, gleich der Sehne des ganzen Schwingungsbogens, also $2r = 2D \sin. e$ seyn, und folglich ist $r = D \sin. e$.

Setzt man nun den Halbmesser des unterschlächtigen Rades bis zu dem Stofspuncte der Schaufelfläche $= R$, die Durchmesser seiner Wellzapfen $= \delta$, die Reibung in den Zapfenlagern desselben $= f$, die Kraft, welche, am Stofspuncte des Hebelarmes R applicirt, mit $\mathfrak{K}$ an der Warze der Kurbel im Gleichgewichte stehet, $= p$, die Kraft, welche im angegriffenen Puncte die Zapfenreibung f überwuchtet, $= \mathfrak{f}$, und die Kraft, welche das Rad im Ganzen bewegt, $= \Pi$, so ist vorerst $\Pi = p + \mathfrak{f}$. Ferner, wenn noch ζ den veränderlichen Winkel bedeutet, welchen die Lenkstange mit der Kurbel ab in ihrer Bewegung in dem Puncte b macht, und die Kräfte p und $\mathfrak{f}$ auf R als senkrecht wirkend vorausgesetzt werden, so hat man

1) $\mathfrak{K} r \sin. \zeta = pR$, daraus

$$p = \frac{\mathfrak{K} r \sin. \zeta}{R};$$

2) $\frac{1}{2} \delta f = \mathfrak{f} R$, daraus

$$\mathfrak{f} = \frac{\frac{1}{2} \delta f}{R}, \text{ und somit}$$

$$p + \mathfrak{k} \quad \text{oder} \quad \Pi = \frac{\mathfrak{K} r \sin. a + \frac{1}{2} \delta f}{R};$$

die Kraft, welche, am Rande vom Halbmesser R nach der Richtung der Tangente angebracht, die Maschine in Bewegung setzet.

23. Setzt man ferner, um die Reibung f auch hier zu bestimmen, das Gewicht des Rades der Welle und der halben Lenkstange $= m$, und sind noch ε der Winkel, unter welchem der Hebelarm R, und ϑ jener, unter welchem die Kurbel in den verschiedenen Lagen ihrer Umdrehung gegen die Horizontallinie geneigt sind, so ergibt sich dieselbe

$$f = \frac{n}{\mu} \sqrt{[(\mathfrak{K} \cos. \vartheta + (p + \mathfrak{k}) \cos. \varepsilon + m)^2 + (\mathfrak{K} \sin. \vartheta - (p + \mathfrak{k}) \sin. \varepsilon)^2]}.$$

Da man in Anwendung eines unterschlächtigen Wasserrades bei dem Baue des Grundwerkes und der übrigen Einrichtung desselben dahin zu sehen hat, daſs die nachfolgende Schaufel mit dem untern Ende die Oberfläche des Wassers erst dann berühre, wenn die vorangehende Schaufel ihren senkrechten Stand zu verlassen anfängt; so kann man ohne merklichen Fehler den Winkel ε als sich immer gleich und $= 90$ Graden setzen. In diesem Falle ist $\sin. \varepsilon = 1$ und $\cos. \varepsilon = 0$, demnach

$$f = \frac{n}{\mu} \sqrt{[(\mathfrak{K} \cos. \vartheta + m)^2 + (\mathfrak{K} \sin. \vartheta - p - \mathfrak{k})^2]},$$

und wegen $\mathfrak{k} = \frac{\frac{1}{2} \delta f}{R}$

$$\mathfrak{k} = \frac{\delta n}{2 \mu R} \sqrt{[(\mathfrak{K} \cos. \vartheta + m)^2 + (\mathfrak{K} \sin. \vartheta - p - \mathfrak{k})^2]},$$

wo man bei der wirklichen Berechnung des $\mathfrak{k}$, da $\mathfrak{k}$ gegen R und p sehr klein ist, wie in Nro. 21 für die Berechnung des k gesagt worden ist, verfahren kann, worauf durch Substitution mit Verzicht auf y die Kraft, wel-

che das Rad in Bewegung setzet,

$$\Pi = \mathfrak{K} r \sin. z + \frac{\delta n}{2\mu} \sqrt{[(\mathfrak{K} \cos. \vartheta + m) + (\mathfrak{K} \sin. \vartheta - p + \mathfrak{f})^2]}$$

ist, in welche Gleichung nach schon vorangegangenen Bestimmungen statt $\mathfrak{K} = K + k$ der in Nro. 20 für $\mathfrak{K}$ gefundene Werth zu substituiren ist, wornach denn gleichfalls

$$\Pi R D = \tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta) r \sin. z + \tfrac{1}{2} \delta f D + \tfrac{1}{2} d F r \sin. z$$

und

$$\Pi = \frac{\tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta) r \sin. z + \tfrac{1}{2} \delta f D + \tfrac{1}{2} d F r \sin. z}{R D}$$

ist, in welche Gleichungen die für f und F vorhin in Nro. 21 und 23 gefundenen Werthe zu substituiren sind.

24. Würde bei Verkürzung der Kurbel (r), wie Fig. 22 zeigt, zwischen dem Rade und der Hebmaschine noch ein Mittelstück MN nöthig, und nennet man bei diesem die Weite $MN = W$, die Weite $MO = w$, den Durchmesser der Zapfen $= \mathfrak{d}$, und die Reibung $= \mathfrak{f}$, so würde eben diese Gleichung

$$\Pi R w D = \tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta) W r \sin. z + \tfrac{1}{2} \delta f w D + \tfrac{1}{2} \mathfrak{d} \mathfrak{f} D r \sin. z + \tfrac{1}{2} d F W r \sin. z,$$

und darnach

$$\Pi = \frac{\tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta) W r \sin. z}{R w D} + \frac{\tfrac{1}{2} \delta f w D + \tfrac{1}{2} \mathfrak{d} \mathfrak{f} D r \sin. z + \tfrac{1}{2} d F W r \sin. z}{R w D},$$

in welchen, wenn die Kräfte an MO als horizontal wirkend vorausgesetzt werden, und χ das Gewicht der bewegten Theile des Mittelstückes bedeutet, die Reibung

$$f = \frac{n}{\mu} \sqrt{\chi^2 + \left[\frac{R(W+w)(W-w)}{Ww}\right]^2}$$

zu setzen ist.

25. Gehet nun die Kraft Π von einem unterschlächtigen Wasserrade aus, zu dessen Erzeugung hinreichendes Aufschlagwasser und Gefäll vorhanden ist, um nebst Π auch jene Kraft zu geben, welche die unter dem Namen y angeführten Hindernisse überwuchtet, so ist die Geschwindigkeit der Maschine anfangs einem stäten Wachsthum unterworfen; dieser Wachsthum aber nimmt in dem Maſse, wie die Überwucht der Kraft sich vermindert, nach und nach ab, und verschwindet endlich ganz, wenn Kraft und der gesammte Widerstand ins Gleichgewicht treten; die Schaufel des Rades, deren Ebene durch die Umdrehungsaxe gehet, mit einer bestimmten Geschwindigkeit e ausweichen, und die Maschine durch den relativen Wasserstoſs Π im Beharrungszustande sich fortbeweget.

Der Nutzen, den die Maschine dabei leistet, richtet sich theils nach der Quantität des Wassers, welches durch dieselbe gehoben wird, theils aber auch nach der Höhe, zu der sie das Wasser fördert, oder den Raum, durch den sie den Widerstand schiebt oder ziehet, und stehet also mit beiden Gröſsen, Last und Raum, im geraden Verhältnisse, also der absolute Effect der Maschine verhältniſsmäſsig mit ihrem Producte.

Je weniger Zeit die Maschine braucht, um diesen Effect hervorzubringen, desto wirksamer ist sie, also ihre Wirksamkeit verhältniſsmäſsig mit dem Producte der Last in ihre Geschwindigkeit, und somit nach dem Grundsatze der virtuellen Gesehwindigkeiten im Beharrungszustande der Bewegung auch verhältniſsmäſsig mit Πc.

Soll nun Π am vortheilhaftesten wirken, so muſs die

Maschine so construirt werden, dafs der Beharrungszustand erst dann eintritt, wenn Πc ein Maximum ist. Übrigens ist die Breite der Schaufeln des unterschlächtigen Rades gewöhnlich gegeben, weil man sich damit nach der Tiefe des Wassers richten mufs, in welches sie sich eintauchen sollen; ihre Länge hängt sodann von der Menge Wasser ab, die erfordert wird, um auf die Schaufeln einen hinlänglichen Druck hervorzubringen; der Halbmesser des Rades hängt von der Gröfse des Widerstandes ab, der überwunden werden soll; die Länge der Kurbel von der Sehne des Schwingungsbogens, u. s. w.

Es sey nun V die Wassermenge, welche der Canal in einer Secunde schüttet, B ihr Querschnitt, C ihre Geschwindigkeit, und h das Gefäll. Ferner P der absolute Wasserstofs, T die Umlaufszeit des Wasserrades, c ihre Geschwindigkeit, N die Anzahl ihrer Umläufe in einer Minute; und leisten nach hydrodynamischem Princip bei einer geneigten Ebene die auf einander folgenden Wassertheilchen durch Druck das, was in einem Gerinne das bewegte Wasser durch seine Geschwindigkeit leistet, so wird die Wirkung des Wassers auf eine noch ruhende Schaufel, oder der absolute Wasserstofs $P = Bh\rho \,.\, \varkappa$, worin $\varkappa$ einen Coefficienten bedeutet, der von der guten oder bessern Construction des Grundbaues und des unterschlächtigen Rades abhängt.

Ferner wegen $h = \frac{C^2}{4\sigma}$

$$P = \frac{\varkappa B C^2 \rho}{4\sigma},$$

und weil die Schaufeln mit der Geschwindigkeit c ausweichen,

$$\Pi = \frac{\varkappa B \rho [C - c]^2}{4\sigma},$$

somit das Bewegungsmoment

$$\Pi c = \frac{\varkappa B \rho [C-c]^2 . c}{4\sigma},$$

welches, wenn $C-c=x$ und $c=C-x$ gesetzt wird,

$$\Pi c = \frac{\varkappa B \rho x^2 [C-x]}{4\sigma}$$

wird; und dieses wird ein Maximum seyn, wenn

$$x^2 [C-x] = z \text{ ein Maximum ist.}$$

$$z = Cx^2 - x^3,$$
$$dz = 2Cx\,dx - 3x^2\,dx,$$
$$\frac{dz}{dx} = 2Cx - 3x^2,$$
$$0 = 2Cx - 3x^2,$$
$$x = \tfrac{2}{3}C,$$

also Πc ein Maximum, wenn die Maschine so construirt wird, daſs der Beharrungszustand erst dann eintritt, wenn die Geschwindigkeit des Rades $c = C - x = \frac{1}{3}C$ ist.

(Der Beschluſs folgt.)

VII.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Electricität.

1. Über die Unabhängigkeit mehrerer electrischer Ströme von einander. Von *Stephan Marianini.*

(Annal. de Chim. etc. Tome 42, p. 131.)

Unter allen Eigenschaften des Lichtes stehet die auſserordentliche Schnelligkeit, mit der sich dasselbe nach allen Seiten hin verbreitet, oben an; eine Eigenschaft, welche bei der äuſsersten Feinheit seiner Theil-

chen sehr wahrscheinlich die nicht minder erstaunungswürdige Fähigkeit erzeugt, mittelst welcher sich die Lichtstrahlen auf ihrem Wege durchkreuzen können, ohne die geringste Veränderung in ihren Eigenschaften zu erleiden. Aus Erfahrung wissen wir nämlich, daſs, wenn man durch eine kleine Öffnung sieht, vor welcher eine Menge verschiedenfarbiger Gegenstände zerstreut liegen, man sie alle deutlich mit ihren Naturfarben erblicken kann, ohne daſs die Vermischung der Lichtstrahlen, welche hier zu gleicher Zeit durch die kleine Öffnung dringen und sich da nach verschiedenen Richtungen kreuzen, durch ihr Zusammenstoſsen eine bemerkbare Abänderung ihrer Natur oder ihrer Richtung erleiden; eine Erscheinung, welche sich selbst mittelst zweier oder mehrerer Hohlspiegel künstlich darstellen läſst. — Man stelle nämlich zwei Hohlspiegel so, daſs ihre Axen sich durchkreuzen, stelle vor den einen derselben was immer für einen Gegenstand, eine rothe Kugel z. B., in einer solchen Entfernung, daſs der Spiegel ihr Bild in dem gemeinen Durchschnitte der beiden Axen entwerfe. Man stelle ferner einen zweiten Gegenstand, z. B. eine grüne Kugel, dem zweiten Spiegel so gegenüber, daſs deren Bild ebenfalls in demselben Durchschnitte der beiden Axen entworfen werde.

Folget nun das Auge des Beobachters der Axe des ersten Spiegels, so wird er das Bild der rothen Kugel sehen, er wird jenes der grünen genau an demselben Orte erblicken, wenn sein Auge in der Richtung der Axe des zweiten Spiegels dahin sieht.

Diese Erfahrung beweiset offenbar, daſs die von zwei verschiedenen Gegenständen kommenden Lichtstrahlen sich durchkreuzeu können, ohne die mindeste Veränderung zu erleiden.

Da das electrische Fluidum in der Schnelligkeit sich

zu verbreiten der des Lichtes in nichts nachstehet, so frägt es sich, ob dasselbe uns nicht auch analoge Erscheinungen darbiete, als wir eben im Lichte bemerket haben.

Wirklich ist diefs der Fall. — Folgende Versuche sollen uns zeigen, dafs die electrischen Ströme unverändert bleiben, wenn sie auch Räume durchlaufen, durch welche schon andere electrische Ströme gehen.

Der einfachste Fall ist der, wo zwei electrische Ströme sich unter rechten Winkeln durchkreuzen. *Marianini* nahm, um diesen Versuch anzustellen, einen hölzernen Würfel, dessen Seite 3 Centimeter mafs, versah vier von den Seitenflächen dieses Würfels, von denen je zwei und zwei unter sich parallele waren, jede in ihrer Mitte mit einer Schraube, und befestigte durch diese an jeder der vier Flächen einen rechtwinkeligen Metallstreifen von 8 Centimetern in der Länge, und etwas weniger als 2 Centimetern in der Breite. Seine Absicht bei diesem Versuche war, zwei durch einfache und gleiche Electromotoren erregte electrische Strömungen in Opposition zu setzen; dem zu Folge brachte er an einer der Seitenflächen eine Zinkplatte an, und auf der andern ihr entgegengesetzten gleichlaufenden Fläche eine gleiche Kupferplatte, welche er dadurch mit einander in Verbindung setzte, dafs er unter die Schrauben, welche sie hielten, die Drahtende eines Multiplicators befestigte, während er den Platten selbst über die eine Seitenfläche des Würfels einen Vorsprung von 6 Centimetern liefs.

Nachdem dieses Plattenpaar bis zur Tiefe von 5 Centimetern in leicht gesalzenes Wasser getaucht wurde, wich die Nadel des Multiplicators um 12° ab.

Nun befestigte er an die zwei andern Flächen des Würfels, welche ebenfalls mit Schrauben versehen wa-

ren, zwei andere ähnliche Platten, die eine von Zink, die andere von Kupfer, und brachte sie dadurch mit einander in Verbindung, dafs er unter den Schrauben, welche sie hielten, die Enden eines Ladungsdrahtes befestigte. Alle vier Platten, welche über dieselbe Fläche des Würfels den gleichen Vorsprung hatten, wurden nun in dieselbe obengenannte Flüssigkeit versenkt, und die Abweichung der Nadel betrug auch nicht mehr als 12°.

Diese Erfahrung zeigt, dafs die Wirkung eines Paares Electromotoren auf die Magnetnadel nicht verändert werde, wenn auch das durch sie erregte electrische Fluidum, als die Ursache ihrer Abweichung, gezwungen werde, ein Flüssiges zu durchströmen, welches schon durch einen andern von einem dem ersten gleichen Electromotor erzeigten electrischen Strom in einer auf dasselbe senkrechten Richtung durchlaufen wird.

Nun substituirte *Marianini* statt des Electromotors, der mit dem Multiplicator in Verbindung stand, einen schwächern, der wie der erste aus zwei gleich grofsen Platten, die eine aus Zinn, die andere aus Messing, bestand, nahm den Ladungsdraht, welcher die zwei andern Platten verband, hinweg, und erhielt bei Beobachtung der electromagnetischen Wirkung eine Abweichung von beinahe 3°; verband hierauf wieder die Zink- und Kupferplatte durch den Ladungsdraht, und die electromagnetische Wirkung blieb unverändert dieselbe.

Auch die Resultate, welche sich durch andere diesen ähnliche Versuche ergaben, bei denen zwei entgegengesetzte electrische Strömungen durch zwei *Volta'*sche Elementar-Apparate von gleicher, und auch von verschiedener Stärke hervorgebracht wurden, verblieben selbst unter Anwendung verschiedener Flüssigkeiten, sie mochten eine kleinere oder gröfsere Leitungsfähigkeit besitzen, immer dieselben.

Er wollte nun zwei Strömungen sich durchkreuzen lassen, von denen die eine durch einen einfachen, die andere durch einen zusammengesetzten Apparat hervorgebracht wurde. Zu dem Ende nahm er von dem Würfel die Kupfer- und Zinkplatte, welche mit einander durch den Ladungsdraht verbunden waren, hinweg, substituirte statt derselben zwei gleiche Messingplatten, und verband die eine mit dem positiven, die andere mit dem negativen Pole eines Becherapparates von 20 Plattenpaaren, deren wirkende Oberflächen beinahe 6 Quadrat-Centimeter hatten; der einfache Electromotor, der mit dem Multiplicator in Verbindung stand, verblieb in derselben Einfachheit von zwei Platten, nämlich die eine von Zink, die andere von Blei, welche auf die schon angezeigte Art an zwei sich gegenüberstehende Seitenflächen des Würfels befestiget waren. Nachdem die Extremitäten der vier Platten in Salzwasser getaucht, und die electrischen Strömungen angefangen hatten, wich die Nadel des Multiplicators um 10° ab; er hob nun die Verbindung zwischen den Messingplatten und den Polen des Apparates auf, stellte wie gewöhnlich die Verbindung des Plattenpaares von Blei und Zink mit dem Flüssigen her, und die Abweichung verblieb dieselbe.

Für den obigen Becherapparat substituirte nun *Marianini* einen anderen von gleichfalls 20 Plattenpaaren, deren Flächen fast vier Mal gröſser als jene der ersten waren, und erhielt bei Wiederholung des Experimentes, in welchem der einfache Electromotor, der mit dem Multiplicator in Verbindung stand, nicht verändert wurde, dasselbe Resultat; ja er konnte selbst bei Anwendung eines Electromotors von 100 und selbst von 200 Plattenpaaren durch dessen kräftige Strömungen die Wirkung des schwachen electrischen Stromes auf die Ma-

gnetnadel, der durch die Blei- und Zinkplatte erzeugt, und von jenen durchkreuzt wurde, nicht verändern.

Um nun auch die electrischen Strömungen zweier zusammengesetzten Electromotore sich entgegen zu setzen, nahm *Marianini* statt der Blei- und Zinkplatte zwei Messingplatten, die an Gröfse denjenigen gleich kamen, mit denen schon die zwei anderen Flächen des Würfels versehen waren, verband sie mit den Polen eines Electromotors von 10 Plattenpaaren, und zugleich mit den Drahtenden eines Multiplicators, liefs die Strömungen ihren gewöhnlichen Kreis beschreiben, und erhielt eine Abweichung von 14°; diese verblieb sich gleich, nachdem er bei Erneuerung des Experimentes die Messingplatten der zwei andern Flächen des Würfels mit den Polen anderer Becherapparate von 10 bis 200 Plattenpaaren in Verbindung gesetzt hatte.

Bis daher liefs *Marianini* die zwei electrischen Strömungen, welche sich wechselseitig durchschnitten, zu gleicher Zeit vor sich gehen; diese Gleichzeitigkeit möchte vielleicht Ursache gewesen seyn, dafs es unmöglich war, den Einflufs darzuthun, welche die eine der Strömungen auf die andere in Vermehrung oder Verminderung der Wirkung auf die Magnetnadel ausübte.

Aus dieser Ursache wiederholte er das zuletzt beschriebene Experiment, und liefs den Apparat von 200 Plattenpaaren erst dann in Wirksamkeit treten, nachdem der Zeiger des Multiplicators, welcher durch den Apparat von 10 Plattenpaaren in Bewegung gesetzt wurde, eine Abweichung von 10° anzeigte, und nun ganz unbeweglich war. Aber auch hier, nachdem der zweite Apparat in Wirksamkeit trat, zeigte sich in dem Stande der Magnetnadel nicht die geringste Veränderung.

Er wiederholte mehrmals diese Experimente, indem er auf angezeigte Weise Strömungen von zwei Elec-

tromotoren sich durchkreuzen liefs, welche entweder an der Oberfläche der Platten, oder in der Anzahl der Plattenpaare verschieden waren, aber die Resultate verblieben dieselben, so dafs er durch dieselben die Überzeugung erhielt, dafs die Wirkung eines electrischen Stromes sich keinesweges ändere, wenn derselbe durch ein Flüssiges gehet, welches ein anderer verschiedener electrischer Strom in einer auf ihn senkrechten Richtung durchkreuzet.

Er wollte nun sehen, ob es sich auch also verhalte, wenn drei electrische Strömungen sich unter Winkeln durchschneiden; zu dieser Absicht nahm er einen hohlen gläsernen Würfel von 3 Centimetern-Seite, machte in die Mitte jeder seiner Seitenflächen ein Loch, pafste in eines dieser Löcher einen Messingstöpsel so ein, dafs er wieder heraus genommen werden konnte, um den innern Raum des Würfels mit den nöthigen Flüssigkeiten ausfüllen zu können, verschlofs sonach jedes der übrigen Löcher mit einem kleinen Messingstreifen, welcher mit Siegellack befestigt wurde, und verband mit diesen Messingstreifen, den kleinen Stöpsel ausgenommen, mittelst kleiner Messingdrähte eben so viele Bleistreifen; war nun der Würfel mit der Flüssigkeit gefüllet, verband er einen der Bleistreifen mit dem positiven Pol eines Becherapparats von 5 Plattenpaaren, und den Streifen der entgegengesetzten Seite mit einem Drahtende des Multiplicators, dessen anderes Ende mit dem negativen Pol des nämlichen Apparates verbunden war, und die Abweichung der Nadel betrug 15°. — Nun unterdrückte er diesen Kreis, verband die zwei Bleistreifen zweier entgegengesetzten Flächen des Würfels mit den äufsersten Bechern eines andern *Volta*'schen Apparats von 50 Paaren, in welchem er gleichfalls die Strömung des electrischen Fluidums noch nicht vor sich gehen

liefs. Nachdem die Sache also angeordnet war, stellte er die Verbindung des Apparates von 5 Plattenpaaren mit dem Multiplicator wieder her, liefs auch zu gleicher Zeit die electrischen Strömungen der zwei andern Apparate vor sich gehen, aber die Nadel wich auch hier, wie vorhin, um nicht mehr und nicht weniger als um 15° ab.

In einem andern Versuche liefs *Marianini*, anstatt die drei Strömungen auf ein Mal hervorzubringen, zuerst allein jenen vor sich gehen, der mit den Drahtenden des Multiplicators in Verbindung stand, wartete, ohne den Kreis zu unterbrechen, bis die Magnetnadel zu schwingen aufhörte, und als sie in Ruhe war, betrug ihre Abweichung 5°.

Er stellte nun den electrischen Kreislauf in den zwei andern Electromotoren her, aber die Nadel behielt, ohne die geringste Bewegung zu machen, noch ihre erste Lage bei. Eben so wenig ergab sich ein Unterschied in den Resultaten anderer Experimente, bei welchen der electrische Strom eines Apparates von 5 bis 25 Plattenpaaren in einem Flüssigen, von andern electrischen Strömungen, die durch Apparate von 100 Plattenpaaren hervorgebracht unter rechten Winkeln durchkreuzet wurde.

Um endlich auch die electrischen Ströme zu zwingen, sich bei ihrem Durchgange durch das Flüssige unter gröfsern oder kleinern spitzen Winkeln zu schneiden, nahm er eine Glasröhre von 11 Centim. Länge und 1 Centim. innern Durchmesser, verschlofs die eine ihrer Extremitäten mit einer Messingplatte, und versah die andere mit einem Stöpsel von demselben Metall. An die Seitenwand dieser Röhre, und in einer mit der Axe derselben parallelen Richtung, brachte er drei Löcher an, deren Entfernung eine von der andern 2,7 C. be-

trug, und auf der andern Seite, dieser gerade gegenüber, drei andere Löcher; verschlofs alle diese Löcher mit kleinen Messingplatten, und befestigte an sie, so wie an den Stöpsel und an der Grundfläche der Röhre, kleine Bleistreifen, um nöthigenfalls die erforderlichen Verbindungen mit den Polen der Electromotoren herzustellen.

Nachdem der Apparat also ordinirt war, füllte er die Röhre mit Salzwasser, verband den Streifen des vordern Loches, welches dem Stöpsel am nächsten war, mit dem positiven Pol eines Electromotors von 20 Paaren, und den Streifen des hintern Loches auf der entgegengesetzten Seite, der sich zunächst der Basis der Röhre befand, mit einem Drahtende des Multiplicators, und das andere Drahtende mit dem negativen Pole desselben Electromotors, liefs die electrischen Strömungen vor sich gehen, und die Abweichung der Nadel betrug 15°. Nachdem der Kreislauf unterbrochen wurde, und die Nadel zu oscilliren aufhörte, verband er den Streifen des hintern Loches, welches dem Stöpsel am nächsten war, mit dem positiven Pole eines Apparates von 20 Plattenpaaren, und jenen des vordern Loches an der entgegengesetzten Seite, welcher der Basis der Röhre am nächsten war, mit dem negativen Pole, und die electromagnetische Wirkung war dieselbe. Er liefs nun den Strom, der durch den Multiplicatordraht geleitet wurde, die in der Röhre enthaltene Flüssigkeit ihrer ganzen Länge nach durchlaufen, und zwar gleichzeitig mit zwei andern electrischen Strömungen, die sich in derselben Flüssigkeit wie im vorhergehenden Experimente unter spitzen Winkeln durchschnitten, und das Resultat der Abweichung war 12°. Sie verblieb auch bei Wiederholung des Experimentes, in welchen die

zwei sich durchschneidenden electrischen Ströme abgeschnitten wurden, eben dieselbe.

Aus diesen Experimenten, welche übrigens *Marianini* auf verschiedene Art abgeändert hatte, schliefsen wir, dafs zwei electrische Ströme, welche sich in einer Flüssigkeit unter sehr spitzen Winkeln schneiden, sich nicht schwächen, auch die Wirkung eines dritten Stromes, der sie gleichfalls durchkreuzet, nicht abändern.

Marianini leitete neuerdings die Electricität, welche das Flüssige von einem Ende der Röhre bis zum andern durchströmte, über den Multiplicatordraht, und richtete zu gleicher Zeit die drei electrischen Ströme so durch das Flüssige, dafs alle auf die Richtung desjenigen, welcher auf die Magnetnadel wirken sollte, perpendiculär waren; auch für diesen Fall verblieb dieselbe Abweichung von 12°. Er wollte auch untersuchen, ob die electrische Wirkung auf die Magnetnadel sich schwächen würde, wenn das electrische Fluidum durch ein Flüssiges gehet, in welchem sich parallel mit demselben ein oder zwei electrische Ströme bewegten; aber in Hinsicht des kleinen Volumens des Flüssigen, das sie durchströmen, und der geringen Entfernung von 2,7 C., durch die sie von einander getrennt waren, hielt er diese Versuche nicht für hinlänglich entscheidend, er verschaffte sich daher einen hohlen gläsernen Würfel, dessen Seite 5 Centimeter mafs, versah eine der Flächen desselben mit drei Löchern, und jedes Loch mit einer gewöhnlichen Metallbelegung, eines von dem andern 1 Centimeter entfernt. Drei andere Löcher wurden in derselben Ordnung an der entgegengesetzten Fläche angebracht, und der Würfel mit Wasser angefüllt.

Er liefs nun dieses Wasser durch drei electrische Strömungen durchstreichen, von denen nur einer auf

den Multiplicator wirkte; es mochten aber die Strömungen nach derselben Richtung vor sich gehen, oder im entgegengesetzten Sinne, so war dennoch die Abweichung der Magnetnadel unverändert dieselbe, als wenn das Flüssige nur allein durch das electrische Fluidum, welches auf die Nadel wirkte, durchströmt würde.

In diesen Versuchen dürfen aber die electrischen Strömungen der *Volta*'schen Apparate, welche nicht auf den Multiplicator wirken, in dem nassen Leiter, den sie zu durchlaufen haben, keine gröſseren Hindernisse finden, als ihnen der Electromotor, der auf den Multiplicator zu wirken hat, darbieten würde, weil sich sonst ein Theil ihrer Electricität einen Weg durch den Electromotor selbst bahnen, und folglich die Wirkung desselben verändern würde.

Bisher konnte man noch ungewiſs seyn, ob die electrischen Ströme, welche durch denselben Leiter gehen, sich ändern oder nicht, oder vielmehr, ob die einen auf die andern so einwirken, daſs dadurch ihre Effecte nur in dem Theile, wo sie einander parallel einen Conductor durchlaufen, modificirt würden, und nicht in andern Theilen dieses Conductors; deſswegen machte er den Versuch, mehrere electrische Ströme über einen und denselben Multiplicatordraht zu leiten. Zu dem Ende befestigte er an eine der Extremitäten des Drahtes einen länglichen Bleistreifen, der in eine Tasse Wasser getaucht war, und versenkte in eine andere Tasse einen zweiten, dem ersten ähnlichen Bleistreifen, der mit der andern Extremität des Drahtes in Verbindung stand. Dann wurde ein Bleistreifen, welcher einerseits mit dem positiven Pole eines *Volta*'schen Apparats von 25 Plattenpaaren verbunden war, in die eine dieser Tassen, und in die andere Tasse ein zweiter, dem ersten ähnlicher Bleistreifen, der mit dem negativen Pole des Electro-

motors in Verbindung stand, versenkt. Unter diesen Umständen betrug die Abweichung der Nadel 20°. Nun unterbrach er den Strom, ohne dieserwegen die Bleistreifen zu verrücken, untersuchte auf ähnliche Art die Wirkung eines zweiten Electromotors von 50 Plattenpaaren, und erhielt eine Abweichung von 25°. Er unterbrach sodann den Strom nicht, und nachdem die Nadel ihre Schwingungen aufgehört hatte, betrug die Abweichung 6°.

Um sich zu versichern, ob der Electromotor von 25 Plattenpaaren noch dieselbe Wirkung thue, obwohl die Electricität des Apparats von 50 Paaren schon den Draht des Multiplicators durchlief, wandte er das Gehäuse des Multiplicators dergestalt, dafs die Nadel dem Nullpuncte der Scala entsprach, stellte den Strom des Apparats von 25 Plattenpaaren her, und die Nadel wich genau um dieselben 20° wie vorhin ab.

In diesem Experimente folgten die zwei Strömungen dem Multiplicatordraht in derselben Richtung, er liefs ihn aber auch durch sie im entgegengesetzten Sinne durchlaufen, und das Resultat der Abweichung war dasselbe, nur statt östlich war sie westlich; so mochte er auch über den Draht des Multiplicators die electrischen Strömungen von 4 Electromotoren (von 50 Plattenpaaren jeder) leiten, so brachte doch jener von 25 Plattenpaaren immer eine und dieselbe Wirkung hervor.

In allen bisher beschriebenen Experimenten bediente sich *Marianini* des Multiplicators, als ein Instrument, durch welches am leichtesten die kleinen Unterschiede der electrischen Wirkungen zu erkennen sind, ohne jedoch die übrigen Wirkungen der Electromotoren, als den Geschmack, die Erschütterungen, die electrischen Spannungen etc. zu vernachlässigen, aber niemals gewahrte er einen Unterschied zwischen den Wirkungen eines electrischen Stromes, der durch ein

Flüssiges ging, wodurch schon andere electrische Strömungen ihren Kreislauf machten, und jenen, die durch denselben Strom erzeugt wurden, wenn keine andern Electricitäten denselben nassen Conductor durchliefen. Mithin bleibt es durch die vorhergehenden Erfahrungen erwiesen, dafs die Leitungsfähigkeit der Flüssigen durch das Einleiten eines oder mehrerer electrischen Ströme nicht verändert wird. Diese Thatsache *) wird man vielleicht der *Franklin*'schen Theorie mehr angemessen finden, als jener, welche die Electricität als ein zusammengesetztes Fluidum betrachtet; denn es bleibt ausgemacht, dafs, wenn zwei oder mehrere electrische Ströme zu gleicher Zeit durch einen Leiter gehen, in welchem sie sich auf irgend eine Art durchkreuzen, sie mögen nun alle nach einerlei Seite gerichtet seyn, oder die einen mit den andern in einer entgegengesetzten Richtung gehen, sie mögen durch gleiche oder ungleiche Electromotoren erregt werden, die eine der Strömungen durch die Action der übrigen keine wahrnehmbare Veränderung erleide. Wir haben in dieser Thatsache, sagt *Marianini*, wenn ich nicht irre, eine neue und merkwürdige Analogie zwischen der Fortpflanzung der Electricität und des Lichtes.

Eine andere Thatsache, welche gleichfalls die Theorie der Annahme eines einzigen Fluidums unterstützet, ist folgende: Man nehme ein Blatt von Zinn oder einem

*) Eine Thatsache, welche sich viel leichter nach der *Franklin*'schen Theorie erklären läfst, ist die: dafs, wenn man in einem nach *Novellani's* oder *Wollaston's* Methode verfertigten Electromotor, die kräftiger als die übrigen wirken, die electro-negative Platte mehr in das Flüssige versenkt, die Wirkung gröfser ist, als wenn die electro-positive Platte einer gröfsern nassen Oberfläche ausgesetzt wird.

andern Metalle, das 18 oder 20 Quadrat-Centim. Oberfläche hat, und an einer Seite in einen schmalen Streifen ausläuft, versenke dieses Blatt in ein Glas Wasser, und den Streifen in ein anderes, thue in das Glas, in welches der Streifen versenkt ist, eine electro-positive Platte, z. B. von Zink, und in das andere Glas eine ähnliche, aber electro-negative Platte, z. B. von Kupfer, doch so, dafs weder die eine noch die andere dieser Platten das Blatt berühre. Vereiniget man sodann mittelst eines Multiplicatordrahtes die Zinkplatte mit der Kupferplatte, so wird man eine Abweichung von 2° erhalten. Versenket man hierauf die Kupferplatte in das Glas, in welches der Streifen getaucht ist, und die Zinkplatte in das andere Glas, so wird der Effect um vieles gröfser seyn. Diefs ist eine Erscheinung, die sich nach *Marianini's* Meinung durch die Annahme zweier electrischen Flüssigen wohl nicht erklären läfst, weil einerseits, wenn die Zinkplatte sich in dem Glase befindet, worin der Streifen versenkt ist, die Passage für die Glaselectricität erschweret, für die Harzelectricität aber erleichtert wird, andererseits aber, wenn Kupfer an die Stelle von Zink, und dieses letzte an die Stelle von Kupfer gesetzt wird, die Passage der Harzelectricität erschweret, jene der Glaselectricität aber erleichtert wird, und so mithin keine Ursache vorhanden ist, warum die Wirkungen verschieden seyen. Nimmt man aber nur ein einziges Fluidum an, so begreift man wohl, wie im ersten Falle das electrische Fluidum, das sich im Flüssigen strahlenartig ausbreitet, einen schwereren Durchgang findet als im zweiten, woraus denn auch folget, dafs der electro-magnetische Effect, der vorzüglich von der Schnelligkeit des electrischen Fluidums abhängt, im ersten Falle schwächer, und im zweiten beträchtlicher seyn müsse.

2. Entgegengesetzte electrische Ströme neutralisiren sich nicht. Von *Kemp.*

(Edinb. journ. of nat. and geog. sc. N. II., p. 91.)

Mit dem vorhergehenden Aufsatze steht der folgende in nächster Verbindung, nur berücksichtiget er vorzüglich die chemische Wirkung der electrischen Ströme, während jener auf ihre electro-magnetische Wirkung besondere Rücksicht nahm. Darum sollen auch hier beide unmittelbar auf einander folgen.

Man stelle eine Kupfer- und Zinkplatte jede von 4'' ins Gevierte in ein gläsernes Gefäfs mit Salzwasser, verbinde die beiden Platten durch eine ununterbrochene metallische Leitung mit einem Multiplicator, so wird der electrische Strom, der durch die einfache Kupfer- und Zinkplatte erregt wird, von der Kupferplatte aus zur Zinkplatte übergehen, und dabei die natürliche Lage der Nadel des Multiplicators verändern.

Leitet man nun auch über den Theil der metallischen Leitung des einfachen Plattenpaares, welcher mit dem Multiplicator in Verbindung ist, und sich zunächst der Nadel befindet, den electrischen Strom eines Becherapparates von 60 Plattenpaaren, jede Platte von 2'' ins Gevierte, so wird dieser, wenn er mit dem ersten in entgegengesetzter Richtung gehet, in dem Stande der Nadel keine weitere Veränderung mehr bewirken; erfolget der electrische Strom des zusammengesetzten Apparats mit jenem, der durch das einfache Plattenpaar erregt wird, in einerlei Richtung, so wird der Effect des einfachen nur um etwas weniges vergröfsert. Um sich zu überzeugen, dafs aus dem zusammengesetzten Electromotor wirklich Electricität erregt werde, darf man nur die metallische Leitung entzwei schneiden, und die Drahtende in Wasser stecken, welches sich alsogleich

und so lange zersetzen wird, als das Experiment dauert.

Wurde ferner der electrische Strom einer starken Electrisirmaschine in einer mit dem Strome, der durch das einfache Plattenpaar erregt wird, entgegengesetzten Richtung über den Draht des Multiplicators geleitet, so veränderte auch dieser die Wirkung des einfachen Electromotors nicht, es trat auch dann noch keine Veränderung ein, wenn dieser Strom mit jenem des einfachen Electromotors über den Draht in einerlei Richtung geleitet wurde.

In der Versammlung am 20. Jänner 1829 der k. physikalischen Gesellschaft zu Edinburg wurde eine Batterie über den Draht, welcher das electrische Fluidum eines einzelnen Plattenpaares leitete, entladen, und nicht die mindeste Wirkung wurde dadurch auf die Magnetnadel hervorgebracht, sowohl wenn der electrische Strom in derselben Richtung wie jener des einfachen Plattenpaares, als in einer ihm entgegengesetzten Richtung geführt wurde.

Durch folgendes Experiment wird gezeigt, dafs ein Draht, welcher eine ununterbrochene metallische Kette zwischen den entgegengesetzten Polen einer *Volta*'schen Batterie bildet, auf jeden seiner Theile, der zu gleicher Zeit in dem Kreis einer andern galvanischen Batterie sich befindet, sowohl positiv als negativ electrisch seyn könne.

Man stelle dem zu Folge zwei Becherapparate, jeden von 40 Plattenpaaren, die Platte von 2'' ins Gevierte, in einer kleinen Entfernung von einander sich parallel, verbinde die Pole des einen durch eine stetige Leitung von Platindraht mit einander. Es ist aber dieser Draht zugleich auch zunächst an den Polen der Batterie auszubiegen, und die Buge, jeder abgesondert, in

den rechts befindlichen Schenkel zweier zur Seite stehender Uförmiger communicirender gläserner Gefäſse gesenkt, und die Gefäſse mit Blaukohl-Tinctur, zu welcher etwas Glaubersalz gefügt ist, gefüllet. Die links befindlichen Schenkel derselben communicirenden Gefäſse sind durch zwei Platindrähte mit den Polen einer zweiten *Volta'*schen Batterie in Verbindung gesetzt, welche Drähte aber nicht metallisch mit einander zusammen hängen, sondern die Electricität in die Flüssigkeit, und von da in den Polardraht der ersten Batterie übergeben, der sie in das zweite Gefäſs führt, der darin befindlichen Flüssigkeit übergibt, und endlich dem zweiten Polardrahte derselben Batterie überliefert. Bei dieser Anordnung wird, sobald die electrischen Strömungen der beiden Batterien vor sich gehen, die Flüssigkeit durch die Veränderung ihrer Farbe die verschiedenen electrischen Zustände der Drähte anzeigen, die mit ihr in Verbindung stehen, indem der positive Draht die Infusion roth, der negative aber sie grün färbet.

War die erste Batterie (*A*) geladen, und der Kreis hergestellt, so ging die Electricität von dem positiven Pol zu dem negativen über, und hierdurch wurde, so lange der Kreis nicht unterbrochen ward, die Farbe der Infusion in nichts verändert. Sobald aber eine zweite Batterie (*B*) darneben gestellt, und ihre Pole durch Platindrähte mit der Flüssigkeit auf die genannte Weise verbunden wurden, so daſs in dem Drahtstücke, durch welches beide electrische Ströme gehen muſsten, um zu ihrer Batterie gelangen zu können, diese beiden Ströme dieselbe Richtung hatten, so wurde die Tinctur in dem Schenkel, wohin der negative Draht der zweiten Batterie ging, grün, in dem andern desselben Gefäſses hingegen roth. Auf dieselbe Art brachte der Draht, welcher vom negativen Pole der Batterie (*B*) kam, und in

den Schenkel eines Gefäfses reichte, in dem gebogenen Theile des Platindrahtes im andern Schenkel desselben Gefäfses den positiven Zustand hervor, obschon er zu gleicher Zeit die negative Electricität der Batterie (*A*) leitete.

Würde nun die ununterbrochene metallische Leitung abgeschnitten, und deren Extremitäten in die Röhren eines dritten Heberglases versenkt, so behielten die Enden den respectiven electrischen Zustand der Pole ihrer Batterie (*A*) bei, was immer für ein electrischer Zustand in den gebogenen Theilen derselben die Batterie (*B*) hervorgebracht haben mochte, welche Thatsache sich durch die Farbe der Infusion im dritten Communicationsgefäfse bestätigte.

Wurden hierauf die Pole der Batterie (*B*) umgekehrt, so entsprachen diesem auch die Veränderungen, die dadurch in dem electrischen Zustande der in die zuerst angeführten Hebergläser versenkten gebogenen Theile der metallischen Leitung hervorgebracht wurden, während die abgeschnittenen Enden derselben in dem dritten Heberglase die ursprüngliche Electricität der Pole der Batterie behielten.

Folgender Versuch zeigt, dafs die Drähte, welche von den Polen einer galvanischen Batterie kommen, sowohl in den positiven als negativen Zustand versetzt werden können, sobald mit ihnen die Electricität einer andern Batterie combinirt wird.

Zwei Batterien wurden geladen, und die Drähte, welche von ihren Polen kamen, endigten sich in zwei Hebergläsern, welche mit derselben Infusion wie vorhin gefüllt, und auf dieselbe Art gestellt waren; an die Stelle des mittlern Heberglases wurde ein aus drei Röhren bestehendes communicirendes Glasgefäfs substituirt, und mit derselben Infusion gefüllt.

Die Extremitäten der Drähte, welche von den Polen der Batterie (*A*) kamen, wurden in die äufsersten Röhren des mittlern Glasgefäfses gestellt, und in so weit ward das Resultat des Experimentes dasselbe wie im vorhergehenden Falle, es behielten nämlich die Drahtenden der Batterie (*A*) dieselben electrischen Zustände bei, wie ihre Pole, ungeachtet die Electricität der Batterie (*B*) zu gleicher Zeit durch diese Drähte ging.

Es wurde hierauf eine dritte Batterie (*C*) hergestellt, ihr negativer Pol durch einen Draht mit dem positiven Pol der Batterie (*A*), und ihr positiver Pol durch einen andern Draht mit der mittlern Röhre des dritten communicirenden Gefäfses verbunden. Die beiden Drahtenden der Batterie (*A*) zeigten negative Electricität, indem die Flüssigkeit in den Röhren des mittleren Communicationsgefäfses grün gefärbt wurde, in der mittleren Röhre aber die rothe Farbe annahm.

Bei dieser Anordnung gingen die negativen Electricitäten der zwei letzten Batterien, vereint mit der positiven Electricität der Batterie (*A*), durch den Draht, welcher von einem Schenkel des mittlern Gefäfses in einen des letztern reichte. Wahrscheinlich üben die zwei negativen Electricitäten auf den Draht einen stärkern Einflufs aus, als die positive, und ändern so die rothe Farbe der Infusion in eine grüne. Der Draht, welcher sich in demselben electrischen Zustande wie der Pol der Batterie, mit welcher er in Verbindung stehet, nämlich in dem negativ-electrischen Zustande befindet, ändert die Flüssigkeit in dem andern Schenkel des Gefäfses ins Grüne. Der andere Draht, welcher in die mittlere Röhre des Gefäfses übergehet, und nur allein mit dem positiven Pole der Batterie (*C*) verbunden ist, gibt positive Electricität, indem die Flüssigkeit in der Röhre, worin er versenkt ist, die rothe Farbe annimmt.

Es ist jedoch zu bemerken, daſs bei diesem Experimente die Drähte in die drei Schenkel des mittleren communicirenden Gefäſses zu gleicher Zeit versenkt, und sich so nahe als möglich gestellt werden sollen.

3. Electricitätserregung bei hohen Temperaturen. Von *Kemp*.

(Edinb. journ. of nat. and geog. sc. N. III., p. 183.)

Kemp stellte zur näheren Begründung einer der beiden Ansichten über die eigentliche Quelle der sogenannten Berührungselectricität, nämlich der chemischen und der *Volta*'schen, einige Versuche bei hohen Temperaturen an, die selbst, wenn man sie zur Auflösung des eigentlich von ihm beabsichtigten Fragepunctes nicht für zulänglich halten sollte, doch gewiſs an und für sich so viel Interesse erregen müssen, daſs sie die Aufnahme in diese Blätter rechtfertigen.

In den Boden eines kleinen Graphittiegels wurde ein Loch gemacht, und durch dasselbe ein Kupferdraht so gesteckt, daſs er ins Innere des Tiegels hineinreichte, hierauf aber in diesem Loche verkittet; ferner wurde eine Kupferscheibe, an welcher ein anderer Draht angelöthet war, so zugerichtet, daſs sie leicht in den Tiegel hineinging. Nun wurde in den Tiegel Blei gegeben, derselbe in einen Ofen gestellt und erhitzt. So wie das Blei schmolz, wurde immer wieder eine neue Quantität zugegeben, und bis auf einen Zoll vom Rande damit angefüllt. Während dieser Operation stieg die Temperatur bis zur Rothglühhitze. Als diese erreicht war, wurde roth glühender Salpeter über das geschmolzene Blei gebracht, und sowohl der Draht, welcher durch den Boden des Tiegels ging, als derjenige, welcher an der Deckelplatte angebracht war, mit einem Leitungsdraht verbunden, welcher unter einer Magnetnadel vorbei-

ging, die obige kupferne Platte aber als Deckel auf den geschmolzenen Salpeter gelegt, so dafs hiemit die Kette geschlossen war. In dem Augenblicke, wo dieses geschah, erfolgte eine starke Ablenkung der Magnetnadel, zum Beweise, dafs Electricität im Umlaufe begriffen sey. Darauf wurde der Tiegel aus dem Ofen genommen, aber der Schlufs der Kette beibehalten. So wie die Temperatur des Apparates abnahm, wurde auch die Wirkung auf die Magnetnadel geringer, und ward ganz unmerklich, als die Temperatur unter die Rothglühhitze herabgesunken war, wiewohl der Salpeter noch flüssig war. Bei diesem ganzen Hergange ging die (positive) Electricität vom Kupfer zum Blei.

Darauf wurde der Salpeter durch kohlensaures Kali ersetzt, aber die vorigen Metalle beibehalten. Da war die Wirkung auf die Magnetnadel viel geringer als vorher. Kohlensaure Soda wirkte aber stärker als kohlensaures Kali.

Kräftiger als bei einem dieser Salze war aber die Wirkung, wenn man Borax anwandte. Die gröfsere Wirkung des Salpeters in Vergleich mit der des kohlensauren Kali könnte man sich vielleicht aus der gröfseren Leichtigkeit erklären, womit das Metall den Sauerstoff aus dem Salze aufnimmt, aber beim Borax mufste die oxydirende Wirkung offenbar kleiner seyn, als bei den anderen Salzen, und doch war die electromotorische Kraft gröfser. *Kemp* meint, es könnte dieses davon herrühren, dafs der Borax bei der Rothglühhitze flüssiger ist, als Salpeter etc., und daher die Electricität besser leitet.

Derselbe Apparat wurde auch mit anderen Metallen zusammen gesetzt, und zwar wurde statt des Kupfers, Zinn, Zink, Messing *(brafs)*, Kupfer und Eisen angewendet. Bei geschmolzen Zinn, Zink und Messing wurde

die vorhin gebrauchte Kupferplatte beibehalten; bei Anwendung des geschmolzenen Kupfers hingegen wurde statt ihrer eine Eisenplatte gebraucht. Die erregende Flüssigkeit war salpetersaures und kohlensaures Kali, Soda und Borax.

Geschmolzenes Zinn gab eine geringere Wirkung als Blei, sonst verhielt es sich mit den verschiedenen flüssigen Salzen wie das Blei. Mit Zink und Salpeter war die Wirkung viel gröfser, jedoch nicht so grofs, als man aus der gröfseren Menge Oxyd, das sich an der Oberfläche des Metalls gebildet, hätte erwarten sollen; mit den übrigen Salzen verhielt es sich, wie die anderen Metalle.

Messing verhielt sich wie Zink. Mit flüssigem Kupfer und einer Eisenplatte erschien der Effect verstärkt. Selbst als man geschmolzenes Eisen, und statt eines Salzes geschmolzenes Flintglas anwendete, zeigte sich eine Ablenkung der Magnetnadel, zum Beweise, dafs selbst solche Körper, die im festen Zustande als Nachleiter der Electricität erscheinen, im flüssigen eine grofse Leitungsfähigkeit besitzen *).

Nach der in England herrschenden Vorstellungsweise über die Erregung der *Volta*'schen Electricität, kann diese, sagt der Verfasser, nur bei Anwendung zusammengesetzter flüssiger Substanzen erregt werden, deren Bestandtheile im entgegengesetzten electrischen Zustande sich befinden. Kommt eine solche Flüssigkeit mit Metall in Berührung, so wird der negative Bestandtheil vom positiven Metall, der positive Bestandtheil vom negativen Metall angezogen, und so stellt sich das

*) Dieses stimmt mit *La Rive's* Versuchen überein, der gefrornes Quecksilber weniger leitend fand, als flüssiges. *(B.)*

durch die Berührung der Metalle aufgehobene electrische Gleichgewicht wieder her. Darum machte er auch mit chemisch-einfachen und im festen Zustande nicht leitenden Substanzen Versuche. Es wurde nämlich in den vorhin gebrauchten Schmelztiegel wieder Blei gegeben, und als derselbe die Rothglühhitze erreicht hatte, mit flüssigem Schwefel ganz angefüllt. Die zuerst gebrauchte Kupferplatte wurde auch rothglühend gemacht, und dann mit dem Schwefel in Berührung gebracht. Der mit dieser Platte sowohl, als der aus dem Boden des Tiegels hervorragende Draht wurde nun mit dem Leitungsdrahte verbunden, welcher unter der Nadel vorbeiging. Als die Kette geschlossen wurde, zeigte sich eine kräftige Wirkung auf die Nadel, weil sich der Schwefel sehr schnell mit dem Kupfer verband. Zugleich bildete sich schwefeligsaures Gas.

Bei dem folgenden Versuche wurde der Tiegel wie vorhin zugerichtet, und die Kupferplatte hineingeschoben, ohne das Metall zu berühren; hierauf mit Thon belegt, aber zwei Porzellanröhren durch denselben gesteckt, so daſs man durch sie etwas von auſsen in den zwischen dem geschmolzenen Blei und der Kupferplatte leer gelassenen Raum bringen konnte. Sobald der Tiegel die Rothglühhitze erreicht hatte, warf man durch eine dieser Röhren ein Stück Schwefel auf das Metall. Sobald es dasselbe berührte, und die chemische Wirkung eintrat, wurde die Magnetnadel stark afficirt, und doch war kein Oxygen zu sehen, um sich mit dem Schwefel zu verbinden. [Vertrat hier nicht der Schwefel selbst die Stelle des Sauerstoffs, wie es so oft bei chemischen Verbindungen geschieht? *(B.)*]. Demnach braucht man zur Erzeugung von Berührungselectricität keine zusammengesetzte Flüssigkeit.

4. Über den Einfluſs der atmosphärischen Phänomene auf die Kraft trockener electrischer Säulen. Von *Donné*.

(Ann. de Chim. et de Phys. T. 42, p. 71.)

Wer die Kraft electrischer trockener Säulen nur einige Zeit hindurch beobachtet hat, wird die Erfahrung gemacht haben, daſs atmosphärische Phänomene darauf einen groſsen Einfluſs nehmen. *Donné* hat es sich zur Aufgabe gemacht, diesen Einfluſs näher zu untersuchen. Er legte das Resultat seiner Beobachtungen der französischen Academie vor, und *Becquerel* erstattete darüber Bericht. Aus diesem Berichte ist das Folgende entnommen, welches zwar zur vollen Erörterung des eigentlichen Fragepunctes noch vieles zu wünschen übrig läſst, aber dessen ungeachtet einer Erwähnung werth ist.

Donné hat seine Aufmerksamkeit vorzüglich auf den Einfluſs der *Luftfeuchtigkeit*, des *Luftdruckes*, der *Temperatur*, der *Electricität* und des *Lichtes* gerichtet.

Die Luftfeuchtigkeit wirkt auf trockene electrische Säulen durch ihr Leitungsvermögen; es mag nun seyn, daſs dadurch dieser Säule ein Theil Electricität entzogen wird, oder indem sie die Ränder der einzelnen Scheiben mit einander in leitende Verbindung setzt, und so die Spannung der Pole vermindert.

Als eine trockene Säule in verdünnte Luft gebracht, und einer ihrer Pole mit der Erde, der andere mit einem Electroskop leitend verbunden war, zeigte sich dieselbe electrische Spannung, wie in der Luft. Dieses kann von zwei Ursachen herrühren, und zwar davon, daſs die Schnelligkeit der Ladung der Säule in verdünnter Luft in einem gröſseren Verhältnisse wächst, als der Electricitätsverlust, oder daſs wegen der geringen Expansivkraft der im Recipienten zurückgebliebenen Luft

die Electricität am Electrometer nur eine geringe Spannung hat. Eigentliche Vergleichungen der Kraft einer Säule bei verschiedenen Barometerständen in der Luft hat *Donné* nicht angestellt.

Die Temperatur schien am meisten unmittelbar und sehr mannigfaltig auf trockene Säulen zu wirken, ihre Wirkung ist aber sehr complicirt. Fast immer steht die Spannung einer Säule mit der Lufttemperatur im geraden Verhältnisse, wie *Donné* aus zweijährigen sehr zahlreichen Beobachtungen deutlich entnehmen konnte; doch steigt die Spannung der Säule nicht alsogleich, wenn die äufsere Temperatur steigt, manchmal beginnt die Zunahme der Kraft erst dann, wenn die Luftwärme wieder abzunehmen anfängt. Doch hängt diese Wirkung der Wärme auch vom vorhergehenden Wärmezustand ab. Schnelle und langsame Änderungen der Lufttemperatur wirken keineswegs auf gleiche Weise, jene können die electrische Spannung auf Null bringen, diese vermögen sie nur zu schwächen. Steigert man die Temperatur innerhalb einiger Stunden um 20° — 24°, so wächst dadurch die Stärke einer Säule nicht merklich. Läfst man sie langsam abkühlen, so verliert die Säule an Kraft, bis sie die Temperatur der Umgebung angenommen hat; nach 24 Stunden hat sie aber ihre alte Kraft wieder erlangt. Bei einer Temperaturerhöhung wird anfangs die Säule und die zusammenhaltenden Seidenfäden nicht gleichmäfsig ausgedehnt, sondern erstere stärker als letztere, und die Platten werden stärker an einander gedrückt, und dadurch ihre Ladung verstärkt. Die Wärme scheint überhaupt mehr die Schnelligkeit der Ladung zu befördern, als die Electricitätsmenge zu vermehren.

Bei der Untersuchung des Einflusses der Electricität auf die Stärke einer trockenen Säule setzt *Donné* voraus, dafs die Spannung an den beiden Polen dersel-

ben im isolirten Zustande gleich Null sey, weil zwei an einem Pole dieser Säule angebrachte Goldplättchen keine Divergenz zeigen. Allein der Berichterstatter bemerkt mit Recht, dafs man nur schliefsen könne, die Electricität des Poles sey nur zu gering, als dafs sie die Goldplättchen in Bewegung setzen könnte, und dafs man aus einer Analogie mit einer Säule mit flüssigen Leitern auf das Daseyn einer electrischen Spannung schliefsen könne. Übrigens hätte sich *Donné* leicht vom Gegentheile überzeugen können, wenn er sich statt der Goldplättchen eines mit einem Multiplicator versehenen *Bohnenberger'*schen Electrometers bedient hätte.

Wurde dem negativen Pole einer trockenen Säule mittelst einer Electrisirmaschine positive Electricität zugeleitet, so stieg, wie natürlich, die Spannung des positiven Poles, weil hier die Säule wie jeder andere Leiter wirkte; aus demselben Grunde mufste die Electricität des negativen Poles geschwächt oder ganz aufgehoben werden, wenn positive Electricität dem positiven Pole zugeleitet wurde. *Donné* wollte diesen Umstand dazu benützen, um die in der Luft befindliche, oder in der Erde durch eine nahe Gewitterwolke erregte Electricität zu erkennen. Ein zu einem vorläufigen Versuche auf gehörige Weise eingerichtetes, sehr empfindliches Electrometer, das mit der Erde in leitender Verbindung stand, gab nicht zweideutige Zeichen von Electricität. Es könnte demnach wohl seyn, dafs ein Theil der Variationen der Stärke einer trockenen Säule von der Electricität der Erde herrühre, jedoch bedarf dieses noch einer weiteren genauen Prüfung.

Das Licht fand *Donné* ohne Wirkung auf eine trockene Säule. Eine Kette aus 50 an einander hängenden Säulen, deren jede aus 1000 Scheiben bestand, war nicht im Stande, eine chemische Wirkung hervorzubringen.

5. Zersetzung des Schwefelalkohols mittelst Electricität. Von *Becquerel.*

(A. a. O. p. 76.)

Man gebe auf Schwefelalkohol in einem Glase eine Auflösung von salpetersaurem Kupfer, die leichter ist als jener und darauf schwimmt, tauche hierauf ein Kupferplättchen in beide Flüssigkeiten, so daſs dadurch eine geschlossene Kette entsteht. Da zersetzt sich Schwefelalkohol und ein Theil des salpetersauren Salzes, es bilden sich viel Krystalle aus Kupferprotoxyd am Metallplättchen, und der Kohlenstoff erscheint an den Wänden des Gefäſses in Form kleiner, metallisch glänzender Blätter.

B. Magnetismus.

1. Einfluſs des Sonnenlichtes auf Erzeugung electrischer und magnetischer Erscheinungen. Von *Barlocci.*

(Bibl. univ. Sept. 1829, p. 11.)

Die *Bibliothèque universelle* enthält einen Auszug aus einer Arbeit des Professors der Physik in Rom, *M. Barlocci*, der im *Giornale Arcadico*, *T.* 41 vorkommt, und folgende merkwürdige Thatsachen enthält:

Ein natürlicher armirter Magnet, der so schwach war, daſs er kaum ein Gewicht von einem Pfund und 6 Unzen römisch (das römische Pfund enthält 339.179 Gramme oder 20 Loth W. G.) tragen konnte, wurde dem directen Sonnenlichte ausgesetzt. Nach 3 Stunden konnte er schon um 2 Unzen mehr, und nach 24 Stunden das Doppelte des vorigen Gewichtes tragen. Ein Magnet von nahe gleicher Kraft erhielt in einem dunklen Locale, dessen Temperatur jener gleich war, welche die Sonnenstrahlen hervorbrachte, keine merkliche Verstärkung.

Ein anderer Magnet, der 5 Pfund, 2 Unzen und 6 Denier tragen konnte, wurde dem Sonnenlichte an einem Tage ausgesetzt, wo der Himmel bewölkt, und die Luft mit Dunst und Schnee erfüllt war; er wurde nicht merklich stärker, während er doch nach zwei darauf folgenden Tagen, wo ihn directe Sonnenstrahlen trafen, auf das doppelte seiner Kraft stieg. Eine längere Dauer der Einwirkung der Sonnenstrahlen konnte seine Kraft nicht mehr weiter steigern.

Der Zuwachs an Kraft, welcher einem Magnete durch den Einfluſs des Sonnenlichtes zu Theil wird, nimmt an feuchten und nebligen Tagen ab, und bei trockenem und heiterem Wetter zu.

Barlocci führt weiter an, daſs er mit einem Apparat, der dem von *Watt* (Zeitschr. Bd. IV., S. 229) gebrauchten, und von ihm Sonnencompaſs genannten Instrumente ähnlich war, bemerkt habe, es werde der Nordpol einer Magnetnadel vom violetten Theil des Farbenbildes abgestoſsen, vom rothen hingegen angezogen.

In Betreff der electrischen Einwirkung des Sonnenlichtes hat *Barlocci* Folgendes bemerkt: Nachdem er vergebens mit den besten Condensatoren und den empfindlichsten Multiplicatoren unzweideutige Zeichen der Electricität mittelst des Lichtes hervorzubringen bemüht gewesen, nahm er seine Zuflucht zu den Froschschenkeln. Zwei mittelst einer Glasröhre isolirte Kupferdrähte wurden so zugerichtet, daſs einer mit dem Rumpfe, der andere mit dem Schenkel des Frosches communicirte. Beide Drähte ragten zu beiden Seiten über den Frosch hinaus, und jeder hatte am anderen Ende eine geschwärzte kupferne Scheibe. Eine dieser Scheiben wurde vom violetten, die andere vom rothen Lichte des Farbenbildes beleuchtet. Da zeigten sich Spuren von Contraction am Frosche, so oft man die anderen zwei

Enden der Drähte vereinigte. Die Stärke dieser Contractionen schien von der gröfseren oder geringeren Lebhaftigkeit des Thieres und von der Luftfeuchtigkeit abzuhängen. Im Dunkeln und aufserhalb des Farbenbildes fand dieses Phänomen nie Statt, auch durch Erwärmen einer der zwei Scheiben oder eines Theiles des Verbindungsdrahtes zwischen dem Nerv und dem Muskel des Frosches liefs sich dieses Phänomen nicht hervorbringen.

2. Über die Einwirkung des Sonnenlichtes auf Magnete. Von *Zantedeschi.*

(Bibl. univ. Nov. 1829, p. 193.)

Ähnliche Erfahrungen, wie jene sind, die der vorhergehende Aufsatz enthält, machte auch *Zantedeschi*, der sich schon seit mehreren Jahren mit den photo-magnetischen Phänomenen abgibt, und mehrere interessante, wenn auch noch einer weiteren Bestätigung bedürfende Versuche über diesen Gegenstand angestellt hat. (Zeitschrift, Bd. VI., S. 321.)

Zantedeschi hat *Barlocci's* Versuche wiederholt, und sie vollkommen bestätiget gefunden. Ein künstlicher Magnet von Hufeisenform, der 13 ½ Unzen trug, erhielt, als er drei Stunden dem directen Sonnenlichte ausgesetzt war, eine Kraft, durch die er um 3 ½ Unzen mehr zu tragen vermochte, ja bei längerer Dauer dieser Einwirkung wuchs seine Kraft so sehr, dafs man ihm mit Erfolg 31 Unzen anhängen konnte. Beim Gebrauche künstlicher Magnete machte er ähnliche Erfahrungen; er bemerkte keine Unterschiede im Erfolge, es mochte der Himmel heiter oder bewölkt seyn. Merkwürdiges erfuhr er über den Einflufs der Oxydation auf die magnetische Kraft des Lichtes. Während ein oxydirter Magnet im Sonnenlichte eine bedeutende Steige-

rung seiner Kraft erleidet, wird ein nicht oxydirter durch dasselbe Mittel geschwächt; jedoch ist diese Schwächung kaum merklich, sobald der Magnet polirt ist, und das Licht wie ein Spiegel zu reflectiren vermag. So z. B. Ein nicht oxydirter Magnet, der 8 Unzen trug, verlor, als er drei Stunden dem Sonnenlichte ausgesetzt war, eine Kraft, die 2 $^1/_2$ Unzen entsprach, während ein anderer oxydirter unter denselben Umständen mehr als noch ein Mal so stark wurde; als aber der erstere spiegelnd gemacht wurde, liefs sich keine Veränderung in seiner Kraft wahrnehmen.

Zantedeschi machte auch einige Versuche über den Einflufs der Beleuchtung eines einzigen Poles eines Magnetes mittelst des concentrirten Sonnenlichtes, und erfuhr bald, dafs es nicht gleichgültig sey, welchen von beiden Polen man den Sonnenstrahlen Preis gibt. Ein Magnet, dessen Nordpol dem Sonnenlichte ausgesetzt ist, wird stärker, er mag oxydirt seyn oder nicht; wird aber sein Südpol ins Licht gebracht, so wird er schwächer, jedoch ist die Schwächung, welche er in diesem Falle erleidet, gröfser als die Verstärkung, welche in jenem zu Theil wird. Bei mehr als 60 Versuchen dieser Art belief sich die Steigerung der magnetischen Kraft auf 1, 2, 3 $^3/_4$ Unzen, während die Verminderung derselben im entsprechenden Falle sich auf 3 $^1/_2$, 5, 5 $^1/_2$ Unzen belauft.

Erkältung unterstützt die Vermehrung des Magnetismus. Das merkwürdigste Factum, das sich *Zantedeschi* bei seinen Versuchen darbot, und von dessen Richtigkeit sich mehrere seiner Freunde überzeugten, ist folgendes:

An Tagen, wo der Himmel leicht und ungleich bewölkt ist, gewinnt der Südpol eines Magnetes, der dem Sonnenlichte ausgesetzt ist, an Kraft, während der Nord-

pol verliert. Am 3. Juni stellte er diesen Versuch zuerst an, und zwar mit dem Südpole, und wiederholte ihn am folgenden Tage um 2 Uhr Nachmittag. Bis um $4\frac{1}{2}$ Uhr war die Sonne nicht durch Wolken verdunkelt, und alle Versuche, die mit verschiedenen Magneten vorgenommen wurden, bestätigten das, was aus dem Vorhergehenden über den Einfluſs des Sonnenlichtes auf Magnete bekannt ist. Nach $4\frac{1}{2}$ Uhr war die Sonne mit einem feinen Wolkenschleier bedeckt, und nun trat von allen Phänomenen das Gegentheil ein.

Übrigens gesteht *Zantedeschi* frei, daſs sich auch einige Anomalien gezeigt haben, die er unter keine Regel zu bringen weiſs. Indessen ist es doch nicht ohne Nutzen, das zu erfahren, was sich ihm bei seinen Versuchen Allgemeines darbot, um es, wenn es an der Zeit seyn wird, zum Behufe einer vollkommen begründeten photo-magnetischen Theorie benützen zu können. Für jetzt scheint es, ungeachtet des Widerspruches Einiger, keinem Zweifel unterworfen zu seyn, daſs es eine photomagnetische Wirkung gebe, deren Gesetze kennen zu lernen als eine der interessantesten und für die gegenwärtige Zeit wichtigsten Aufgaben der Physik angesehen werden muſs.

3. Über magnetische Figuren. Von *Haldat.*

(Ann. de Chim. et de Phys. Tome 42, p. 33.)

Es ist eine alte Erfahrung, daſs ein Magnet feine Eisenfeilspäne, die auf einem über demselben liegenden Papier ausgebreitet sind, zu besondern Figuren anordnet, aus denen sich ein ziemlich treues Bild der Vertheilung der magnetischen Kraft im magnetischen Körper entwerfen läſst.

Diese Figuren sind bis jetzt unter dem Namen magnetischer Figuren bekannt gewesen. Diejenigen aber,

von denen hier die Rede seyn soll, unterscheiden sich von jenen nicht wesentlich; sie haben aber auch ihrer Entstehung und Gestalt nach Ähnlichkeit mit den Figuren auf gewässertem Blech *(moiré métallique)*. Gleichwie diese erzeugt werden, indem man einen heifsen Kolben auf der Rückseite des Bleches in jenen Umrissen herumführt, die dann zum Vorschein kommen sollen, eben so wird auf einem des Magnetismus fähigen Bleche ein Magnetstab herumgeführt, um bestimmte Stellen zu magnetisiren, während andere im natürlichen Zustande verbleiben. So wie in jenem Falle die Figuren durch ein Ätzmittel sichtbar gemacht werden, das die nicht krystallisirten Zinntheile schnell auflöset, ohne die krystallisirten zu afficiren, eben so werden in diesem die magnetischen Stellen durch aufgestreute Eisenfeile sichtbar gemacht.

Um nun solche magnetische Figuren rein hervorzubringen, sind mehrere Rücksichten in Betreff des zu magnetisirenden Körpers, des zum Magnetisiren verwendeten Magnetes etc. nothwendig, und diese lehrt *Haldat* ausführlich, wie folgt:

Nur auf Eisen oder Stahl lassen sich solche Figuren hervorbringen, doch halten sie auf ersterem nicht fest genug, und man ist darum, wenn man sie dauernd und rein erhalten will, auf Stahl beschränkt. *Haldat* braucht gewöhnlich Stahlbleche der Art, wie man sie zu Kürassen verwendet, mit einer Fläche von 2 — 3 Q. Decimeter und 1 — 3 Mill. Dicke. Diese Bleche müssen gut abgescheuert und geschliffen seyn. Man braucht sie nicht zu härten, weil ihre Coincitivkraft ohnehin schon stark genug ist.

Das zu ihrer Erzeugung nöthige Verfahren unterscheidet sich nur wenig von dem beim gewöhnlichen Magnetisiren üblichen. Damit sie recht rein werden, ist

ein starker Magnet nothwendig. Man kann einen aus mehreren Stücken bestehenden, oder einen einfachen Magnetstab wählen, doch ist es nöthig, daſs er am Ende etwas abgerundet sey, wenn die Figuren besonders rein ausfallen sollen, denn nur dann legt sich ein solcher Stab gut an das zu magnetisirende Blech an. Man kann einen oder zwei solche Stäbe zugleich anwenden, und wenn es sich um Erzeugung geradliniger und einfacher Figuren handelt, mehrere Arten der Magnetisirung in Anwendung bringen. Sollen aber die Figuren krummlinig und complicirt seyn, so darf man nur einen Stab brauchen, und mit demselben wie mit einer Feder die verlangten Figuren auf das Blech zeichnen. Auf solche Weise zeichnet man z. B. den Namen einer Person auf das Blech. Streuet man hierauf feine Eisenfeile darauf, so wird dieser Name sichtbar.

Die Anwendung der Eisenfeile auf einem solchen Bleche bietet mehrere Merkwürdigkeiten dar. Die auf dem Plättchen gleichförmig ausgestreuten Eisenstückchen häufen sich an den Grenzen der Schriftzüge so an, daſs sie einen unbedeckten Zwischenraum lassen, und die magnetisirten Stellen des Bleches von den nicht magnetischen trennen. Die Ähnlichkeit zwischen diesen Figuren, unter jenen, von welchen am Eingange die Rede war, und die sich in Eisenfeile auf nicht magnetisirbaren Körpern zeigen, unter welchen ein Magnet liegt, geht ins kleinste Detail. Die Eisenfeile ordnet sich an den Stellen, welche der stärksten magnetischen Kraft entsprechen, strahlenförmig an, und die von den zwei entgegengesetzten Polen ausgehenden unterscheiden sich nicht von einander. Dadurch aber unterscheiden sie sich von den *Lichtenberg*'schen electrischen Figuren, die an ihrer Gestalt die Art der Electricität erkennen lassen, durch welche sie hervorgebracht wurden.

Die magnetischen Figuren kann man auch mittelbar erzeugen, indem man nämlich zwischen dem Magnetstabe und dem Stahlplättchen feste, nicht magnetisirbare Körper anbringt. Dieses ändert an den Figuren nichts, als dafs sie wegen der gröfseren Entfernung des Magnetes vom Blech schwächer erscheinen. Defshalb mufs man auch den Magnetstab auf derselben Stelle öfters hin und her schieben, um hinreichenden Magnetismus zu entwickeln. Für geradlinige Figuren braucht *Haldat* ein Lineal, um sie wieder auf dieselbe Stelle zu bringen, wenn der Zug wiederholt wird. Für krummlinige Züge bedient man sich dünner, gleichförmig dicker Plättchen. Eine Abänderung in der Entfernung des Magnetes vom Bleche bringt nur eine Modification in der Reinheit der Figuren zu Stande.

Wiewohl man solche Figuren leicht mit einem Zuge eines starken Magnetes hervorbringt, ja sogar durch eine blofse Annäherung desselben an das Stahlblech erzeugt, so gelingt ihre Erzeugung doch nicht, wenn man auf das noch nicht magnetische Blech ein schon magnetisirtes legt, und auf diesem selbst mit dem stärksten Magnet die Zeichnung macht. Daraus darf man aber, nach *Haldat*, nicht den Schlufs ziehen, dafs das schon magnetische Blech den Magnetismus nicht durchläfst; denn er erzeugte auf diesem Wege kleine Magnetnadeln.

Wenn man die Eisenfeile mittelst eines Metallsiebes dünn auf das Blech ausbreitet, und mit einigen Oscillationen zu Hülfe kommt, so zeigen sich die magnetischen Figuren alsogleich. Diese Oscillationen erregt man am besten durch Schlagen an den Rand des Plättchens. Dabei hat man sich aber wohl in Acht zu nehmen, dafs man nicht zugleich regelmäfsige Schwingungen erregt, und durch dieselben *Chladni*'sche Klangfiguren erzeugt. Mit einiger Vorsicht lassen sich allerdings beide zugleich hervorbringen, besonders wenn man eine sehr einfache ma-

gnetische und eine sehr complicirte Klangfigur zu erzeugen sucht. Doch ist dieses bloſs ein Gegenstand der Unterhaltung.

Der durch Reiben oder bloſses Annähern eines Magnetes erregte Magnetismus haftet sehr fest. *Haldat* fand die Figuren nach sechs Monaten noch sehr merklich, wiewohl er keines jener Mittel anwendete, wodurch man den Magnetismus starker Stäbe zu erhalten sucht, und man weiſs, daſs starke Magnetstäbe sehr bald viel von ihrer Kraft verlieren. Der Magnetismus würde sich wahrscheinlich mit der Zeit in das ganze Plättchen vertheilen, allein dazu braucht es mehr Zeit, als *Haldat* abwarten konnte, der zur Abänderung seiner Versuche immer wieder das Blech in natürlichen Zustand zurückführen muſste.

Man sollte glauben, daſs sich die magnetischen Figuren vertilgen lieſsen, wenn man sie mit dem entgegengesetzten Pole eines Magnetes nachzeichnete. Allein dieses gelingt nicht, und begründet einen anderen merklichen Unterschied zwischen diesem theilweise angebrachten Magnetismus und dem an unseren Magnetnadeln vorhandenen. Um diese Figuren zu vertilgen, muſs man Temperaturerhöhung anwenden. Soll dadurch einem Stabe der Magnetismus entzogen werden, so muſs man seine Temperatur bis zur Dunkelrothglühhitze erhöhen; allein zur Vertilgung der magnetischen Figuren braucht man das Stahlblech nur über Kohlen strohgelb anlaufen zu lassen. In siedendem Wasser werden sie nicht schwächer, wiewohl man das Blech eine Stunde lang darin lassen mag. Damit sich beim Erhitzen das Blech nicht oxydirt, thut man gut, es zu verzinnen. Will man dann den Magnetismus verschwinden machen, so hat man an dem Schmelzen des Zinnes das Zeichen des rechten Hitzgrades. Um aber dann dem Oxydiren

vorzubeugen, mufs man Zinnstückchen darauf geben, es erhitzen, bis diese schmelzen, und es dann durch Reiben mittelst eines in Öhl getränkten, mit Salmiak bestreuten Werges gleichsam poliren.

Merkwürdig ist ein anderes Verfahren, das *Haldat* anwendet, um den stellenweise erregten Magnetismus wieder aufzuheben, und das in wiederholten und heftigen Vibrationen besteht.

Legt man ein magnetisirtes Blech auf eine Bohle, und schlägt es schnell hinter einander mit einem kleinen hölzernen Hammer, so werden schon nach zwei Minuten, und oft schon früher, die Figuren schwächer, verlieren ihre Regelmäfsigkeit, und verschwinden ganz, wenn man jenes Verfahren 3 — 4 Minuten lang fortsetzt. Schwingungen, wie jene, die einen Schall erregen, sind zu diesem Ende nicht tauglich.

Die Wirksamkeit dieses Mittels zum Behufe der Tilgung des Magnetismus brachte *Haldat* auf den Gedanken, die Reibung überhaupt, wodurch, wie im vorhergehenden Falle, die Theile der Körper verschoben werden, zur Erregung des Magnetismus anzuwenden. Mit einem Magnet geschieht dieses ohnehin, aber der reibende Körper braucht gar nicht magnetisch zu seyn, und man kann durch Reiben mit jedem harten Körper Magnetismus erregen, wie z. B. mit Messing, Kupfer, Zink, Glas, und selbst mit hartem Holz, jedoch gelingt dieses nur in weichem Eisen. Drähte von 1 Decimeter Länge und 1 Mill. Durchmesser werden magnetisch, wenn man sie in horizontaler Richtung zwischen zwei entgegengesetzte Pole zweier Magnetstäbe so legt, dafs diese Pole wegen der zu grofsen Entfernung keinen Magnetismus erregen können, und sie der Länge nach mit einem harten Körper reibt. Durch Winden kann man dem Drahte vorläufig den Magnetismus nehmen, wenn er davon behaftet seyn sollte.

Alle diese Thatsachen sind wohl früher im Einzelnen bekannt gewesen. Daſs Stahl immer an der Berührungsstelle Magnetismus annimmt, und demnach den Grund zu einer partiellen Magnetisirung in sich enthält, worauf die magnetischen Figuren beruhen, ist lange bekannt; daſs man diesen Magnetismus durch Temperaturerhöhung vertilgen könne, eben so wenig neu, und daſs durch eine Erschütterung sowohl der schon vorhandene Magnetismus geschwächt oder aufgehoben, als im entgegengesetzten Falle der Körper für die Einwirkung eines nahen magnetischen Körpers empfänglich gemacht wird, steht fast in allen Lehrbüchern der Naturlehre.

Das Interessanteste an dieser Arbeit ist offenbar die Ausmittelung des Umstandes, daſs die Stellen des Bleches, welche zwischen den Theilen einer magnetischen Figur liegen, vollkommen unmagnetisch sind, und gleichsam die Armaturen der magnetischen Stellen abgeben. Daher erklärt sich auch die Dauer dieser Figuren ohne Anwendung eines besonderen Mittels zur Fixirung des Magnetismus. Überdieſs hat gewiſs für einzelne Leser diese Arbeit *Haldat's* doch einen Werth, indem sie ausser jener neuen Thatsache alles im Zusammenhange darstellt, und durfte nicht übergangen werden, weil es der Zweck dieser Zeitschrift ist, die Arbeiten des Auslandes über physikalische Gegenstände möglichst vollständig aufzunehmen.

C. Physikalische Chemie.

1. Über Erzeugung von Verbindungen der Metalle mit Schwefel, Jod, Brom etc. auf electro-chemischem Wege. Von *Becquerel.*

(Ebend. p. 225.)

In einer früheren Arbeit *Becquerel's*, welche der Leser im sechsten Bande dieser Zeitschrift findet, ist gezeigt worden, wie man schwache electrische Kräfte zur

Erzeugung von krystallisirten Metalloxyden und anderen chemischen Verbindungen anwenden kann. Hier geht derselbe Verfasser darauf aus, auf demselben Wege solche Verbindungen zu Stande zu bringen, welche den im Schoofse der Erde vorhandenen ähnlich sind, und defshalb über die Art des Entstehens dieser Stoffe einigen Aufschlufs geben dürften.

Der Apparat, welchen er brauchte, bestand aus zwei beiderseits offenen Glasröhren, die am untern Ende sehr feinen Thon enthielten, welcher schwach mit einer die Electricität leitenden Flüssigkeit befeuchtet war, über diesem aber jene Flüssigkeiten, aus deren Wirkung auf einander oder auf ein oder zwei darein getauchte Metalle die Electricität hervorgehen sollte. Der electrische Strom wurde dadurch hergestellt, dafs beide Röhren in eine dritte weitere getaucht wurden, welche eine Flüssigkeit enthielt, mit welcher sich erst die in den kleineren Röhren enthaltenen mischen mufsten, bevor eine mit der anderen in Berührung kam. Die Mischung konnte wegen des Thons nur langsam vor sich gehen, und es ward daher der Bildung des beabsichtigten chemischen Productes hinreichende Zeit gelassen.

Die Schwefelmetalle, welche *Becquerel* auf diesem Wege im krystallisirten Zustande zu erhalten suchte, sind die mit Silber, Kupfer, Antimon, Zinn und Eisen gebildeten.

Gibt man in eine der zwei Glasröhren (*a*) eine gesättigte Auflösung von salpetersaurem Silber, in die andere (*b*) eine Schwefelkalihydrat-Auflösung, welche zum Theil schon in der Luft eine Zersetzung erlitten hat, und taucht in jede derselben das Ende eines Drahtes oder Bleches aus reinem Silber, so beginnt bald die Zersetzung des salpetersauren Silbers; das in dasselbe getauchte Silberende, welches der negative Pol der Kette geworden ist, überzieht sich mit metallinischem Silber;

am anderen Ende des Metalles bildet sich Wasser und Schwefelsilber mit einer geringen Menge Schwefelkalium, das sich mit dem vorigen vereiniget. Dieses Doppelsulphurid wird bald, mit Beihülfe des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft, durch die Salpetersäure zersetzt, welche zuletzt am positiven Pole erscheint; es entsteht schwefelsaures Kali, und das Schwefelsilber bleibt unversehrt, weil die geringe Menge von Salpetersäure, welche da erscheint, nicht hinreicht, es anzugreifen. Während diesem verdünstet ein Theil der Flüssigkeit, und es bleibt über dem Thone nur eine teigartige Masse zurück, in deren Mitte Schwefelsilberkrystalle als Octaëder erscheinen, und sich nicht bloſs an das Silberplättchen, sondern auch an die Wände der Glasröhre anlegen. Diese Krystalle sehen den von Natur gebildeten so ähnlich, daſs man sie von denselben nicht unterscheiden kann.

Ersetzt man die salpetersaure Silberauflösung in der Röhre (*a*) durch eine Lösung von salpetersaurem Kupfer, und das Silberplättchen durch ein Kupferplättchen, so erzeugt sich in der Röhre (*b*) ein Doppelschwefelmetall aus Kupfer und Kalium, das in sehr feinen Nadeln krystallisirt, nach und nach aber zersetzt wird, und am Kupferplättchen zwei Millimeter lange Krystalle mit dreieckigen Flächen liefert.

Setzt man die zwei in den Röhren (*a*) und (*b*) enthaltenen Flüssigkeiten mittelst eines Doppelplättchens aus Kupfer und Antimon in leitende Verbindung, so zieht das in der salpetersauren Salzlösung befindliche Kupferende, als der negative Pol der Kette, das metallinische Kupfer an, das Antimonende hingegen und die Wände der Röhre überziehen sich mit einem braunen Niederschlag. Bald darauf bilden sich am Antimon octaëdrische rothe Krystalle und krystallinische Plättchen von derselben Natur, wie jener Niederschlag. Die Krystalle sind im neutralen Schwefelkalihydrat löslich, und

verursachen bei ihrer Auflösung in der Salzsäure eine Entwickelung von Schwefelwasserstoffgas, kurz sie charakterisiren sich als Mineralkermes.

Durch ein ähnliches Verfahren erhält man auch Schwefelzinn in kubischen, metallisch glänzenden Krystallen. Wenn man aber Schwefeleisen erzeugen will, so mufs man, weil dieses durch die vereinte Einwirkung von Luft und Wasser zersetzt wird, die Glasröhre (*b*), welche die Schwefelkalilösung enthält, luftdicht schliessen; aber auch da soll man nicht immer zum Ziele gelangen. Nur zwei Mal gelang es *Becquerel*, an einem Eisenbleche, das sich in der Schwefelkalilösung befand, eine Menge kleiner kubischer Krystalle aus Schwefeleisen zu erhalten, die dem in der Natur vorhandenen Schwefeleisen völlig glichen.

Aus diesem Hergange scheint zu folgen, dafs man, um unlösliche Substanzen in Krystallform zu erhalten, sie nur mit einer löslichen Substanz in Verbindung zu setzen, und hierauf eine sehr langsame Zersetzung einzuleiten brauche. Folgender Versuch wird zur näheren Begründung dieser Behauptung angeführt: Gibt man in eine Glasröhre, die sehr fein zertheilten, und mit einer arseniksauren Kalilösung befeuchteten Thon enthält, eine Auflösung von salpetersaurem Kupfer, so wirken anfänglich nur die zwei Auflösungen an der Fläche auf einander ein, wo sich der Thon und die Silbersalzlösung berühren; nach und nach dringt diese aber in die Thonmasse ein, die Reaction erfolgt hinreichend und daher der Krystallbildung förderlich, und man bemerkt an einem Zwischenraume der Thonkörner Krystalle, die denen von arseniksaurem Kupfer ähnlich sind. Man darf aber, wenn sich jene Doppelsulphuride bilden sollen, nicht zu grofse Glasröhren, und keine, die Electricität zu gut leitende Flüssigkeit anwenden; denn sonst entsteht bei einer zu grofsen Röhre zu viel von jener Dop-

pelverbindung, kann nicht durch die Salpetersäure zersetzt werden, und der ganze Verlauf erfolgt unvollkommen; leitet aber die Flüssigkeit zu gut, so langen der Sauerstoff und die Salpetersäure zugleich am positiven Pole an, und es fehlt an der zur Bildung des beabsichtigten Productes nöthigen Reaction. Aus diesen Gründen kann man manchmal blofs unvollkommene, verworrene Krystalle, oder gar nur unkrystallisirte Massen erhalten.

Da die Verbindungen des Jod mit Metallen nach denselben Gesetzen erfolgen, wie die des Schwefels mit denselben Körpern, so ist es einleuchtend, wie man erstere im krystallisirten Zustande erhalten kann. Man wählt nämlich statt des vorhin gebrauchten Schwefelwasserstoffkali, Jodwasserstoffkali. Mittelst Blei erhält man dann ein Doppeljodid aus Blei und Kalium, das in weissen, sehr feinen Nadeln krystallisirt. Dieses Product erleidet nach und nach eine Zersetzung, welche an der dem Thone nächsten Stelle anfängt; bald zeigen sich octaëdrische Krystalle von goldgelber Farbe und glänzendem Aussehen, welche Bleijodid sind.

Kupfer gibt durch dasselbe Verfahren zuerst ein Doppeljodid in weifsen, nadelförmigen Krystallen, endlich gehen aus der Zersetzung desselben schöne octaëdrische Kupferjodidkrystalle hervor.

Andere Metalle, meint *Becquerel*, werden zu ähnlichen Resultaten führen, und man werde auf diesem Wege auch Brom- und Selenverbindungen hervorbringen können.

2. Verbrennungsversuche mit Kohlengas. Von *Lowry*.

(Phil. Mag. Mai 1829, p. 375.)

Diese Versuche wurden nach des Verfassers Äufserung angestellt zur Ausmittelung der besten Form der

Argand'schen Brenner. Bei jedem derselben gestattete man der Flamme jene Länge, welche nothwendig ist, um das vollkommene Verbrennen des Gases zu bewirken, und die bei jedem Versuche sich entwickelnde Lichtmenge wurde mit dem Lichte verglichen, das ein Brenner von der gewöhnlichen Construction mit einer gewissen Gasmenge und einer bestimmten Flammenhöhe gab.

Das erste Resultat, welches sich dabei zeigte, war folgendes: Je gröfser die Anzahl der ringförmigen Luftzugöffnungen war, desto kleiner war die Gasconsumption; man bemerkte aber hierin keine Änderung, wenn diese Öffnungen einander so nahe standen, dafs die Flammen in einander flossen. Die Versuche wurden mit 5 — 15 ringförmigen Öffnungen angestellt.

Wenn man die Centralöffnung ganz oder theilweise schlofs, so stieg die Flamme bedeutend in die Höhe, nahm aber eine conische Gestalt an, und wurde dunkler; wurde aber diese Öffnung und zugleich die ringförmigen verhältnifsmäfsig verkleinert, so wurde die Flamme licht und cylindrisch.

Durch Verkürzung der gläsernen Zugröhre erhielt man bei demselben Gasquantum mehr Licht, wurde sie aber ganz weggenommen, so nahm die Lichtmenge in dem Verhältnifs der geringeren Gasconsumption ab.

Deckte man die Zugröhre mit einer durchlöcherten Platte, so wuchs die Lichtstärke; und dasselbe war der Fall, wenn man statt dieser Platte eine Röhre nahm, deren Durchmesser dem der Öffnung gleich war. Wurde die Höhe der Zugröhre verdoppelt, so wurde die Flamme um mehr als die Hälfte niederer.

Aus diesen Versuchen folgert der Verfasser, dafs ein bestimmtes Verhältnifs zwischen der Gasmenge und dem Qauntum der ihr zugeführten Luft nothwendig sey. Wird dieses Verhältnifs überschritten, so entwickelt sich nicht alles Licht, welches das Gas liefern kann. An der äus-

sersten Grenze dieses Verhältnisses liegt das Gemenge, welches Knallluft ist, bei welcher eine große Gasmenge in einem Augenblick ohne merkliche Lichtentwickelung verbrennt. Wird zu wenig Luft zugeführt, so wird die Flamme wieder hell, indem ein Theil des Gases unverbrannt entweicht. Aus mehreren vom Verfasser angestellten Versuchen scheint hervorzugehen, daſs der gröſste Lichteffect erzielt wird, wenn die Ausströmungsöffnungen recht zahlreich sind, und mehr groſs als klein, die Centralöffnung hingegen eng ist, und das Glas hinreichend nahe an der Flamme steht. Beide sollen zu einander in dem Verhältnisse stehen, welches der Flamme eine cylindrische Gestalt gestattet. Indeſs gewährt diese Construction nur da Vortheil, wo die Flamme ruhig verbrennen kann. Geräth sie in Bewegung, so schlägt sie an das Glas an, und dieses kommt leicht in Gefahr, zu zerspringen. Darum macht der Verfasser diese Röhren lieber weiter und zugleich kürzer, und vergröſsert dadurch die Luftöffnung.

VIII.

Notiz über das Verhalten der ersten Stahlkettenbrücke über die Donau bei Wien (Carlsbrücke) während des Winters $18\frac{29}{30}$;

von

Ign. Edlem von *Mitis.*

Als die neue Benützung des ungehärteten Stahls zu Ketten für Hängebrücken ins Leben trat, so war mitunter eine der mehreren Einwendungen auch die Besorgniſs über das Verhalten des Stahles bei strenger und anhaltender Kälte. Es wurden von Einigen die oft gemachten Erfahrungen, daſs in der groſsen Kälte Wagen-

axen, Federn und andere aus Stahl angefertigte Instrumente oder Maschinenbestandtheile gesprungen sind, als Beweis angezogen, um die Bedenken zu rechtfertigen, die sich gegen die Verwendung des Stahls zu Kettenbrücken erhoben haben.

Schon als ich meine Beschreibung der ersten Stahlkettenbrücke im verflossenen Jahre 1829 durch den Druck bekannt gemacht habe, war ich bemüht zu zeigen, dafs erstlich diese Gefahr des Springens beim Stahl wesentlich dadurch befördert wird, wenn es gehärteter Stahl ist, der der Kälte ausgesetzt wird, und ferner, dafs auch vorzüglich davon viel abhängt, wie die Kraftäufserung, welche das Springen des Stahls durch ihre Einwirkung auf den daraus gebildeten Körper veranlafst hat, beschaffen ist, das heifst, ob sich diese Kraft durch einen plötzlichen Stofs, Druck, Schlag, oder durch eine ähnliche heftige Bewegung gegen den Stahlstab oder Körper äufsert? — Beide diese in dem Falle einer bedeutenden Kälte allerdings gefährlichen Bedingungen sind aber bei der Kette einer Brücke in der Regel nicht vorhanden, der Stahl ist dabei nicht gehärtet, und Kraftäufserungen der erstgedachten Art müfsten nur aus Muthwillen oder in böser Absicht veranlafst werden, da die eigentliche Bestimmung der Kette blofs allein darin besteht, einem gröfsten Theils gleichförmigen, ruhigen, immerhin durch eine nur nach und nach eintretende Gewichtsvermehrung gröfser werdenden Zuge der auf selbe wirkenden Kräfte zu widerstehen.

Alles dieses habe ich zwar schon in meiner obgedachten Beschreibung des Kettenbrückenbaues gesagt, dem ungeachtet glaube ich aber, dürfte ein Erfahrungsbeweis für den Stahl noch mehr zur Widerlegung der gemachten Einwendungen dienen, als jede noch so richtige theoretische Rechtfertigung der gemachten Stahlverwendung.

Bekanntlich ist dieser Winter durch eine so anhaltende als bedeutende Kälte in ganz Europa nur zu ausgezeichnet, also gewifs geeignet zu beweisen, dafs Stahlketten wegen grofsen Kältengraden nicht unanwendbar sind. Die Carlsbrücke über die Donau hat in diesem Winter mehrmal eine Kälte von 18 — 20° *R.*, besonders

Nachts, ausgestanden, und kein Nagel, viel weniger ein Kettenbestandtheil ist gesprungen.

Die Wirkungen der Zusammenziehung oder Verkürzung der Länge der Ketten sind allerdings eingetreten, und Jenen, welche sich nur dem Augenschein nach davon haben durch Beobachtung überzeugen wollen, sind sie gewifs nicht entgangen, weil sie keineswegs so gering seyn konnten, um sich nicht bemerkbar zu machen.

Nach Versuchen der Herren *La Place*, *Lavoisier*, *Dulong*, *Petit* und einiger anderer Physiker, erleiden starre Substanzen durch Erwärmung vom Eispuncte bis zur Siedhitze, also nach Cels. in 100° des Thermometers, nicht unbeträchtliche Ausdehnungen, und im umgekehrten Falle der Abkühlung auch eine eben so grofse Zusammenziehung; bei ungehärtetem Stahl insbesonders soll nach beiden ersten Obgenannten die lineare Ausdehnung $^1/_{923}$tel der Länge für 100° Cels. betragen.

Hat nun die Kette an der Carlsbrücke in der krummen, über der Brückenbahn schwebenden Länge 52°,83 W. M., und rechnet man die Veränderung von der mittleren Temperatur + 12° *R.* bis zu — 20° *R.*, die heuer an der Donau im Freien gewifs oft Statt gefunden hat, an, so macht das eine Summe von 40° Cels. Temperatursveränderung. Nimmt man nun an, dafs 100° Cels., wie oben gesagt, um $^1/_{923}$tel die Länge verkürzen, so müssen diese 40° eine Verkürzung um $^1/_{2306}$tel der ganzen Kettenlänge hervorgebracht haben.

Dieser Theil ist aber, wie man durch Rechnung leicht finden wird, bei der Kette der Carlsbrücke beiläufig 1'' 7''' W. M.

Erwäget man nun ferner, dafs jede Verlängerung oder Verkürzung der krummen Kettenlinie gleich 1, den Senkungspfeil oder den Kettenbusen circa um $^{10}/_{36}$tel vermehrt oder vermindert, so hat sich die ebene Bahn der Brücke in der Mitte um 5'' 8''' aufwärts biegen oder wölben müssen. Dieses ist doch leicht mit freiem Auge zu bemerken, und beweiset die Wirkung des Frostes zugleich mit der Unschädlichkeit desselben, da sich an der Construction durchaus nichts Nachtheiliges ereignet hat.

IX.

Berichtigung eines Irrthums;

mitgetheilt von

Paul Partsch,

Instructor des kais. Mineralien-Cabinettes.

In dem letzten Hefte der Zeitschrift für Physik und Mathematik (dem zweiten Hefte des siebenten Bandes) theilte Doctor *Lhotsky* eine Nachricht über den Fall eines angeblichen Meteorsteines am Bord eines auf hoher See segelnden Schiffes mit. Ich wurde aufgefordert, Aufklärung darüber zu geben, damit das Factum nicht falsch beurtheilt, und ein Irrthum weiter verbreitet werde.

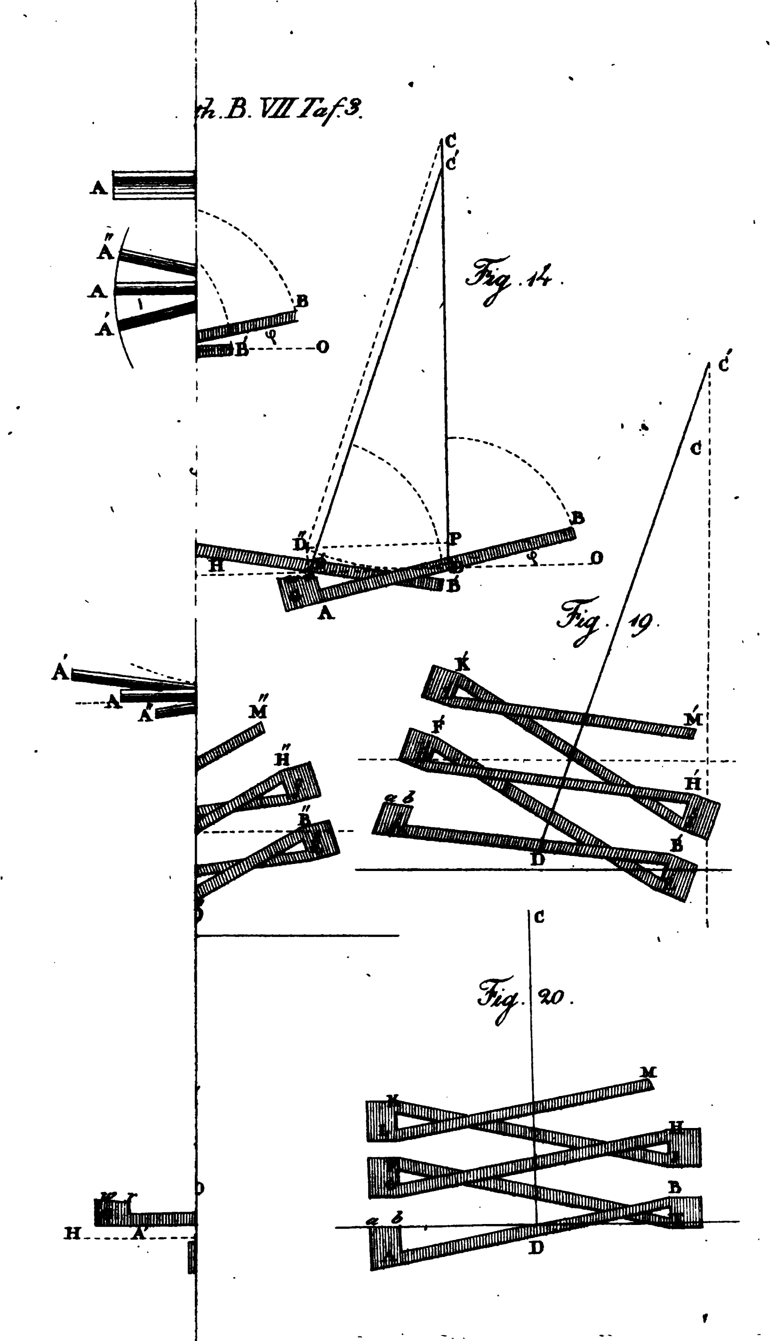
Ich will den Umstand, dafs ein Stein während des Vorüberziehens einer Regenwolke auf das Verdeck des Schiffes fiel, oder mit Heftigkeit über dasselbe rollte, so dafs er in mehrere Stücke zersprang, nicht in Abrede stellen, obwohl Herr *Ritter*, der Überbringer der Nachricht, sich während des starken Platzregens wohl schwerlich auf dem Verdecke befunden haben mag. Wie ein Stein auf einem Schiffe bei hochgehender See in Bewegung und zum Falle, auch ohne Mitwirkung eines muthwilligen Menschen, zu bringen sey, wird wohl leichter zu erklären seyn, als der Fall der wirklichen Meteorsteine. Die Nebenumstände, die den Fall begleiteten, und die alle negativer Art sind, nämlich das Nichtbemerken einer feurigen Erscheinung und einer Detonation im Augenblicke des Fallens, die Kälte und Nässe des herabgefallenen Steines u. s. w. wollen wir nicht berücksichtigen, und uns zur Betrachtung des herabgefallenen Steines wenden, den Herr *Lhotsky* nicht in Augenschein nahm.

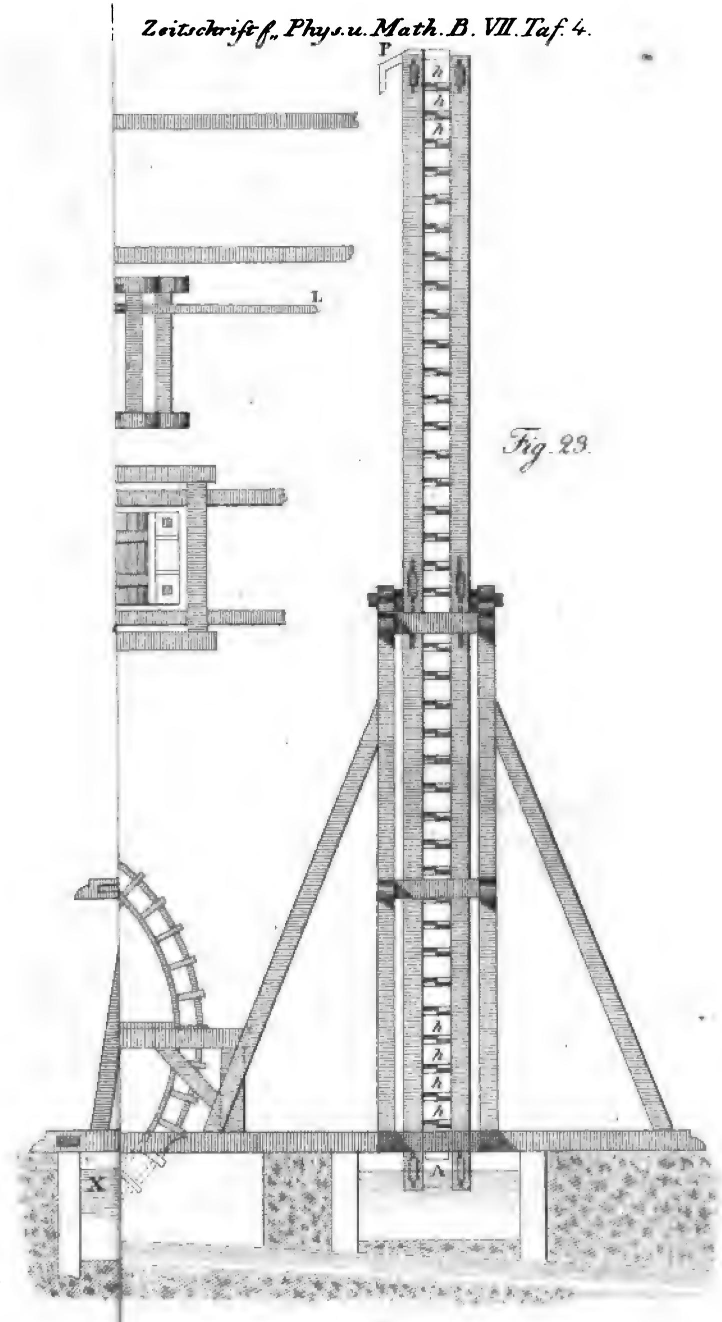
Der Herr Director des k. k. Naturalien-Cabinettes, Regierungsrath von *Schreibers*, verwahrt davon einige Fragmente, welche er vom Herrn *Ritter* erhielt, und die Jedermann, der nur ein Mal einen Meteorstein sah, und die grofse Analogie kennt, welche diese merkwürdigen Körper bei mancher Verschiedenheit in ihrer Zusam-

mensetzung und Structur im Allgemeinen doch zeigen, auf den ersten Anblick für *nicht* meteorischen Ursprungs erklären mufs. Ich nahm schon damals, als Hr. *Ritter* diese Fragmente nach Wien brachte (im Jahre 1821), vom Herrn von *Schreibers* dazu aufgefordert, eine nähere Untersuchung mit ihnen vor. Das Mineral zeigt blätteriges Gefüge, grofskörnige Zusammensetzung, dunkelbraune Farbe, wenig Glanz, und höchst geringe Durchscheinenheit an den Kanten; es spaltet sich nach einem Rhomboëder von 105°, hat eine Härte, die gleich 3 ist, und ein specifisches Gewicht von 2,67. In Säuren löst es sich mit heftigem Brausen leicht auf. Es ist daher Kalkspath, der seine Färbung einer geringen Beimengung von Eisenoxyd verdankt.

Zuvor wir also nicht mit Bestimmtheit erfahren, dafs die Anzahl der Mineral-Species, die als Gemengtheile in den uns von oben zugeworfenen, meteorischen Stein- und Eisenmassen enthalten sind *), vermehrt werden müsse, wollen wir den auf dem Verdecke des Schiffes Escher von Liverpool, Capitän *Smart*, im Jahre 1820, den 5. April, auf offener See, in gleicher Breite mit der Insel Cuba gefallenen Kalkspath noch zu den tellurischen Erzeugnissen rechnen, und demselben seinen Platz in der von dem Hrn. Regierungsrathe von *Schreibers* angelegten Sammlung von Pseudo-Meteorolithen nicht streitig machen. Diefs ist auch Ursache, dafs zur Zeit von dem Vorfalle keine weitere Notiz genommen wurde.

*) Diese sind: Gediegenes Eisen, hexaëdrischer oder prismatischer Eisenkies, Magnetkies, Feldspath oder eigentlich Labrador, Augit und Chysolith.


Fig. 14.
Fig. 19.
Fig. 20.


Zeitschrift f. Phys. u. Math. B. VII. Taf. 4.
P
L
Fig. 23.
X

ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Der hydraulische Balancier in seinem Princip;

dargestellt von

Dr. *Lackerbauer.*

(Beschlufs.)

26. Ist die Maschine diesem gemäfs eingerichtet, so wird der relative Wasserstofs gegen die mit der Geschwindigkeit c ausweichende Schaufel oder die bewegende Kraft

$$\Pi = \frac{\varkappa B \rho C^2}{9\sigma} = \frac{4}{9} P.$$

Und wenn vermöge der Bauart $\varkappa$ als Mittel zwischen ihrem Minimum 1 und Maximum 2, also $\varkappa = \frac{3}{2}$ angenommen werden kann; so ergibt sich auch wegen $\frac{C^2}{\sigma} = 4h$ die bewegende Kraft $\Pi = \frac{2}{3} B h \rho$. Diesen Werth von Π in die schon vorhin gefundenen Gleichungen statt des dortigen Π substituirt, verbindet die Data mit einander, wie die Maschine am vortheilhaftesten construirt wird, auch werden dadurch die Theile der Maschine, da $h = \frac{C^2}{4\sigma}$ und $B = \frac{V}{C}$ ist, mit der Menge Wasser, welche der Canal in einer Secunde schüttet, in Verbindung gebracht.

Übrigens ist die Umlaufzeit des Wasserrades $\mathfrak{T} = \frac{2R\pi}{c}$, die Geschwindigkeit des von Π angegriffenen

Punctes $c = \frac{2 R \pi}{\mathfrak{T}}$, die Anzahl der Umläufe des Rades in einer Minute $N = \frac{60''}{\mathfrak{T}} = \frac{30\, c}{R \pi}$, und die Geschwindigkeit des leidenden Punctes $= (\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta) \frac{c \pi}{45\, \mathfrak{T}}$.

27. Während der leidende Punct mit der Geschwindigkeit $(\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta) \frac{c \pi}{45\, T}$ seinen Bogen $(\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta) \frac{c \pi}{90}$ durchwandert, strömet die Last Wasser $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho$ in der Zeit $T = \frac{\mathfrak{Q}}{0{,}64 \,.\, O V}$ von einer Reihe der Säcke in die entgegengesetzte über, und der Widerstand wandert so von seinem Maximum, wo er gleich $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho$ mehr der gesammten Reibung $= \mathfrak{R}$ mehr y ist, durch sein Minimum über, in welchem er für *Einen* Moment nur mehr $= \mathfrak{R} + y$ ist. In diesem Zeitmomente, in welchem während der Oscillation des Körpers in K die Last $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho$ zu gleichen Theilen auf beiden Seiten der Lothlinie der Maschine vertheilet ist, verschwindet aus allen vorhin aufgestellten Gleichungen der Theil $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \mathfrak{Q} \rho (\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta)$ als gleich Null von der Seite des Widerstandes, und es verbleiben auf derselben, gesetzt in der Gleichung Nro. 23, nur mehr die zwei übrigen Theilmomente $\frac{1}{2} \delta f' D + \frac{1}{2} d F' r \sin. z$, worüber nun das entgegengesetzte Kraftmoment $\Pi \mathfrak{K} D$ eine merkliche Überwucht äufsern würde.

Sobald aber der Widerstand aus dem Puncte (Zeittheilchen) dieses Minimums tritt, nimmt er stettig wieder zu, bis er sein Maximum erreicht hat; nimmt von da wieder ab, und dann wieder zu, u. s. w., so dafs der Widerstand während einer Kurbelumdrehung zwei Mal sein Maximum und zwei Mal sein Minimum durchwandert, und die Curve des Widerstandes als eine in sich zurückkehrende Linie anzunehmen ist, welche

ihre Axe, die Zeitdauer einer Schwingung in den Puncten des Minimum des Widerstandes, schneidet, und deren Semiordinaten den Widerstand angeben, welcher den relativen Abscissen entspricht. Das Maximum des Widerstandes gibt die durch den Mittelpunct der Hauptaxe gehende halbe Queraxe, an die sich die rechts und links derselben zunächst stehenden Semiordinaten reihen. Das Minimum liegt an beiden Enden der Axe in den Durchschnitten mit der Curve, das Medium in den Semiordinaten zwischen beiden. Durch dieses Medium und Minimum des Widerstandes dauert der Ausfluſs des Wassers aus den Leitungsröhren durch jene Zeit $T = \frac{\Omega}{0{,}64 \cdot VO}$, welche in der Beschreibung des Elongationswinkels die durch die Drehungsaxe C gehende Querlinie verwendet, um einen Winkel abwärts, der gleich $x + H$, und einen Winkel zurück aufwärts, der gleich H ist, zu beschreiben, also durch einen Bogen, der gleich $\frac{2H + x}{180} (\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta) \pi$ ist.

28. Während in dieser Bewegung die Hauptlast $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho$, wenn man $\mathfrak{R}$ und y bei Seite setzet, für die bewegende Kraft stufenweise bis auf Null ab-, und dann wieder zunimmt, theilet sich dieselbe in ihrer Ab- und Zunahme in zwei Theile, von denen der erste von der Unterlage der Drehungsaxe in C getragen wird, während der andere am Ende des Hebelarmes $(\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta)$ als Last verbleibt. Beide Theile stehen jedoch mit dem Sinus und Cosinus des Winkels, den die Centrallinie CD in ihrer Schwungbewegung beschreibt, im Verhältnisse, so zwar, daſs immer der Theil $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho \sin. e$ von dem Unterstützungspuncte getragen, der andere Theil $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho \cos. e$ aber von der Kraft zu überwuchten bleibt. Übrigens ist das Moment $\frac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho (\frac{1}{2} l \cos. \varphi + \frac{1}{2} \beta)$ ein

Minimum, sobald $\cos. e = \sqrt{1 - \sin.^2 (\varphi - x)}$, ein Maximum hingegen, wenn $\cos. e = 1$ ist.

Demnach sind, mit Verzicht auf y, für das Medium des Widerstandes die Gleichungen:

$$\Pi' R D = \tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho \cos. e (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta) r \sin. z + \tfrac{1}{2} \delta f' D + \tfrac{1}{2} d F' r \sin. z,$$

$$\Pi' = \frac{\tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho \cos. e (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta) r \sin. z + \tfrac{1}{2} \delta f' D + \tfrac{1}{2} d F'}{R D},$$

in welchen zwar die Reibungen f' und F' von jenen in Nro. 21 und 23 bestimmten in etwas divergiren, aber da einerseits bei geringerer Last auch geringere Kräfte mit in die Bestimmung der Reibung verflochten werden, andererseits aber für eben dieselbe der Theil der Last $\tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho \sin. e$ zu den Gewichten der bewegten Theile M und m zu addiren ist, so kann man die daraus resultirende Reibung so ziemlich gleich der erstern setzen, und also $f' = f$ und $F' = F$ annehmen.

29. Würde man nach dieser Voraussetzung Π nach der obigen Gleichung des Mediums berechnen, so würde es offenbar zu klein ausfallen, sobald $\cos. e$ kleiner als 1 genommen würde; die Hebmaschine würde bei einer Schwingung nicht die ganze geforderte Wassermenge Ω, sondern nur $\Omega \cos. e$ in die Höhe A fördern können; dafür gibt aber auch diese letzte Gleichung zu erkennen, dafs im Vergleich mit der Gleichung Nro. 24 für das Maximum des Widerstandes die Überwucht, welche aus dem Unterschiede der beiden Kräfte $\Pi - \Pi'$ hervorgehet, nämlich

$$\frac{(r \sin. z)\ (1 - \cos. e)\ (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2} \beta)\ \tfrac{1}{2} \mathfrak{M} \Omega \rho}{R D} = p',$$

die disponible Kraft sey, welche die Hindernisse y überwuchte. Dafs sie es seyn müsse, darf der Theoretiker,

nachdem nun andererseits schon aller Widerstand und alle Reibung der Maschine durch die respectiven Kräfte gehoben sind, nur bemerken, dafs die noch übrige veränderliche Kraft p', wenn man alle übrigen Nebenhindernisse aufser der Reibung gleich Null ansehen wollte, frei und ohne Widerstand zu finden, auf den Stofspunct des unterschlächtigen Rades wirken würde, dafs folglich dieses p', welches zwar in dem Maximum des Widerstandes der Maschine $= 0$, von da an aber im Verhältnisse von $(1 - \cos. e) = \sin. \text{vers.}\, e$ zunimmt, in ihrem Medio

$$= \frac{r \sin. \zeta\, (1 - \cos. e)\, (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2}\beta)\, \tfrac{1}{2} \mathfrak{M}\Omega\rho}{RD}$$

ist, und in ihrem Maximo, welches in dem Minimo des Widerstandes eintrifft, für ein Zeittheilchen bis auf

$$\frac{\tfrac{1}{2} \mathfrak{M}\Omega\rho\, (\tfrac{1}{2} l \cos. \varphi + \tfrac{1}{2}\beta)\, r \sin. \zeta}{RD}$$

anwächst, eine Kraft sey, welche in dem unterschlächtigen Rade ein nicht unbedeutendes Drehungsmoment produciren, und dessen Geschwindigkeit stettig vermehren würde (wenn sie selbst auch während jeder halben Kurbelumdrehung von ihrem Maximo wieder bis auf o abnimmt), wenn man von allen Nebenhindernissen y abstrahiren wollte.

30. Um sich dessen zu überzeugen, darf man nur das Drehungsmoment des unterschlächtigen Rades, das gleich der Summe der Producte aus den Elementartheilchen, aus denen das Rad bestehet, multiplicirt mit den Quadraten ihrer Abstände von der Drehungsaxe $= mY^2$ ist, bestimmen, und darnach die Resultate entwickeln, welche sich für die Umdrehungsbeschleunigung $= \frac{\sigma p' R'}{mY^2}$, und nach den Fundamentalgleichungen

$$dS' = c'\,dT',$$

$$dc' = \frac{2\sigma p' R' dT}{mY^2},$$

$$c'dc' = \frac{2\sigma p' R' dS'}{mY^2},$$

$$d(dS) = \frac{2\sigma p R' dT^2}{mY^2}$$

ergeben.

Diese Resultate fallen zwar bei der verschiedenen Vertheilung der Massen und der Zwischenräume, und den verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten, die sich aus der Veränderung oder abwechselnden Zu- und Abnahme des p' ergeben, so verwickelt aus, daſs sie von keinem practischen Nutzen mehr sind. Indessen geben sie doch zu erkennen, daſs zur Erzweckung einer durchaus ganz gleichförmigen Geschwindigkeit des angegriffenen Punctes (wenn eben diese, da sie nicht wesentlich ist, verlangt würde) mit der Maschine ein Regulator in Verbindung gebracht werden müſste, welcher, wenn die Maschine zu geschwinde gehet, den Widerstand vermehrt oder das Schutzbret niedergehen macht, bei zu langsamer Bewegung aber das Schutzbret in die Höhe hebt, oder den vermehrten Widerstand aufhebt, wodurch denn auch den zufälligen Hindernissen der gleichförmigen Bewegung, als da sind: Einfluſs der Witterung auf die Materie, plötzliche Anschwellung des Aufschlagwassers, zufällige mehr oder wenige Aufnahme des Hubwassers, gesteuert wird, und die Hebmaschine in ihrer einmal Nro. 25 erlangten Geschwindigkeit regulirt im Gleichgewichte mit $\frac{1}{2}\mathfrak{M}\Omega\rho + \mathfrak{R} + y$ durchaus sich gleichförmig fortbewegt.

Bei einer Hebmaschine aber, die nur für eine Bewässerungsanstalt construirt wird, halte ich dafür, daſs die Herstellung einer so sich durchaus ganz gleichförmigen Bewegung mit unnöthigen Kosten verbunden ist,

und dafs die in Nro. 25 resultirende, wo die gleichzeitigen Geschwindigkeiten während einer Kurbelumdrehung immer jenen während einer anderen Umdrehung der Kurbel völlig gleich sind, wohl genügend und ohne Nachtheil sey. — Sollte jedoch bei dieser Maschine eine ganz gleichförmig geregelte Bewegung anderer Entzwecke willig erfordert werden, so befinden sich in *Nicholson's* practischem Mechaniker und Manufacturisten einige solcher Regulatoren, die mit geringer Abänderung auch dieser Maschine so angepafst werden können, dafs der angegriffene Punct auch während *einer* Umdrehung des Rades in gleichen auf einander folgenden Zeittheilchen auch ganz gleiche Räume durchlaufe.

31. Man kann diese Maschine auch auf eine andere Weise, die sich von der vorhergehenden dadurch unterscheidet, dafs sie auf dem Wasser schwimmt, und der Elongationswinkel, statt durch Schwingung, durch Verschiebung beschrieben wird, einrichten.

Die Leitungsröhren, welche die Behälter mit einander verbinden, sind krumm, und verhältnifsmäfsig weiter und höher, damit das Wasser, so wie es aus den Röhren in die Behälter überströmet, sogleich wieder aus diesen zum Theil bis in die Mitte der andern Leitungsröhren gegen die Centrallinie vordringen kann. Das Hypomochlium ist bis auf eine gewisse Weite in jedem Sinne beweglich, und es sind der Maschine wasserdichte lange Kesseln, die in einer bemessenen Entfernung von der Centrallinie angebracht sind, beigegeben, deren Bestimmung ist, durch ihre Versenkung ins Wasser, während der Gefällswinkel beschrieben wird, mittelst Ausdrängung einer verhältnifsmäfsigen Menge Wassers der zunehmenden Überwucht des abwechselnd in den Behältern angehäuften Wassers, und dem Aufschwunge der Versenkung das Gleichgewicht zu halten. Sie kön-

nen nach Erfordernifs auch höher und tiefer gestellt werden, um das Eintreten dieses Zeitpunctes auf früher oder später reguliren zu können.

Die Versenkung kann selbst von ihrem Innern heraus, um das in dieselbe allenfalls gesinterte Wasser hinweg zu schaffen, mit einer kleinen darin befestigten Röhrenleitung versehen werden, welche, ohne ihr eine abgesonderte Oscillation zu ertheilen, ihre Dienste thun wird, da ohnediefs durch die Verschiebungen der ganzen Maschine die Röhren und Behälter derselben abwechselnd in die vorgeschriebene geneigte Lage versetzt werden. Ihre Ausgufsmündung befindet sich innerhalb der Hebmaschine, und damit auch von aufsen kein Wasser durch die Ausgufsmündung in dasselbe dringen kann, über die Versenkung erhoben.

Um bei der getroffenen Vorrichtung das Wasser auf diese zweite Art in die Höhe zu fördern, darf nur Nro. 5 die schwimmende Versenkung abwechselnd von *W* gegen *S*, und von *S* gegen *W* zurückgeführt werden, welches ich auf stillstehendem Wasser ohne fernere Berechnung durch eine Kurbelvorrichtung vortheilhaft zu bewirken glaube. Kann aber auch auf mancherlei andere Arten geschehen, von denen ich die Auffindung der besten, nachdem ich auch den Grund zur Maschine auf die zweite Art also gelegt habe, dem Nachdenken und der Practik Anderer überlasse.

II.

Übersicht der meteorologischen Beobachtungen in Wien im Jahre 1829.

(Das Barometer befindet sich 19.946 Wiener Klafter über dem mittleren Spiegel der Donau.)

Barometerstand in P. Z. bei 0° R. in jedem Monate.

1829.	Mittlerer.	Höchster.	Tiefster.	Mittlere monatliche Variation.
Jänner	27.461	27.802	27.060	0.742
Februar . . .	27.676	27.990	27.153	0.837
März	27.496	27.810	26.833	1.077
April	27.299	27.616	26.638	0.978
Mai	27.550	27.840	27.253	0.587
Juni	27.531	27.780	27.181	0.599
Juli	27.540	27.814	27.214	0.600
August	27.569	27.822	27.159	0.663
September .	27.502	27.821	27.048	0.773
October . . .	27.623	27.987	26.788	1.199
November . .	27.638	27.958	27.229	0.729
December . .	27.808	28.254	27.409	0.845
Jährlicher Durchschnitt	27.558	27.874	27.075	0.802

Mittlerer Barometerstand nach den verschiedenen Beobachtungsstunden.

1829.	Um 8 Uhr früh.	Um 3 Uhr Nachmittag.	Um 10 Uhr Abends.
Jänner	27.457	27.454	27.471
Februar . . .	27.674	27.662	27.689
März	27.503	27.491	27.496
April	27.294	27.300	27.304
Mai	27.559	27.543	27.549
Juni	27.534	27.519	27.533
Juli	27.550	27.538	27.534
August	27.573	27.566	27.567
September . . .	27.505	27.488	27.512
October . . .	27.639	27.604	27.625
November . . .	27.643	27.629	27.644
December . . .	27.812	27.798	27.808
Jährlicher Durchschnitt . . .	27.562	27.549	27.561

Barometerstand bei verschiedenen Winden.

Windesrichtung.	Barometerstand.	Anzahl der Beobachtungen, aus denen das Mittel entsprang.
S.	27.547	37
SO.	27.573	184
O.	27.539	59
NO.	27.545	13
N.	27.651	100
NW.	27.609	184
W.	27.531	407
SW.	27.547	37

Temperatur der Luft nach *Réaumur.*

1829.	Mittlere.	Gröſste.	Kleinste.
Jänner . . .	— 2°.87	4°.5	—16°.0
Februar . . .	— 3°.16	6°.4	—10°.5
März	1°.97	13°.0	— 4°.0
April	8°.43	20°.0	+ 1°.0
Mai	11°.05	20°.5	2°.5
Juni	13°.03	23°.2	6°.0
Juli	16°.82	25°.0	9°.5
August . . .	14°.15	24°.0	8°.7
September . .	12°.93	21°.0	7°.2
October . . .	6°.39	17°.0	0°.0
November . .	0°.05	9°.0	— 7°.3
December . .	— 5°.72	— 0°.5	—13°.0
Jährlicher Durchschnitt . . .	6°.09	15°.3	— 1°.3

Temperatur nach den verschiedenen Beobachtungsstunden.

1829.	Um 8 Uhr früh.	Um 3 Uhr Nachmittag.	Um 10 Uhr Abends.
Jänner . . .	— 3°.56	— 1°.77	— 3°.30
Februar . . .	— 4°.29	— 1°.35	— 3°.84
März	+ 0°.26	+ 4°.53	+ 1°.14
April	+ 6°.56	+11°.52	+ 7°.20
Mai	+ 9°.44	+14°.29	+ 9°.43
Juni	11°.68	+15°.76	11°.66
Juli	15°.35	+20°.01	15°.09
August . . .	12°.52	+17°.29	12°.64
September . .	11°.31	15°.72	11°.78
October . . .	5°.06	8°.93	5°.18
November . .	— 0°.68	1°.69	— 0°.86
December . .	— 6°.42	— 4°.67	— 6°.08
Jährlicher Durchschnitt . . .	+ 4°.77	8°.50	+ 5°.34

Beschaffenheit der Atmosphäre.

1829.	Heiter.	Wolken mit Sonnensch.	Trüb.	Nebel.	Regen.	Schnee.	Gewitter.	Herrschender Wind.
Jänner . .	1	8	22	5	1	14	—	W.
Februar .	4	12	12	7	3	10	—	NW. u. WNW.
März . .	3	24	4	11	4	3	—	W. und NW.
April . .	—	23	7	5	12	—	—	W.
Mai . . .	4	25	2	2	17	—	2	NW.
Juni . . .	2	23	5	3	14	—	—	W. u. WNW.
Juli . . .	4	27	—	—	18	—	5	W.
August . .	3	20	8	1	16	—	1	W.
September	—	25	5	10	15	—	3	W. und SO.
October .	6	19	6	11	9	—	—	W. und SO.
November .	—	20	10	13	6	6	—	W.
December .	6	11	4	11	—	12	—	SO.
Jährl. Durchschnitt .	33	237	95	79	115	45	11	W. und SO.

Wenn man diese Ergebnisse mit denen vergleicht, welche sich aus achtjährigen Beobachtungen (Bd. VI., S. 293) im Durchschnitt ergeben, so lernt man den meteorologischen Charakter des Jahres 1829 genauer kennen.

Der mittlere Luftdruck dieses Jahres weicht nur wenig von dem mehrjährigen Mittel ab, jener entspricht nämlich einer Quecksilbersäule von 27.558 P. Z., dieser einer Quecksilbersäule von 27.594 Höhe. Der Unterschied beläuft sich nur auf 0.036 P. Zolle.

Unter den zwölf Monaten gibt der April den kleinsten mittleren Druck, und derselbe Monat hat auch nach dem mehrjährigen Durchschnitte die kleinste mittlere Barometerhöhe; der gröfste mittlere Luftdruck kommt auch in diesem Jahre dem December zu, während nach einem gröfseren Durchschnitte der Februar den gröfsten Luftdruck hat; doch nimmt auch für dieses Jahr der dem Monat Februar entsprechende Luftdruck der Gröfse

nach den zweiten Platz ein. Sonst kommt der Luftdruck des Monats August dem mittleren Luftdrucke am nächsten; im Jahre 1829 fand dieses mit dem Drucke im Monat Mai Statt, jedoch weicht der Druck für August auch nicht stark vom allgemeinen Mittel ab.

Die mittlere monatliche Variation des Luftdruckes ist für das hier in Rede stehende Jahr gröfser, als für einen Durchschnitt aus mehreren Jahren; denn erstere beträgt 0.802 *Z.*, während sich letztere nur auf 0.758 *Z.* erhebt. Im Allgemeinen ist diese Variation in Wien am gröfsten im März, am kleinsten im Juli. In diesem Jahre hatte der October die gröfste, und der Juli die kleinste monatliche Variation; jedoch gehört auch da dem Monat Mai eine der gröfsten Variationen.

Man sieht hieraus, dafs dieses Jahr in Betreff der Änderungen und der Gröfse des Luftdruckes nichts Ausgezeichnetes enthält. Anders verhält es sich mit den Wärmeverhältnissen.

Aus dem achtjährigen Durchschnitte, den wir im Vorhergehenden zum Vergleichungspunct genommen haben, ergibt sich eine mittlere Temperatur von 8°.70 *R.* Das Jahr 1829 hat aber nur eine mittlere Temperatur von 6°.09, blieb also um 2°.61 *R.* unter dem allgemeinen Mittel zurück.

Im Allgemeinen gilt die Regel, dafs die Temperatur des Octobers der mittleren des ganzen Jahres am nächsten kommt, und an diese Regel schliefst sich auch die mittlere Temperatur dieses Jahres an. Die mittlere Temperatur des Aprils, die nach v. *Humboldt* mit der mittleren Jahreswärme nahe zusammenfallen soll, weicht nach dem mehrjährigen Durchschnitte für Wien ziemlich stark von derselben ab, und auch in diesem Jahre ist dieser Unterschied bedeutend.

Aus dem mehrjährigen Durchschnitte habe ich ge-

funden, daſs für Wien sieben Monate des Jahres eine höhere, fünf eine niedere Temperatur haben, als die mittlere Jahrestemperatur beträgt, und daſs daher die Temperatur über dem jährlichen Mittel länger anhält, aber minder von demselben abweicht, als die Temperatur unter dem jährlichen Mittel. In diesem Jahre hat sich diese Regel wieder vollkommen bewährt.

Im Allgemeinen hat in Wien nur der Jänner eine negative mittlere Temperatur, die mittlere Temperatur aller übrigen Monate ist positiv. Das Jahr 1829 macht aber von dieser Regel eine gewaltige Ausnahme, indem drei Monate, nämlich Jänner, Februar und December, eine unter dem Eispuncte stehende mittlere Temperatur hatten.

Die höchste Temperatur des wärmsten Monates (Juli) ist im Allgemeinen gleich 26°.92 R., die niederste des kältesten (Jänner) beträgt — 8°.61. In unserem Jahre hat der wärmste Monat nur die Temperatur 25°, der kälteste die Temperatur — 16° erreicht.

Das Mittel aus den höchsten Temperaturen der einzelnen Monate belauft sich im Allgemeinen in Wien auf 17°.38, das Mittel aus den niedrigsten auf 1°.52. Für das Jahr 1829 ist das Mittel aus den höchsten Temperaturen der einzelnen Monate gleich 15°.3, das Mittel aus den niedrigsten — 1°.3.

Demnach ist das hier in Rede stehende Jahr durch seine besondern Wärmeverhältnisse höchst ausgezeichnet.

III.
Über den optischen Interferenzversuch;

von

A. Baumgartner.

Daſs zwei Lichtstrahlen unter den gehörigen Umständen auf einander einwirken, sich gegenseitig verstärken, schwächen oder gar aufheben können, hat schon *Grimaldi* gekannt, und *Hoock* hat in seiner *Micrographia*, London 1667, die Farben dünner Plättchen aus dieser Einwirkung erklärt. In der neueren Zeit hat diese Modification neuerdings *Th. Young* aus seiner Ansicht über die Natur des Lichtes angenommen. Als es ihm nämlich geglückt war, aus der Zusammensetzung der Bewegung der schwingenden Theile der Schallwellen einige wichtige akustische Phänomene zu erklären (*Phil. transact.* 1800, *p.* 130), versuchte er es, in der Voraussetzung, daſs das Licht in ähnlichen Schwingungen bestehe, wie der Schall, diese Zusammensetzung auch auf Erklärung der Farben dünner oder gestreifter Plättchen anzuwenden.

Das Resultat dieser Arbeit legte er der königlichen Societät der Wissenschaften am 12. November 1801 vor. Sie ist in den *Phil. transact.* für 1802 enthalten, und in *Gilbert's* Annalen, Bd. 39, von Professor *Ludicke* übersetzt. Erst im Jahre 1804 wurde in den *Transactions* für dieses Jahr ein von demselben Gelehrten ausgegangener Beweis des Interferenzprincipes bekannt gemacht. Nach diesem Beweise und den, mit den genauesten Erfahrungen übereinstimmenden Folgerungen aus diesem Principe sah *Young* dasselbe nicht mehr als Hypothese an, und erkannte die Statthaftigkeit desselben unabhän-

gig von der Voraussetzung, durch welche er darauf geleitet wurde. Dieses beweiset eine Stelle in seinem *Cours of lectures on natural philosophy*, dessen erster Band im Jahre 1807 in London herauskam, worin es p. 471 heifst: »Die Genauigkeit, mit welcher sich das allgemeine Princip der Interferenz des Lichtes auf so viele und so verschiedene Erscheinungen in den mannigfaltigsten Umständen anwenden läfst, beweiset dessen Richtigkeit hinreichend *(in the most satisfactory manner)*. Die gänzliche Bestätigung oder Widerlegung der Theorie, aus der es folgt, kann man nur von der Zeit und von Versuchen erwarten, etc.« Der Versuch, durch welchen *Young* das Princip der Interferenz zuerst beweiset, ist heut zu Tage fast allgemein bekannt, und besteht darin, dafs er in einen divergirenden Lichtbüschel, der durch eine kleine Öffnung in ein verfinstertes Zimmer drang, einen Kartenstreifen von $^1/_{30}$ Z. Breite stellte, und die Wirkung betrachtete, welche ein Schirm, den er inner den Grenzen des Schattens jenes Streifens aufstellte, in den Farbensäumen, die dieser Schatten mit sich führte, hervorbrachte.

Das Verschwinden aller Farbensäume, ungeachtet das an der anderen Grenze des Kartenstreifens vorbeigehende Licht in seinem Fortgange durchaus nicht gehindert war, bewies das Entstehen der Farbensäume aus der *Interferenz* der Lichtstrahlen, die am Rande des Streifens, nach *Young's* Ausdruck, inflectirt oder vielmehr diffrangirt werden. Es beruht also dieser Beweis auf der Interferenz des *gebeugten* Lichtes. Die Beugung bewirkte hier nur das Zusammentreffen von Strahlen, die von ihrer Quelle an ungleiche Wege zurückgelegt haben. Es blieb aber noch übrig, dasselbe für Licht zu beweisen, das ohne vorläufige Veränderung sich interferiren konnte, oder das durch *Reflexion* und *Bre-*

chung in dieselben Umstände versetzt ward, in welche es im vorhergehenden Falle durch Beugung kam; besonders wird es wichtig seyn, dieses mit weifsem reflectirtem Lichte zu bewirken, weil man weifs, dafs durch die Reflexion dieses Lichtes allein für sich keine Farbenphänomene erzeugt werden, und daher jede Spur von Färbung in den Strahlen, welche sich nach ihrer Reflexion interferiren, als Wirkung der Interferenz angesehen werden mufs. *Young* hat selbst dieses Phänomen bei Licht hervorgebracht, das durch zwei kleine, einander nahe Öffnungen in ein verfinstertes Zimmer geleitet wurde. Die zwei Öffnungen konnten so weit von einander abstehen, und auch so grofs seyn, dafs das Licht als ungebeugt angesehen werden durfte. Doch war es schwer, die Farbenstreifen rein und deutlich zu erhalten, weil die kleinste Ungleichheit in der Gröfse und Gestalt der zwei Öffnungen einen störenden Einflufs ausübte. Man mufste daher suchen, das Licht von *einer* Öffnung zur Interferenz zu bringen. Dieses leistete *Fresnel*, und sein Versuch verdient als vorzüglichste Stütze des Interferenz-Principes angesehen zu werden. Er besteht bekanntlich darin, dafs er einen von einem physischen Puncte aus divergirenden Strahlenbüschel auf zwei ebene, nur wenig gegen einander geneigte Spiegel fallen läfst. In diesen werden die Strahlen so reflectirt, als kämen sie von zwei vollkommen gleichen, einander sehr nahen, hinter den Spiegeln befindlichen Puncten, und interferiren sich demnach vor den Spiegeln. Dieser Versuch gehört aber zu den delicatesten in der ganzen Optik, und selbst der geübteste Experimentator wird ihn nicht ohne vielfaches Tâtonnement mit Erfolg anzustellen im Stande seyn, wenn er sich nicht einer besonders zu diesem Versuche bestimmten Vorrichtung bedient, welche alle Adjustirungen, die die

Natur des Versuches fordert, schnell und sicher zu vollziehen gestattet. Ich habe den *Fresnel*'schen Versuch unzählige Male vorgenommen, und dabei alle Vorsichtsmafsregeln angewendet, welche dieser ausgezeichnete Gelehrte empfiehlt, war auch so glücklich, das Phänomen, um das es sich handelt, so rein als es die Natur des Verfahrens erlaubt, darzustellen, sah aber zugleich bald ein, dafs es höchst nothwendig sey, zu diesem Behufe ein eigenes Instrument einzurichten, und das Verfahren in etwas abzuändern.

Fresnel läfst das Licht durch einen Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer eindringen, nachdem er demselben durch einen Planspiegel, der mit einem Heliostat in Verbindung stehen kann, eine horizontale Richtung gegeben hat, fängt den Lichtbüschel mittelst einer Convexlinse mit kurzer Brennweite auf, damit derselbe im Brennpuncte der Linse zu einem leuchtenden physischen Puncte vereiniget werde, von welchem nun die Strahlen auf die Spiegel fallen.

Nach dieser Mafsregel können die aus der Interferenz der Strahlen hervorgehenden Farbenstreifen nur die Höhe des Bildes im Brennpuncte der Linse erhalten, und werden weder zum Wahrnehmen, noch weniger aber zum Messen die nöthige Höhe bekommen. Um nun die Farbenstreifen so hoch zu erhalten, dafs sie deutlich gesehen werden können, bringe ich am Fensterladen eine etwa 1 Z. hohe, 1/4 Z. breite Öffnung an, und decke sie mit einem cylindrischen Glase, welches das eindringende Licht in horizontalem Sinne zu einer leuchtenden physischen Linie vereiniget, ohne es in verticalem Sinne abzulenken. Fig. 26 stellt dieses Glas im Längen- und Querdurchschnitte vor.

Die Spiegel, auf welche das von der genannten Lichtlinie her divergirende Licht fällt, und die *Fresnel*

blofs mittelst Wachs auf einen verticalen Träger befestiget, sind mit einer besondern Fassung und mit mehreren Stellschrauben versehen, durch welche sie leicht in die erforderliche Lage gegen einander gebracht werden können. Die Figuren 27, 28 und 29 stellen sie sammt dem Zugehör in halber Gröfse nach drei auf einander senkrechten Durchschnitten dar. Sie bestehen aus schwarzem Glase, sind vollkommen plan, und stossen in *MN* unter einem Winkel zusammen, der wenig von 180° verschieden ist. Die ebene Metallplatte *AB* dient ihnen zur Rückwand. Vier hervorstehende Stifte, wovon in Fig. 27 nur drei, *i*, *k*, *l*, sichtbar sind, haben die Bestimmung zu verhindern, dafs die Spiegel sich nicht längs der Rückwand verschieben können. Dabei werden sie noch durch die hakenförmigen Ansätze *c*, *e*, *f*, *gh* unterstützt, die aber aufser diesem Nebendienste hauptsächlich das zu leisten haben, einen Spiegel an die an der Rückplatte befindliche Feder *r* (Fig. 29), den anderen an die Stifte *t* und *s* anzudrücken. Einer der beiden Spiegel erhält einen völlig unveränderlichen Stand, der andere läfst sich nach zwei auf einander senkrechten Richtungen gegen den ersten bewegen. Dazu dienen die Schrauben *d* und *m* (Fig. 27, 29). Die letztere gestattet den beweglichen Spiegel so zu stellen, dafs die Spiegelflächen beider sich in einer bestimmten Linie schneiden; der erste dient zur Vergröfserung oder Verkleinerung des Winkels, unter welchem beide Spiegelflächen gegen einander geneigt sind.

Fresnel sieht auf die Interferenzstellen mittelst einer convexen Linse hin. Ich bediene mich aber dazu eines guten achromatischen Fernrohres, das in einiger Entfernung von dem Spiegelapparate aufgestellt wird. Ich habe mich überzeugt, dafs das Interferenz-Phänomen an Reinheit und Deutlichkeit ausnehmend gewinnt,

26 *

wenn man die Öffnung des Objectives dieses Fernrohres in verticaler Richtung durch zwei geradlinige Schirme so verengt, daſs etwa nur der Breite nach die Hälfte der ganzen Öffnung übrig bleibt, während dieselbe der Höhe nach unverändert geblieben ist.

Beim Gebrauche dieses Apparates kommt es nun hauptsächlich darauf an, daſs man den Spiegeln die rechte Lage gegen einander und gegen das Fernrohr gibt, und die Entfernungen des Spiegels von der Fensteröffnung und des Fernrohres von den Spiegeln richtig bestimmt.

Die Entfernung der Spiegel vom Fenster mag 4—6 Fuſs betragen, die des Fernrohres von den Spiegeln eben so viel; überhaupt muſs die letztere Entfernung so beschaffen seyn, daſs man im Fernrohre das doppelte Bild der Lichtlinie deutlich sieht. Ist daher die Ocularröhre des Fernrohres lang, und es daher möglich, einen ziemlich nahe gelegenen Punct durch dasselbe deutlich sehen zu können, so kann man diese Entfernung vermindern; bei den gewöhnlichen Fernröhren wird man diese Distanz meistens über 4 F. vergröſsern müssen, weil ihr Ocular nicht so weit vom Objective entfernt werden kann, um das Bild eines nur 8 F. vom Objective abstehenden Körpers in die deutliche Sehweite bringen zu können.

Die Spiegel müssen gegen das an der Fensteröffnung befindliche Glas so gestellt werden, daſs die gerade Linie, in welcher sich ihre spiegelnden Flächen schneiden, mit der Axe des cylindrischen Glases parallel ist; die Stellung der Spiegel gegen das Fernrohr ist dem Zwecke angemessen, wenn man beide Bilder der Lichtlinie im Gesichtsfelde hat.

Stehen diese zwei Bilder zu weit von einander ab, so vermindert man mittelst der Schraube *d* die Neigung

der Spiegel gegen einander, bis die rechte Entfernung der Bilder eingetreten ist. Ist dieses der Fall, so sieht man von jedem Bilde rechts und links einen Lichtstreifen von der Höhe der Lichtlinie ausgehen. Fallen diese Streifen von beiden Öffnungen zwischen zwei parallele Linien, so dafs sie gleichsam einen continuirlichen Streifen bilden, so haben die Spiegel die gehörige Lage gegen einander, widrigenfalls mufs man diese Lage mittelst der Schraube *m* dahin abändern, dafs die Lichtstreifen die genannte Lage erhalten.

Der Apparat ist so, wie er hier beschrieben wurde, von Herrn *Plöfsl* ausgeführt; die Genauigkeit und Reinheit der Arbeit ist dieses ausgezeichneten Künstlers vollkommen würdig. Ein Fernrohr von seiner Hand mit einer Öffnung von einem Zoll, besonders wenn es mit einem astronomischen Aufsatze versehen ist, leistet zur Beobachtung der Wirkung dieses Apparates alles, was man erwarten kann.

IV.

Verallgemeinerung der *Poisson*'schen Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der mittlern Resultate der Beobachtungen in den *Additions à la Connaiss. des tems de* 1827;

von

Dr. *C. Fr. Hauber.*

In dem *Mémoire sur la Probabilité des résultats moyens des Observations* in der *Conn. des tems de* 1827, *p.* 273—302, hat *Poisson* seine Untersuchungen über das vortheilhafteste Resultat aus einer grofsen Anzahl von Beobachtungen und über die Genauigkeit dieses Resultats auf den Fall beschränkt, wo nur *eine* Gröfse gesucht wird. Da man aber hiemit in den Anwendungen nicht ausreicht, so möchte es interessant seyn, diese Untersuchnngen auch auf mehrere zu bestimmende Grössen ausgedehnt zu sehen. Die Fortsetzung jenes *Mémoire*, welche in die *Connoiss. des tems de* 1832 eingerückt ist, enthält die Verallgemeinerung, von der ich hier spreche, nicht. Der früher von *Laplace* in der *Théorie analyt. des Probabilités, Livre II. Chap. IV.*, gegebene Beweis für die Methode der kleinsten Quadrate ist schon bei zwei gesuchten Gröfsen ziemlich weitläufig, statt dafs *Gaufs* in der *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, von andern Principien ausgehend, den Beweis ganz allgemein für irgend eine Anzahl zu bestimmender Gröfsen auf eine kurze und einfache Art geführt hat. Es läfst sich aber durch ein dem *Gaufs*'schen ähnliches Verfahren auch auf den von *Poisson* in dem angeführten *Mém.* (Nro. 9) bewiesenen Satz, welchen ich im Folgenden der Kürze wegen den

Satz A) nennen will, ein allgemeiner Beweis für die Methode der kleinsten Quadrate nebst Bestimmung der Genauigkeit der Resultate gründen, welches auch die Anzahl der gesuchten Gröfsen seyn mag. Übrigens setzt dieser Beweis voraus, was *Laplace* und *Poisson* bei diesen Untersuchungen überall voraussetzen, dafs die Anzahl der Beobachtungen sehr grofs sey.

1) Zur Bestimmung irgend einer Anzahl von gesuchten Gröfsen oder von Correctionen schon nahe bekannter Elemente habe man aus den Beobachtungen die lineären Bedingungsgleichungen erhalten:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon = ax + by + cz + \ldots - \delta, \\ \varepsilon_1 = a_1 x + b_1 y + c_1 z + \ldots - \delta_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varepsilon_n = a_n x + b_n y + c_n z + \ldots - \delta_n, \\ \text{u. s. w.,} \end{array}\right\} \quad (1)$$

wo ε, ε_1, ... ε_n, ... resp. die Fehler der ersten, zweiten, ... $(n+1)^{\text{ten}}$, ... Beobachtung bezeichnen, und wo x, y, z, ... die gesuchten Gröfsen sind. Die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers Δ bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die erste, zweite, ... $(n+1)^{\text{te}}$, ... dieser Beobachtungen gehört, werde resp. durch $\varphi\Delta$, $\varphi_1\Delta$, ... $\varphi_n\Delta$, ... ausgedrückt, und es sey

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta \varphi_n \Delta . d\Delta = K_n, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi_n \Delta . d\Delta = K'_n$$

$$\text{und} \quad \tfrac{1}{2}(K'_n - K_n^2) = h_n^2.$$

Multiplicirt man die Gleichungen (1) resp. mit den Factoren g, g_1, ... g_n, ..., und addirt sie, so erhält man

$$\Sigma g_n \varepsilon_n = x \Sigma g_n a_n + y \Sigma g_n b_n + z \Sigma g_n c_n + \ldots \\ \ldots - \Sigma g_n \delta_n, \quad (2)$$

und nach dem Satze A) ist bei einer grofsen Anzahl von

Beobachtungen die Wahrscheinlichkeit, dafs der wahre Werth von $\Sigma g_n \varepsilon_n$ zwischen den Grenzen

$$\Sigma g_n K_n - 2r\sqrt{\Sigma g_n^2 h_n^2} \quad \text{und} \quad \Sigma g_n K_n + 2r\sqrt{\Sigma g_n^2 h_n^2}$$

liege,

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr,$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen, π die *Ludolph*'sche Zahl, und wo das Integral von $r = 0$ an zu nehmen ist.

Um nun z. B. x zu bestimmen, mufs man die Factoren g, g_1, ... g_n, ... so wählen, dafs in der Gleichung (2) x den Factor 1 erhalte, und y, z, ... eliminirt werden, oder dafs man habe

$$\Sigma g_n a_n = 1, \quad \Sigma g_n b_n = 0, \quad \Sigma g_n c_n = 0, \quad \text{u. s. w.} \quad (3)$$

Ist die Anzahl der Beobachtungen der Anzahl der gesuchten Gröfsen gleich, so werden durch die Gleichungen (3) die Factoren g, g_1, ... g_n, ... völlig bestimmt; ist aber, was wir hier voraussetzen, die Anzahl der Beobachtungen gröfser, als die Anzahl der zu bestimmenden Gröfsen x, y, z ..., so leisten unzählige Systeme von Factoren den Gleichungen (3) Genüge. Nimmt man irgend ein solches System, so ist nach (2)

$$x = \Sigma g_n \varepsilon_n + \Sigma g_n \delta_n,$$

und man erhält einen genäherten Werth von x

$$= \Sigma g_n K_n + \Sigma g_n \delta_n,$$

und die Wahrscheinlichkeit, dafs der in Beziehung auf diesen Werth von x zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen

$$\pm u = \pm 2r\sqrt{\Sigma g_n^2 h_n^2}$$

liege, ist $= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$.

Die vortheilhafteste Bestimmung von x wird dieje-

nige seyn, für welche die Grenzen $\pm u$ des zu befürchtenden Fehlers bei derselben Wahrscheinlichkeit am engsten werden, d. h. bei welcher der Coefficient von r in dem Ausdrucke für u am kleinsten ist. Unter allen Systemen von Factoren $g, g_1, \ldots g_n, \ldots$, welche den Gleichungen (3) Genüge leisten, mufs man also dasjenige wählen, für welches $\Sigma g_n^2 h_n^2$ den kleinsten möglichen Werth erhält. Dieses System findet man auf folgende Art:

Es sey μ ein beliebiger constanter Factor, und man setze

$$\left.\begin{aligned}
X &= \mu \Sigma \frac{a_n}{h_n^2}(\varepsilon_n + \delta_n) = \\
&= x.\mu \Sigma \frac{a_n^2}{h_n^2} + y.\mu \Sigma \frac{a_n b_n}{h_n^2} + z.\mu \Sigma \frac{a_n c_n}{h_n^2} + \ldots \\
Y &= \mu \Sigma \frac{b_n}{h_n^2}(\varepsilon_n + \delta_n) = \\
&= x.\mu \Sigma \frac{b_n a_n}{h_n^2} + y.\mu \Sigma \frac{b_n^2}{h_n^2} + z.\mu \Sigma \frac{b_n c_n}{h_n^2} + \ldots \\
Z &= \mu \Sigma \frac{c_n}{h_n^2}(\varepsilon_n + \delta_n) = \\
&= x.\mu \Sigma \frac{c_n a_n}{h_n^2} + y.\mu \Sigma \frac{c_n b_n}{h_n^2} + z.\mu \Sigma \frac{c_n^2}{h_n^2} + \ldots \\
&\text{u. s. w.}
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Aus diesen Gleichungen suche man durch Elimination $x, y, z \ldots$ unbestimmt durch $X, Y, Z \ldots$ ausgedrückt, so dafs man Gleichungen erhalte von der Form:

$$\left.\begin{aligned}
x &= [\alpha^2]\, X + [\alpha\beta]\, Y + [\alpha\gamma]\, Z + \ldots \\
y &= [\beta\alpha]\, X + [\beta^2]\, Y + [\beta\gamma]\, Z + \ldots \\
z &= [\gamma\alpha]\, X + [\gamma\beta]\, Y + [\gamma^2]\, Z + \ldots \\
&\text{u. s. w.,}
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

und man setze

$$\left.\begin{aligned}\alpha_n &= \mu\frac{a_n}{h_n^2}[\alpha^2] + \mu\frac{b_n}{h_n^2}[\alpha\beta] + \mu\frac{c_n}{h_n^2}[\alpha\gamma] + \ldots\\ \beta_n &= \mu\frac{a_n}{h_n^2}[\beta\alpha] + \mu\frac{b_n}{h_n^2}[\beta^2] + \mu\frac{c_n}{h_n^2}[\beta\gamma] + \ldots\\ \gamma_n &= \mu\frac{a_n}{h_n^2}[\gamma\alpha] + \mu\frac{b_n}{h_n^2}[\gamma\beta] + \mu\frac{c_n}{h_n^2}[\gamma^2] + \ldots\\ &\text{u. s. w.;}\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

so ist vermöge der Gleichungen (4), (5) und (6) unbestimmt

$$x = \Sigma\alpha_n(\varepsilon_n + \delta_n), \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

wo $\varepsilon_n + \delta_n = a_n x + b_n y + c_n z + \ldots$

ist; daraus folgt

$$\Sigma\alpha_n a_n = 1, \quad \Sigma\alpha_n b_n = 0, \quad \Sigma\alpha_n c_n = 0, \quad \text{u. s. w.} \quad (8)$$

Setzt man also $g = \alpha$, $g_1 = \alpha_1$, ... $g_n = \alpha_n$, ..., so leistet dieses Factorensystem den Gleichungen (3) Genüge. Für irgend ein anderes System von Factoren, welche diesen Gleichungen ebenfalls Genüge leisten, ist

$$\Sigma(g_n - \alpha_n)a_n = 0, \quad \Sigma(g_n - \alpha_n)b_n = 0,$$
$$\Sigma(g_n - \alpha_n)c_n = 0, \quad \text{u. s. w.}$$

Wenn man diese Gleichungen resp. mit $[\alpha^2]$, $[\alpha\beta]$, $[\alpha\gamma]$, ... multiplicirt und addirt, so erhält man nach (6)

$$\Sigma(g_n - \alpha_n)\frac{\alpha_n h_n^2}{\mu} = 0$$

oder $\Sigma(2g_n\alpha_n - 2\alpha_n^2)h_n^2 = 0$,

oder, da $2g_n\alpha_n = g_n^2 + \alpha_n^2 - (\alpha_n - g_n)^2$ ist,

$$\Sigma g_n^2 h_n^2 = \Sigma\alpha_n^2 h_n^2 + \Sigma(\alpha_n - g_n)^2 h_n^2.$$

Da nun $\Sigma(\alpha_n - g_n)^2 h_n^2$ immer positiv ist, wenn nicht $g = \alpha$, $g_1 = \alpha_1$, ... $g_n = \alpha_n$, ... ist, so erhält offenbar $\Sigma g_n^2 h_n^2$ seinen kleinsten Werth für $g = \alpha$, $g_1 = \alpha_1$, ... $g_n = \alpha_n$, ...; diefs ist also das vor-

theilhafteste Factorensystem zur Bestimmung von x. Demnach ist der plausibelste Werth von x

$$= \Sigma \alpha_n K_n + \Sigma \alpha_n \delta_n ,$$

und die Wahrscheinlichkeit, dafs der bei dieser Bestimmung von x zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen

$$\pm u = \pm 2r\sqrt{\Sigma \alpha_n^2 h_n^2}$$

liege, ist $= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$.

Eben so sind die plausibelsten Werthe von y, z . . . resp.

$$= \Sigma \beta_n K_n + \Sigma \beta_n \delta_n , \quad \Sigma \gamma_n K_n + \Sigma \gamma_n \delta_n , \ . \ . \ . ,$$

und die Grenzen der bei diesen Bestimmungen zu befürchtenden Fehler mit der Wahrscheinlichkeit

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$$

respective

$$\pm u' = \pm 2r\sqrt{\Sigma \beta_n^2 h_n^2},$$
$$\pm u'' = \pm 2r\sqrt{\Sigma \gamma_n^2 h_n^2},$$

u. s. w.

Man sieht, dafs $\Sigma \alpha_n \delta_n$, $\Sigma \beta_n \delta_n$, $\Sigma \gamma_n \delta_n$, . . . diejenigen Werthe von x, y, z . . . sind, die man aus den Gleichungen (5) erhält, wenn man setzt

$$\mu \Sigma \frac{a_n}{h_n^2} \varepsilon_n = 0, \quad \mu \Sigma \frac{b_n}{h_n^2} \varepsilon_n = 0, \quad \mu \Sigma \frac{c_n}{h_n^2} \varepsilon_n = 0, \text{ u. s. w.,}$$

oder

$$\frac{d . \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{h_n^2}}{dx} = 0, \quad \frac{d . \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{h_n^2}}{dy} = 0, \quad \frac{d . \Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{h_n^2}}{dz} = 0, \text{ u. s. w.,}$$

oder wenn man $\Sigma \frac{\varepsilon_n^2}{h_n^2}$ zu einem *Minimum* macht.

Übrigens ist klar, dafs man, um die plausibelsten

Werthe von x, y, z . . . vermittelst der Gleichungen (4) u. s. w. zu berechnen, nicht die absoluten Werthe von h^2, h_1^2, . . . h_n^2, . . . , sondern nur ihr Verhältnifs zu kennen braucht. Dieses wird aber bekannt seyn, wenn man das Verhältnifs der Genauigkeit der Beobachtungen kennt. Ist nämlich die Wahrscheinlichkeit, dafs bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die erste der vorliegenden Beobachtungen gehört, der Fehler nicht gröfser als Δ sey, eben so grofs, als die Wahrscheinlichkeit, dafs bei Beobachtungen von der Art, zu welcher die zweite, dritte, . . . $(n+1)^{te}$, . . . jener Beobachtungen gehört, der Fehler resp. nicht gröfser als $l_1 \Delta$, $l_2 \Delta$, . . . $l_n \Delta$, . . . sey (d. h. ist die Genauigkeit der Beobachtungen von der ersten, zweiten, dritten, . . . $(n+1)^{ten}$, . . . Art resp. den Zahlen 1, l_1, l_2, . . . l_n, . . . umgekehrt proportional), so ist

$$\int \varphi \Delta . d\Delta = \int \varphi_1 (l_1 \Delta)\, d.(l_1 \Delta) = \int \varphi_2 (l_2 \Delta)\, d.(l_2 \Delta) \ldots, \ldots = \int \varphi_n (l_n \Delta)\, d.(l_n \Delta) \ldots,$$

also

$$\varphi \Delta = l_1 \varphi_1 (l_1 \Delta) = l_2 \varphi_2 (l_2 \Delta) \ldots = l_n \varphi_n (l_n \Delta) \ldots,$$

folglich $K'_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (l_1 \Delta)^2 \varphi_1 (l_1 \Delta)\, d.(l_1 \Delta)$

$$= l_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi \Delta . d\Delta = l_1^2 K'$$

und $K_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (l_1 \Delta)\, \varphi_1 (l_1 \Delta)\, d.(l_1 \Delta)$

$$= l_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta \varphi \Delta . d\Delta = l_1 K,$$

mithin

$$h_1^2 = \tfrac{1}{2}(K'_1 - K_1^2) = \tfrac{1}{2} l_1^2 (K' - K^2) = l_1^2 h^2,$$

und eben so $h_2^2 = l_2^2 h^2$, . . . $h_n^2 = l_n^2 h^2$, u. s. w.

2) Sind die Beobachtungen alle von gleichem Werthe, so ist

$$K = K_1 \ldots = K_n \ldots \text{ und } h^2 = h_1^2 \ldots = h_n^2 \ldots$$

Da μ willkürlich ist, so kann man setzen $\mu = h^2$ oder $\frac{\mu}{h^2} = 1$. Dann ist nach (6)

$$a_n = a_n [\alpha^2] + b_n [\alpha\beta] + c_n [\alpha\gamma] + \ldots;$$

es ist aber nach (8)

$$\alpha a + \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \ldots = 1,$$
$$\alpha b + \alpha_1 b_1 + \alpha_2 b_2 + \ldots = 0,$$
$$\alpha c + \alpha_1 c_1 + \alpha_2 c_2 + \ldots = 0,$$

u. s. w.;

wenn man diese Gleichungen resp. mit $[\alpha^2]$, $[\alpha\beta]$, $[\alpha\gamma]$, u. s. w. multiplicirt und addirt, so erhält man

$$\Sigma\alpha_n^2 = [\alpha^2].$$

Eben so läfst sich beweisen, dafs $\Sigma\beta_n^2 = [\beta^2]$, $\Sigma\gamma_n^2 = [\gamma^2]$ ist, u. s. w.

Hier gehen also die obigen Ausdrücke für x, y, z ... und u, u', u'' ... in folgende über:

$$x = K\Sigma\alpha_n + \Sigma\alpha_n\delta_n, \quad u = 2rh\sqrt{[\alpha^2]},$$
$$y = K\Sigma\beta_n + \Sigma\beta_n\delta_n, \quad u' = 2rh\sqrt{[\beta^2]},$$
$$z = K\Sigma\gamma_n + \Sigma\gamma_n\delta_n, \quad u'' = 2rh\sqrt{[\gamma^2]},$$

u. s. w.

Gewöhnlich setzt man $K = 0$, d. h. man setzt voraus, dafs gleiche positive und negative Fehler der Beobachtungen gleich wahrscheinlich seyen. Unter dieser Voraussetzung erhält man die plausibelsten Werthe von x, y, z ..., wenn man $\Sigma\varepsilon_n^2$ zu einem *Minimum* macht, d. h. wenn man setzt

$$\Sigma a_n\delta_n = x\Sigma a_n^2 + y\Sigma a_n b_n + z\Sigma a_n c_n + \ldots,$$
$$\Sigma b_n\delta_n = x\Sigma b_n a_n + y\Sigma b_n^2 + z\Sigma b_n c_n + \ldots,$$
$$\Sigma c_n\delta_n = x\Sigma c_n a_n + y\Sigma c_n b_n + z\Sigma c_n^2 + \ldots,$$

u. s. w.

Sucht man aus diesen Gleichungen durch Elimination für x, y, z ... Ausdrücke von der Form:

$$x = [\alpha^2] \Sigma a_n \delta_n + [\alpha\beta] \Sigma b_n \delta_n + [\alpha\gamma] \Sigma c_n \delta_n + \ldots,$$
$$y = [\beta\alpha] \Sigma a_n \delta_n + [\beta^2] \Sigma b_n \delta_n + [\beta\gamma] \Sigma c_n \delta_n + \ldots,$$
$$z = [\gamma\alpha] \Sigma a_n \delta_n + [\gamma\beta] \Sigma b_n \delta_n + [\gamma^2] \Sigma c_n \delta_n + \ldots,$$
u. s. w.,

so sind diefs die plausibelsten Werthe von $x, y, z \ldots$, und die Grenzen der in Beziehung auf diese Werthe zu befürchtenden Fehler mit der Wahrscheinlichkeit

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$$

sind resp.

$$\pm 2rh\sqrt{[\alpha^2]}, \quad \pm 2rh\sqrt{[\beta^2]}, \quad \pm 2rh\sqrt{[\gamma^2]}, \ldots,$$

wo $h^2 = \frac{1}{2} K' = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi \Delta \,.\, d\Delta$ ist.

Die Wahrscheinlichkeit, dafs der bei dieser Bestimmung von x zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen $\pm u$ liege, ist

$$= \frac{1}{h\sqrt{[\alpha^2]\pi}} \int e^{-\frac{u^2}{4h^2[\alpha^2]}} du,$$

das Integral von $u = 0$ an genommen.

Der Factor, mit welchem in diesem Ausdrucke u^2 in dem negativen Exponenten von e multiplicirt ist, ist das, was *Laplace* das Gewicht P des Resultats nennt; demnach ist P

für $x = \frac{1}{4h^2[\alpha^2]}$;

eben so für $y = \frac{1}{4h^2[\beta^2]}$,

u. s. w.

Die Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$ wird $= \frac{1}{2}$ für $r = 0.4769363$, also ist der sogenannte wahrscheinliche Fehler der Bestimmung von x

$$= 0.47694 \times 2h\sqrt{[\alpha^2]} = \frac{0.47694}{\sqrt{P}}.$$

Drückt $\psi u . du$ die Wahrscheinlichkeit aus, dafs der Fehler der Bestimmung von x zwischen u und $u + du$ liege, so ist

$$\int \psi u . du = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr \text{ für } u = 2rh\sqrt{[\alpha^2]},$$

$$\text{also } \psi u = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-r^2} . \frac{dr}{du} = \frac{e^{-r^2}}{2h\sqrt{[\alpha^2]\pi}};$$

und der mittlere zu befürchtende Fehler jener Bestimmung in dem Sinne, in welchem *Laplace* diesen Ausdruck gebraucht, ist

$$= \pm \int_0^\infty u \psi u . du = \pm \frac{2h\sqrt{[\alpha^2]}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty r e^{-r^2} dr$$

$$= \pm \frac{h\sqrt{[\alpha^2]}}{\sqrt{\pi}} = \pm \frac{1}{2\sqrt{P\pi}}.$$

Hingegen das Quadrat des mittlern zu befürchtenden Fehlers jener Bestimmung in dem Sinne, in welchem *Gaufs* in der *Theoria combinationis observationum* diesen Ausdruck gebraucht, ist

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} u^2 \psi u . du = \frac{4h^2[\alpha^2]}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 e^{-r^2} dr = 2h^2[\alpha^2],$$

wo $2h^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi \Delta . d\Delta$ das Quadrat des mittlern zu befürchtenden Fehlers einer Beobachtung ist. Da *Gaufs* das Gewicht dem Quadrate des mittlern Fehlers umgekehrt proportional setzt, so ist das Gewicht der Bestimmung von x nach *Gaufs*, das Gewicht einer Beobachtung zur Einheit genommen, $= \frac{1}{[\alpha^2]}$. *Gaufs* hat diefs bewiesen, ohne dazu einen Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers des Resultats zu gebrauchen.

3) Sowohl *Laplace* als *Gaufs* haben als Grundsatz angenommen, dafs die vortheilhafteste Combination der Beobachtungen diejenige sey, bei welcher der mittlere zu befürchtende Fehler des Resultats ein *Minimum* werde; aber in dem Begriffe dieses mittlern Fehlers weichen

sie von einander ab. Will man auf den *Laplace*'schen Begriff des mittlern zu befürchtenden Fehlers einen allgemeinen Beweis für die Methode der kleinsten Quadrate bei einer beliebigen Anzahl zu bestimmender Elemente gründen, so kann man so verfahren: drückt bei irgend einem Systeme von Factoren $g, g_1, \ldots g_n, \ldots$ welche den Gleichungen (3) Genüge leisten, $\psi u \,.\, du$ die Wahrscheinlichkeit aus, dafs der in Beziehung auf den Werth von $x = \Sigma g_n K_n + \Sigma g_n \delta_n$ zu befürchtende Fehler zwischen u und $u + du$ liege, so ist die Wahrscheinlichkeit, dafs der Fehler zwischen den Grenzen $-u$ und $+u$ liege,

$$= \int u \, [\psi u + \psi(-u)] \, du,$$

das Integral von $u = 0$ an genommen. Aber nach dem Satze A) ist diese Wahrscheinlichkeit $= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} \, dr$, wenn man $u = 2r\sqrt{\Sigma g_n^2 h_n^2}$ setzt; folglich ist

$$\psi u + \psi(-u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \, e^{-r^2} \,.\, \frac{dr}{du},$$

und daher $\int_0^\infty u \, [\psi u + \psi(-u)] \, du$, oder der mittlere Werth jenes Fehlers, die Fehler ohne Rücksicht auf das Zeichen genommen,

$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\Sigma g_n^2 h_n^2} \int_0^\infty r e^{-r^2} \, dr = 2 \sqrt{\frac{\Sigma g_n^2 h_n^2}{\pi}}.$$

Damit dieser ein *Minimum* werde, mufs man dasjenige Factorensystem wählen, für welches $\Sigma g_n^2 h_n^2$ den kleinsten möglichen Werth erhält, wie oben.

Überhaupt würde man zu denselben Resultaten gelangen, wenn man als Grundsatz annähme, dafs der mittlere Werth irgend einer Potenz mit einem positiven ganzen Exponenten p (für ein ungerades p die Fehler ohne Rücksicht auf das Zeichen genommen) von dem

bei der Bestimmung jeder der gesuchten Gröfsen zu befürchtenden Fehler zu einem *Minimum* gemacht werden solle. Es ist nämlich, wenn wieder $\psi u \, . \, du$ die Wahrscheinlichkeit ausdrückt, dafs der in Beziehung auf den Werth von $x = \Sigma g_n K_n + \Sigma g_n \delta_n$ zu befürchtende Fehler zwischen u und $u + du$ liege,

$$\int_0^\infty u^p \, [\psi u + \psi(-u)] \, du =$$

$$= \frac{2^{p+1}}{\sqrt{\pi}} (\Sigma g_n^2 h_n^2)^{\frac{p}{2}} \int_0^\infty r^p \, e^{-r^2} \, dr,$$

wo für ein gerades p

$$\int_0^\infty r^p \, e^{-r^2} \, dr = 1 \, . \, 3 \, . \, 5 \, . \, . \, . \, (p-1) \, . \, 2^{-\frac{p}{2}} \, . \, \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

und für ein ungerades p

$$\int_0^\infty r^p \, e^{-r^2} \, dr = \tfrac{1}{2} \times 1 \, . \, 2 \, . \, 3 \, . \, . \, . \left(\frac{p-1}{2}\right) \text{ ist.}$$

In beiden Fällen ist klar, dafs $\int_0^\infty u^p \, [\psi u + \psi(-u)] \, du$ den kleinsten Werth erhält, wenn man die Factoren $g, g_1, \ldots g_n, \ldots$ so wählt, dafs $\Sigma g_n^2 h_n^2$ ein *Minimum* wird.

4) Ich will nun einen Weg zur Bestimmung der Gröfse $K = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta \varphi \Delta \, . \, d\Delta$, welche *Gaufs* den constanten Theil des Fehlers nennt, zu zeigen suchen, vorausgesetzt, dafs die Function $\varphi \Delta$ für alle Beobachtungen, deren Anzahl durch s bezeichnet werden soll, dieselbe sey.

Substituirt man in den ursprünglichen Bedingungsgleichungen (1) für x den Ausdruck $\Sigma \alpha_n (\varepsilon_n + \delta_n)$ aus (7), für y den analogen Ausdruck $\Sigma \beta_n (\varepsilon_n + \delta_n)$, u. s. w., so erhält man

$$\varepsilon_n = a_n \Sigma \alpha_n (\varepsilon_n + \delta_n) + b_n \Sigma \beta_n (\varepsilon_n + \delta_n) + \ldots - \delta_n,$$

oder, wenn λ_n den Werth bezeichnet, den die Function $a_n x + b_n y + \ldots - \delta_n$ erhält, wenn man darin für $x, y \ldots$ die Werthe $\Sigma \alpha_n \delta_n$, $\Sigma \beta_n \delta_n \ldots$ setzt, für welche $\Sigma \varepsilon_n^2$ ein *Minimum* wird,

$$\varepsilon_n = \lambda_n + a_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n + b_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n + \ldots, \quad (9)$$

also $\Sigma \varepsilon_n - \Sigma a_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - \Sigma b_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots = \Sigma \lambda_n$

oder $\Sigma (1 - \alpha_n \Sigma a_n - \beta_n \Sigma b_n - \ldots) \varepsilon_n = \Sigma \lambda_n$.

Aber nach dem Satze A) ist die Wahrscheinlichkeit, daſs der Werth von $\Sigma (1 - \alpha_n \Sigma a_n - \beta_n \Sigma b_n - \ldots) \varepsilon_n$ zwischen

$$K (s - \Sigma a_n \Sigma \alpha_n - \Sigma b_n \Sigma \beta_n - \ldots) \pm \\ \pm 2 r h \sqrt{\Sigma (1 - \alpha_n \Sigma a_n - \beta_n \Sigma b_n - \ldots)^2}$$

liege, $= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr.$

Demnach erhält man einen genäherten Werth von K

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{\Sigma \lambda_n}{s - \Sigma a_n \Sigma \alpha_n - \Sigma b_n \Sigma \beta_n - \ldots} \\ \text{oder } &= \frac{\Sigma a_n \Sigma \alpha_n \delta_n + \Sigma b_n \Sigma \beta_n \delta_n + \ldots - \Sigma \delta_n}{s - \Sigma a_n \Sigma \alpha_n - \Sigma b_n \Sigma \beta_n - \ldots} \end{aligned}\right\} (10)$$

und die Grenzen des in Beziehung auf diesen Werth von K zu befürchtenden Fehlers mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr$ sind

$$= \pm \varrho = \pm \frac{2 r h \sqrt{\Sigma (1 - \alpha_n \Sigma a_n - \beta_n \Sigma b_n - \ldots)^2}}{s - \Sigma a_n \Sigma \alpha_n - \Sigma b_n \Sigma \beta_n - \ldots}. \quad (11)$$

Wendet man diese Ausdrücke auf den Fall an, wo nur *eine* Gröſse x gesucht wird, wo also b_n u. s. w. $= 0$, und $\alpha_n = \frac{a_n}{\Sigma a_n^2}$ ist, so erhält man nach (10)

$$K = \frac{\Sigma \lambda_n \Sigma a_n^2}{s \Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2} = \frac{\Sigma a_n \Sigma a_n \delta_n - \Sigma a_n^2 \Sigma \delta_n}{s \Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}, \quad (12)$$

und nach (11)

$$\pm v = \pm \frac{2rh\sqrt{\Sigma(\Sigma a_n^2 - a_n \Sigma a_n)^2}}{s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}$$

$$= \pm \frac{2rh\sqrt{s(\Sigma a_n^2)^2 - (\Sigma a_n)^2 \Sigma a_n^2}}{s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}$$

$$= \pm \frac{2rh\sqrt{\Sigma a_n^2}}{\sqrt{s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}}.$$

Es ist aber

$$(\Sigma a_n)^2 =$$
$$= \Sigma a_n^2 + 2(a a_1 + a a_2 + \ldots + a a_{s-1} + a_1 a_2 + \ldots \text{etc.}),$$

und wenn man die Summe der Quadrate der Differenzen je zweier der Factoren a, a_1, ... a_n, ... a_{s-1} durch D^2 bezeichnet, so ist

$$D^2 = (s-1)\,\Sigma a_n^2 - 2(a a_1 + a a_2 + \ldots$$
$$\ldots + a a_{s-1} + a_1 a_2 + \ldots \text{etc.}),$$

also $D^2 = s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2$.

Demnach lassen sich die Werthe von K und $\pm v$ auch so ausdrücken:

$$K = \frac{\Sigma \lambda_n \Sigma a_n^2}{D^2} \quad \text{oder} \quad = \frac{\Sigma a_n \Sigma a_n \delta_n - \Sigma a_n^2 \Sigma \delta_n}{D^2},$$

$$\text{und} \quad \pm v = \pm \frac{2rh\sqrt{\Sigma a_n^2}}{D},$$

welche Ausdrücke mit denjenigen übereinstimmen, die *Poisson* in der *Conn. des tems pour* 1827, *p.* 298, auf eine andere Art abgeleitet hat.

Man sieht, daſs diese Bestimmung von K in denjenigen Fällen unbrauchbar ist, wo die Factoren a, a_1, ... a_n, ... einander gleich oder nur wenig von einander verschieden sind.

Substituirt man in dem Ausdrucke für den plausibelsten Werth von x

$$= K\Sigma a_n + \Sigma a_n \delta_n = K\frac{\Sigma a_n}{\Sigma a_n^2} + \frac{\Sigma a_n \delta_n}{\Sigma a_n^2}$$

für K seinen Werth aus der Gleichung (12), so er-

hält man

$$x = \frac{s\Sigma a_n \delta_n - \Sigma a_n \Sigma \delta_n}{s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}.$$

Man kann auch in den ursprünglichen Bedingungsgleichungen zu den gesuchten Gröfsen $x, y, z \ldots$ noch die K als eine unbestimmte Gröfse hinzufügen, die in jeder Bedingungsgleichung ebèn so, wie δ, $\delta_1, \ldots$ $\delta_n, \ldots$ den Factor -1 hat, und z. B. in dem Ausdrucke für x die K eben so, wie $y, z \ldots$ eliminiren (vergl. das erste *Suppl.* zu *Lapl. Théorie anal. des Prob.*, *p.* 20). Die Gleichungen, aus denen die plausibelsten Werthe von K, x, y, u. s. w. durch Elimination abgeleitet werden müssen, sind dann folgende:

$$\Sigma \varepsilon_n = 0, \text{ oder } x\Sigma a_n + y\Sigma b_n + \ldots$$
$$\ldots - sK - \Sigma \delta_n = 0,$$
$$\Sigma a_n \varepsilon_n = 0, \text{ oder } x\Sigma a_n^2 + y\Sigma a_n b_n + \ldots$$
$$\ldots - K\Sigma a_n - \Sigma a_n \delta_n = 0,$$
$$\Sigma b_n \varepsilon_n = 0, \text{ u. s. w.}$$

Hat aufser K noch eine von den gesuchten Gröfsen $x, y \ldots$ in jeder Bedingungsgleichung den Factor 1, so kann diese nicht von K abgesondert bestimmt werden.

Wendet man dieses Verfahren auf den Fall an, wo aufser K nur *eine* Gröfse x gesucht wird, so findet man den plausibelsten Werth von x

$$= \frac{s\Sigma a_n \delta_n - \Sigma a_n \Sigma \delta_n}{s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2},$$

wie oben, und die Grenzen des in Beziehung auf diesen Werth von x zu befürchtenden Fehlers mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int e^{-r^2} dr$

$$= \pm\, 2rh\sqrt{\frac{s}{s\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}};$$

ferner den plausibelsten Werth von K

$$= \frac{\Sigma a_n \Sigma a_n \delta_n - \Sigma a_n^2 \Sigma \delta_n}{s \Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2},$$

wie oben, und die Grenzen

$$\pm v = \pm 2rh \sqrt{\frac{\Sigma a_n^2}{s \Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2}},$$

wie oben.

5) Wie die Gröfse $K' = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi \Delta . d\Delta$ zu bestimmen sey, darüber hat *Gaufs* in der *Theoria comb. obs. art* 37 *seqq.* Untersuchungen angestellt, ohne dabei, wie sonst gewöhnlich geschah, die Fehler der Beobachtungen selbst als bekannt vorauszusetzen; er hat aber angenommen, dafs K oder $\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta \varphi \Delta . d\Delta = 0$ sey. Ich will nun zeigen, wie man einen genäherten Werth von K' oder von $h^2 = \frac{1}{2}(K' - K^2)$ finden könne, wenn man von K schon einen genäherten Werth kennt.

Vermöge der Gleichung (9) hat man

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= \varepsilon - a \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - b \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots, \\ \lambda_1 &= \varepsilon_1 - a_1 \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - b_1 \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \lambda_n &= \varepsilon_n - a_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - b_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots, \\ &\text{u. s. w.} \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Wenn man diese Gleichungen resp. mit λ, λ_1, ... λ_n, ... multiplicirt und addirt, so erhält man

$$\Sigma \lambda_n^2 = \Sigma \lambda_n \varepsilon_n - \Sigma a_n \lambda_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - \Sigma b_n \lambda_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots$$

aber aus der Art, wie λ_n bestimmt worden ist, erhellt, dafs man hat

$$\Sigma a_n \lambda_n = 0, \quad \Sigma b_n \lambda_n = 0, \quad \text{u. s. w.};$$

demnach ist

$$\Sigma \lambda_n^2 = \Sigma \lambda_n \varepsilon_n \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Die Gleichungen (13) resp. mit ε, ε_1, ... ε_n, ... multiplicirt und addirt, geben

$$\Sigma \varepsilon_n \lambda_n = \Sigma \varepsilon_n^2 - \Sigma a_n \varepsilon_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - \Sigma b_n \varepsilon_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots,$$

woraus vermittelst der Gleichung (14) folgt:

$$\Sigma \lambda_n^2 = \Sigma \varepsilon_n^2 - \Sigma a_n \varepsilon_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - \Sigma b_n \varepsilon_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots (15)$$

Je gröfser die Anzahl der Beobachtungen ist, desto eher ist zu erwarten, dafs der wahre zufällige Werth der Function

$$\Sigma \varepsilon_n^2 - \Sigma a_n \varepsilon_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n - \Sigma b_n \varepsilon_n \Sigma \beta_n \varepsilon_n - \ldots \quad (16)$$

von ihrem mittleren Werthe wenig verschieden seyn werde. Es ist aber der mittlere Werth von $\Sigma \varepsilon_n^2 = sK'$. Den mittleren Werth des Products $\Sigma a_n \varepsilon_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n$ erhält man, wenn man in der Entwicklung dieses Products für jedes Quadrat wie ε^2, ε_1^2, ... ε_n^2, ... seinen mittlern Werth $= K'$, und für jedes Product wie $\varepsilon \varepsilon_1$, $\varepsilon \varepsilon_2$, $\varepsilon_1 \varepsilon_2$, ... seinen mittlern Werth $= K^2$ setzt. So findet sich der mittlere Werth von $\Sigma a_n \varepsilon_n \Sigma \alpha_n \varepsilon_n$

$$= K' \Sigma a_n \alpha_n + K^2 (\Sigma a_n \Sigma \alpha_n - \Sigma a_n \alpha_n),$$

oder nach (8)

$$= K' + K^2 (\Sigma a_n \Sigma \alpha_n - 1).$$

Auf ähnliche Art lassen sich die mittlern Werthe der übrigen Producte in der Function (16) ausdrücken; demnach ist der mittlere Werth der Summe dieser Producte, deren Anzahl der Zahl ρ der gesuchten Gröfsen x, y, z ... gleich ist,

$$= \rho K' + K^2 (\Sigma a_n \Sigma \alpha_n + \Sigma b_n \Sigma \beta_n + \ldots - \rho),$$

und daher der mittlere Werth der Function (16)

$$= (s - \rho) K' - K^2 (\Sigma a_n \Sigma \alpha_n + \Sigma b_n \Sigma \beta_n + \ldots - \rho).$$

Die Gleichung (15) gibt also einen genäherten Werth von K'

$$= \frac{1}{s-\rho} [\Sigma \lambda_n^2 + K^2 (\Sigma a_n \Sigma \alpha_n + \Sigma b_n \Sigma \beta_n + \ldots - \rho)], \quad (17)$$

oder einen genäherten Werth von $2h^2$ oder $K' - K^2$

$$= \frac{1}{s-\rho} [\Sigma \lambda_n^2 - K^2 (s - \Sigma a_n \Sigma \alpha_n - \Sigma b_n \Sigma \beta_n - \ldots)]. \quad (18)$$

Für den Fall, wo nur *eine* Gröſse x gesucht wird, gibt die Gleichung (17)

$$K' = \frac{\Sigma\lambda_n^2\,\Sigma a_n^2 + K^2\left[(\Sigma a_n)^2 - \Sigma a_n^2\right]}{(s-1)\,\Sigma a_n^2},$$

und die Gleichung (18)

$$2h^2 = \frac{\Sigma\lambda_n^2\,\Sigma a_n^2 - K^2\left[s\,\Sigma a_n^2 - (\Sigma a_n)^2\right]}{(s-1)\,\Sigma a_n^2}$$

$$= \frac{\Sigma\lambda_n^2\,\Sigma a_n^2 - K^2 D^2}{(s-1)\,\Sigma a_n^2},$$

wo $\Sigma\lambda_n^2\,\Sigma a_n^2 = \Sigma a_n^2\,\Sigma\delta_n^2 - (\Sigma a_n\,\delta_n)^2$ ist.

Setzt man $K = 0$, so verwandeln sich die Gleichungen (17) und (18) in folgende:

$$K' = 2h^2 = \frac{\Sigma\lambda_n^2}{s-\rho},$$

welches der von *Gauſs* gegebene Ausdruck für den genäherten Werth des Quadrats des mittlern Fehlers einer Beobachtung ist.

6) *Laplace* hat im dritten *Supplément à la Théorie analytique des Probab.*, p. 29—36, eine *Méthode générale du calcul des probabilités, lorsqu'il y a plusieurs sources d'erreurs*, gegeben. Er zeigt nämlich, wie die plausibelsten Werthe der gesuchten Gröſsen $x, y, z \ldots$ zu bestimmen seyen, wenn jede von den aus den Beobachtungen abgeleiteten Bedingungsgleichungen, wie $a_n x + b_n y + c_n z + \ldots - \delta_n = 0$, mehreren zufälligen Fehlern ausgesetzt ist, die aus verschiedenen von einander unabhängigen Quellen entspringen, für welche das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler nicht dasselbe ist, und wenn die von jeder Quelle herrührenden Fehler in den Bedingungsgleichungen mit Factoren multiplicirt sind, welche für die verschiedenen Fehlerquellen und für die verschiedenen Gleichungen

verschieden sind. So ist zum Beispiel jede gemessene und wegen der terrestrischen Refraction verbesserte Zenithdistanz eines terrestrischen Objects aus zwei Ursachen fehlerhaft, nämlich wegen der Unsicherheit der Messung selbst, und wegen der Veränderlichkeit der terrestrischen Refraction; der Fehler des angenommenen Refractionscoefficienten wird mit einem Factor multiplicirt, der von der Entfernung des Objects abhängt. Jede Beobachtung am Passageinstrument ist wenigstens zwei zufälligen Fehlern ausgesetzt, weil das Ohr die Schläge der Uhr nicht richtig theilt, und weil das Auge den Durchgang durch den Faden nicht scharf sieht; der letztere Fehler wird mit der Secante der Declination des Sterns multiplicirt. Überhaupt würde diese *Méthode générale* ohne Zweifel in sehr vielen Fällen brauchbar seyn, wenn nicht ihre Anwendung zu mühsam wäre oder es an den erforderlichen *Datis* dazu fehlte. Sind die Factoren, mit denen die Fehler multiplicirt sind, in allen Gleichungen dieselben, so reducirt sich das Verfahren auf die gewöhnliche Methode der kleinsten Quadrate. Ich will nun diesen Gegenstand analog mit dem obigen Beweise für die Methode der kleinsten Quadrate behandeln.

Es sey

$$\left.\begin{array}{l} ax + by + cz + \ldots - \delta = p\varepsilon + p'\varepsilon' \\ a_1x + b_1y + c_1z + \ldots - \delta_1 = p_1\varepsilon_1 + p'_1\varepsilon'_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_nx + b_ny + c_nz + \ldots - \delta_n = p_n\varepsilon_n + p'_n\varepsilon'_n \\ \text{u. s. w.,} \end{array}\right\} \quad (19)$$

wo ε, ε_1, ... die aus der ersten, ε', ε'_1, ... die aus der zweiten Quelle entspringenden zufälligen Fehler, und p, p_1, ... p', p'_1, ... bekannte Factoren sind. (Der Kürze wegen beschränke ich mich auf zwei Feh-

lerquellen, da man von selbst sieht, wie die Untersuchung auf mehrere auszudehnen sey.) Die Function, welche das Gesetz der Wahrscheinlichkeit der Fehler ausdrückt, sey für die erste Quelle $\varphi\Delta$, für die zweite $\varphi'\Delta$, und es sey

$$\varphi\Delta = \varphi(-\Delta), \quad \varphi'\Delta = \varphi'(-\Delta), \quad \text{und}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi\Delta . d\Delta = m^2, \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta^2 \varphi'\Delta . d\Delta = m'^2,$$

also das, was wir oben durch K_n bezeichnet haben, $= 0$, und das, was oben $2h_n^2$ hieſs, in Beziehung auf ε, ε_1, ... $= m^2$ und in Beziehung auf ε', ε'_1, ... $= m'^2$.

Multiplicirt man, um x zu bestimmen, die Gleichungen (19) resp. mit Factoren g, g_1, ... g_n, ..., welche den Gleichungen (3) Genüge leisten, so erhält man

$$x - \Sigma g_n \delta_n = \Sigma g_n p_n \varepsilon_n + \Sigma g_n p'_n \varepsilon'_n .$$

Da die Fehler ε_n und ε'_n u. dgl. von einander unabhängig sind, so kann man hier den Satz A) eben so anwenden, wie wenn diese Fehler verschiedenen Beobachtungen oder Gleichungen zugehörten. Nach diesem Satze ist die Wahrscheinlichkeit, daſs

$$\Sigma g_n p_n \varepsilon_n + \Sigma g_n p'_n \varepsilon'_n ,$$

oder der in Beziehung auf den Werth von $x = \Sigma g_n \delta_n$ zu befürchtende Fehler zwischen den Grenzen

$$\pm\ r\sqrt{2(m^2 \Sigma g_n^2 p_n^2 + m'^2 \Sigma g_n^2 p_n'^2)}$$

liege,

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-r^2} dr,$$

woraus erhellt, daſs man, um x auf's vortheilhafteste zu bestimmen, unter allen Systemen von Factoren, welche den Gleichungen (3) Genüge leisten, dasjenige wählen muſs, für welches $m^2 \Sigma g_n^2 p_n^2 + m'^2 \Sigma g_n^2 p_n'^2$, oder, wenn man

$$p_n^2 + \frac{m'^2}{m^2} p_n'^2 = q_n^2$$

setzt, für welches $\Sigma g_n^2 q_n^2$ den kleinsten möglichen Werth erhält. Die Bestimmung dieses vortheilhaftesten Factorensystems ist offenbar der in Nro. 1) entwickelten ganz analog, wenn man nur q_n^2 statt des dortigen h_n^2, und $p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n$ statt des dortigen ε_n setzt. Eben so verhält es sich mit den übrigen gesuchten Gröſsen $y, z \ldots$ Demnach wird man die plausibelsten Werthe von $x, y, z \ldots$ erhalten, wenn man $\Sigma \frac{(p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n)^2}{q_n^2}$ zu einem *Minimum* macht, d. h. wenn man setzt

$$\Sigma \frac{a_n}{q_n^2}(p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n) = 0, \quad \Sigma \frac{b_n}{q_n^2}(p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n) = 0, \text{ u. s. w.,}$$

$$\text{oder} \quad \Sigma \frac{a_n (p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n)}{m^2 p_n^2 + m'^2 p_n'^2} = 0, \quad \text{u. s. w.,}$$

oder

$$x \Sigma \frac{a_n^2}{q_n^2} + y \Sigma \frac{a_n b_n}{q_n^2} + z \Sigma \frac{a_n c_n}{q_n^2} + \ldots - \Sigma \frac{a_n \delta_n}{q_n^2} = 0,$$

u. s. w.

7) Um diese Methode anwenden zu können, müſste man die Werthe von m^2 und m'^2 oder wenigstens ihr Verhältniſs zu einander kennen. Hat man eine bedeutende Anzahl Gleichungen von der Form (19), in welchen die Factoren, mit denen die Fehler multiplicirt sind, wie p_n, p'_n, dieselben Werthe, z. B. G, G', haben, so läſst sich nach der in Nro. 5) angeführten Methode (das obige $K = 0$ gesetzt) der mittlere Werth des Quadrats des Fehlers einer solchen Gleichung, oder der mittlere Werth von $(G \varepsilon_n + G' \varepsilon'_n)^2$, d. h. (da der mittlere Werth von $\varepsilon_n^2 = m^2$, der mittlere Werth von $\varepsilon_n'^2 = m'^2$, und da unter der Voraussetzung $\varphi\Delta = \varphi(-\Delta)$,

$\varphi' \Delta = \varphi'(-\Delta)$ der mittlere Werth des Products $\varepsilon_n . \varepsilon'_n = 0$ ist) der Werth von $G^2 m^2 + G'^2 m'^2$ näherungsweise bestimmen. Hat man ferner eine bedeutende Anzahl anderer Gleichungen, in welchen jene Factoren dieselben Werthe H, H' haben, so läfst sich eben so der Werth von $H^2 m^2 + H'^2 m'^2$ näherungsweise bestimmen. Ist nun z. B.

$$\left. \begin{aligned} G^2 m^2 + G'^2 m'^2 &= A \\ H^2 m^2 + H'^2 m'^2 &= B \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

gefunden worden, so erhält man hieraus

$$m^2 = \frac{A H'^2 - B G'^2}{G^2 H'^2 - G'^2 H^2},$$

$$m'^2 = \frac{B G^2 - A H^2}{G^2 H'^2 - G'^2 H^2},$$

$$\text{also} \quad \frac{m'^2}{m^2} = \frac{B G^2 - A H^2}{A H'^2 - B G'^2}.$$

Verstatten die durch die Beobachtungen gegebenen Gleichungen noch mehrere den Gleichungen (20) analoge Gleichungen zu bilden, so kann man hieraus m^2 und m'^2 nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmen.

Laplace lehrt ohne die Voraussetzung, dafs in mehreren von den gegebenen Bedingungsgleichungen die Fehler mit denselben Factoren multiplicirt seyen, durch vorläufige Behandlung der Gleichungen nach der gewöhnlichen Methode der kleinsten Quadrate (wo man setzt $x \Sigma a_n^2 + y \Sigma a_n b_n + z \Sigma a_n c_n + \ldots - \Sigma a_n \delta_n = 0$, u. s. w.), m^2 und m'^2 mittelst der Werthe von $\Sigma p_n^2 \lambda_n^2$ und $\Sigma p_n'^2 \lambda_n^2$ näherungsweise bestimmen, wo λ_n den Werth bezeichnet, den die Function $a_n x + b_n y + c_n z + \ldots - \delta_n$ erhält, wenn man für x, y, z . . . ihre nach der Methode der kleinsten Quadrate gefundenen Werthe substituirt. Er setzt dabei $\lambda_n = p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n$. Will man genauer verfahren, so ist eigentlich nach (13), wenn man an die Stelle des obigen ε_n setzt $p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n$, und wenn

α_n, β_n . . . dieselbe Bedeutung haben, wie oben,

$$\lambda_n = p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n - a_n \Sigma \alpha_n (p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n)$$
$$- b_n \Sigma \beta_n (p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n) - \ldots$$

Hieraus folgt

$$\Sigma p_n^2 \lambda_n^2 = \Sigma p_n^4 \varepsilon_n^2 + 2 \Sigma p_n^3 p'_n \varepsilon_n \varepsilon'_n + \Sigma p_n^2 p_n'^2 \varepsilon_n'^2$$
$$- 2 \Sigma a_n (p_n^3 \varepsilon_n + p_n^2 p'_n \varepsilon'_n) \Sigma \alpha_n (p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n)$$
$$+ \Sigma a_n^2 p_n^2 [\Sigma \alpha_n (p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n)]^2$$
$$- 2 \Sigma b_n (p_n^3 \varepsilon_n + p_n^2 p'_n \varepsilon'_n) \Sigma \beta_n (p_n \varepsilon_n + p'_n \varepsilon'_n) + \ldots$$

Substituirt man hier für die Gröfsen $\Sigma p_n^4 \varepsilon_n^2$ u. s. w. ihre mittleren Werthe, was um so eher erlaubt seyn wird, je gröfser die Anzahl der Beobachtungen ist, so erhält man

$$\Sigma p_n^2 \lambda_n^2 = m^2 \Sigma p_n^4 + m'^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2 - 2 m^2 \Sigma p_n^4 a_n \alpha_n$$
$$- 2 m'^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2 a_n \alpha_n + \Sigma p_n^2 a_n^2 (m^2 \Sigma p_n^2 \alpha_n^2 + m'^2 \Sigma p_n'^2 \alpha_n^2)$$
$$- 2 m^2 \Sigma p_n^4 b_n \beta_n - \ldots$$

Eben so findet man

$$\Sigma p_n'^2 \lambda_n^2 = m'^2 \Sigma p_n'^4 + m^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2$$
$$- 2 m'^2 \Sigma p_n'^4 a_n \alpha_n - \ldots$$

Aus diesen zwei Gleichungen lassen sich die Werthe von m^2 und m'^2 durch Elimination bestimmen.

Wenn nur *eine* Gröfse x gesucht wird, so ist

$\alpha_n = \dfrac{a_n}{\Sigma a_n^2}$, also

$$\Sigma p_n^2 \lambda_n^2 = m^2 \Sigma p_n^4 + m'^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2 - 2 m^2 \frac{\Sigma p_n^4 a_n^2}{\Sigma a_n^2}$$
$$- 2 m'^2 \frac{\Sigma p_n^2 p_n'^2 a_n^2}{\Sigma a_n^2} + m^2 \left(\frac{\Sigma p_n^2 a_n^2}{\Sigma a_n^2}\right)^2$$
$$+ m'^2 \frac{\Sigma p_n^2 a_n^2 \, \Sigma p_n'^2 a_n^2}{(\Sigma a_n^2)^2}.$$

In diesem Ausdrucke für $\Sigma \lambda_n^2 p_n^2$ sind die zwei ersten Glieder von der Ordnung s, hingegen die übrigen

von der Ordnnng 1. Demnach wird man, wenn die Anzahl der Beobachtungen sehr grofs ist, setzen können

$$\Sigma p_n^2 \lambda_n^2 = m^2 \Sigma p_n^4 + m'^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2,$$

und eben so

$$\Sigma p_n'^2 \lambda_n^2 = m'^2 \Sigma p_n'^4 + m^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2,$$

woraus folgt

$$m^2 = \frac{\Sigma p_n^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n'^4 - \Sigma p_n'^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2}{\Sigma p_n^4 \Sigma p_n'^4 - (\Sigma p_n^2 p_n'^2)^2}$$

und $$m'^2 = \frac{\Sigma p_n'^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n^4 - \Sigma p_n^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2}{\Sigma p_n^4 \Sigma p_n'^4 - (\Sigma p_n^2 p_n'^2)^2},$$

mithin $$\frac{m'^2}{m^2} = \frac{\Sigma p_n'^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n^4 - \Sigma p_n^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2}{\Sigma p_n^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n'^4 - \Sigma p_n'^2 \lambda_n^2 \Sigma p_n^2 p_n'^2}.$$

V.

Über *Gaufs's* Methode zur näherungsweisen Berechnung bestimmter Integrale;

von

A. v. Ettingshausen.

1.

In der berühmten Abhandlung: »*Methodus nova in-*»*tegralium valores per approximationem inveniendi*,« welche einen Bestandtheil des dritten Bandes der neueren Göttinger Commentationen ausmacht, hat *Gaufs* die numerischen Gleichungen, von deren Wurzeln die zur Anwendung seiner näherungsweisen Integrationsmethode erforderlichen Hülfsgröfsen abhängen, wie auch die numerischen Formen, welche die Beurtheilung des durch

diese Methode erreichten Grades der Genauigkeit vermitteln, durch ein recurrirendes Verfahren, welches die Frucht eines bewunderungswürdigen Kunstgriffes ist, entwickelt; hingegen die independenten Gesetze, welchen die auf diesem Wege zu Stande gebrachten Resultate unterliegen, aus letzteren bloſs durch Induction abstrahirt und angedeutet, wie die Allgemeingültigkeit dieser Gesetze gerechtfertigt werden kann, ohne sich mit einer directen Deduction derselben zu befassen, die daher noch zu wünschen übrig blieb.

Obgleich *Jacobi's* sinnreicher Aufsatz im ersten Bande des *Crelle*'schen mathematischen Journales diesem Wunsche durch eine, aus einem neuen Gesichtspuncte unternommene Betrachtung des Gegenstandes vollkommen Genüge leistet; so dürfte es doch nicht überflüssig seyn, zu zeigen, daſs die erwähnten Gesetze auch auf dem von *Gauſs* im 16ten Artikel der oben angeführten Abhandlung betretenen, aber mit den Worten: »*Attamen* »*hunc modum, qui calculos continuo molestiores adducit,* »*hic ulterius non persequemur*« wieder verlassenen Wege ohne Schwierigkeit gewonnen werden können, wenn man die Auflösung der hier sich darbietenden Gleichungen des ersten Grades mit mehreren Unbekannten auf die gewöhnliche Weise, jedoch so vornimmt, daſs das Bildungsgesetz der durch Elimination dieser Unbekannten entstehenden Gleichungen ohne Zwang in die Augen fällt. Ich will daher diesem Zwecke gegenwärtige Blätter widmen.

2.

Das von *Gauſs* gelehrte Verfahren, die Werthe bestimmter, d. i. zwischen gegebenen Grenzen zu nehmender, Integrale näherungsweise zu finden, ist durch eine allgemeine Ansicht der von *Newton* hiezu vorgeschlage-

nen Methode, nach welcher auch die von *Cotes* berechneten Formeln eingerichtet sind, entstanden. Diese Methode besteht, erwähnter allgemeiner Ansicht gemäfs, darin, an die Stelle der in einem zwischen gegebenen Grenzen darzustellenden Integral $\int F(x)\,dx$ erscheinenden Function $F(x)$, die niedrigste ganze rationale Function $\varphi(x)$, deren Werthe für gewisse Werthe der Variablen x mit den correspondirenden Werthen von $F(x)$ übereinstimmen, zu setzen, also das auf die vorgeschriebenen Grenzen sich beziehende Integral $\int \varphi(x)\,dx$ näherungsweise für $\int F(x)\,dx$ gelten zu lassen.

Sind die m Zahlen $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ diejenigen Werthe der veränderlichen Gröfse x, in Bezug auf welche die Gleichung $F(x) = \varphi(x)$ bestehen soll, so wird, wenn man

$$(x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)\ldots(x-a_m) = \psi(x),$$

$$\frac{d\psi(x)}{dx} = \psi'(x) \quad \text{und} \quad \frac{\varphi(x)}{(x-a_r)\,\psi'(a_r)} = X_r$$

setzt, die niedrigste ganze rationale Function, welche man für $\varphi(x)$ nehmen kann, *Lagrange's* bekannter Formel gemäfs, durch den Ausdruck

$$X_1 F(a_1) + X_2 F(a_2) + X_3 F(a_3) + \ldots + X_m F(a_m)$$

angegeben.

Es sey nun, mit Rücksicht auf die der Integration vorgeschriebenen Grenzen:

$$\int X_1\,dx = R_1,\ \int X_2\,dx = R_2,\ \ldots\ \int X_m\,dx = R_m,$$

so hat man

$$\int \varphi(x)\,dx = R_1 F(a_1) + R_2 F(a_2) + \ldots + R_m F(a_m).$$

Die Coefficienten R_1, R_2, etc. hängen von der Beschaffenheit der Function $F(x)$ nicht ab, sondern werden blofs durch die Werthe der Gröfsen $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ und durch die Integrationsgrenzen bestimmt. Da das

Integral $\int F(x)\,dx$ von $x = a$ bis $x = b$ genommen denselben Werth erhält, welchen das Integral

$$\frac{b-a}{\beta-\alpha}\int F\left(a + \frac{b-a}{\beta-\alpha}(x-\alpha)\right)dx$$

zwischen den Grenzen $x = \alpha$ und $x = \beta$ annimmt, so kann man die Integrationsgrenzen für alle Fälle nach Belieben festsetzen, und daher, sobald über die Werthe von $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ verfügt worden ist, die Coefficienten R_1, R_2, etc. ein für alle Mal berechnen und zu künftigem Gebrauche in Tabellen bringen.

Cotes liefs die Zahlen $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ eine arithmetische Progression bilden, deren erstes Glied mit der einen und deren letztes Glied mit der anderen der beiden Integrationsgrenzen zusammenfällt. Es ist klar, dafs bei dieser Annahme, die übrigens die einfachste ist. welche man zu erdenken vermag, der zwischen den Integralen $\int F(x)\,dx$ und $\int \varphi(x)\,dx$ bestehende Unterschied durch Steigerung der Anzahl m oben angeführter Zahlen, wie auch immer die Function $F(x)$ beschaffen seyn mag, so klein gemacht werden kann, als man will. Da aber bei derselben Anzahl der Gröfsen a_1, a_2, $a_3, \ldots a_m$ der Betrag des Unterschiedes

$$\int F(x)\,dx - \int \varphi(x)\,dx$$

sich ändert, wenn die Werthe, welchen man diesen Gröfsen beigelegt hat, verändert werden, so dringt sich die Frage auf, ob nicht, wenigstens in so ferne die Form der Function $F(x)$ gewissen Bedingungen entspricht, die Werthe von $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ so vortheilhaft gewählt werden können, als es, ohne in die specielle Beschaffenheit der Function $F(x)$ einzudringen, nur immer möglich ist. Diefs leistete *Gaufs* in der oben angeführten Abhandlung durch Betrachtungen, welche im Wesentlichen mit den hier nachfolgenden übereinstimmen.

3.

Es sey die Function $F(x)$ von der Art, dafs weder sie selbst, noch einer ihrer Differenzialquotienten

$$\frac{dF(x)}{dx},\ \frac{d^2F(x)}{dx^2},\ \frac{d^3F(x)}{dx^3},\ \ldots$$

für $x=0$ unendlich grofs ausfällt. Diese Function wird sich bei dieser Beschaffenheit nach den steigenden Potenzen der Variablen x mit ganzen positiven Exponenten entwickeln lassen, so, dafs man

$$F(x) = K_0 + K_1 x + K_2 x^2 + K_3 x^3 + \ldots$$
$$\ldots + K_r x^r + F_r(x)$$

hat, wobei $F_r(x)$ die auf das Glied $K_r x^r$ folgende Ergänzung der Reihe $K_0 + K_1 x + K_2 x^2 +$ etc. zu dem Werthe von $F(x)$ vorstellt.

Bezeichnet man die niedrigsten ganzen rationalen Functionen von x, deren Werthe für $x = a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots a_m$ mit jenen der Functionen x^r und $F_r(x)$ übereinstimmen, durch $\omega_r(x)$ und $\varphi_r(x)$, so ist offenbar

$$\varphi(x) = K_0 + K_1\omega_1(x) + K_2\omega_2(x) + K_3\omega_3(x) + \ldots$$
$$\ldots + K_r\omega_r(x) + \varphi_r(x).$$

Aber $\omega_r(x)$ ist nothwendig der Rest, welchen man erhält, wenn man x^r durch das Product

$$(x-a_1)(x-a_2)\ldots\ldots(x-a_m)$$

nach dem gewöhnlichen Divisionsverfahren so lange theilt, als es angeht, ohne im Quotienten Potenzen von x mit negativen Exponenten zu erzeugen, daher mufs $\omega_r(x)$, sobald die ganze positive Zahl r kleiner ist als m, mit x^r einerlei seyn, und man findet

$$F(x) - \varphi(x) =$$
$$= K_m[x^m - \omega_m(x)] + K_{m+1}[x^{m+1} - \omega_{m+1}(x)] + \ldots$$
$$\ldots + K_r[x^r - \omega_r(x)] + F_r(x) - \varphi_r(x).$$

Es sey, der Einfachheit der künftigen Untersuchungen wegen, das Integral $\int F(x)\,dx$ zwischen den Grenzen $x=0$ und $x=1$ zu nehmen, denn andere Grenzen werden, wie bereits oben bemerkt worden ist, leicht auf diese zurückgeführt, so haben wir, wenn wir alle Integrationen auf genannte Grenzen beziehen, und allgemein $\frac{1}{r+1} - \int \omega_r(x)\,dx = L_r$ setzen:

$$\int F(x)\,dx - \int \varphi(x)\,dx = K_m L_m + K_{m+1} L_{m+1} + \ldots$$
$$\ldots + K_r L_r + \int \big(F_r(x) - \varphi_r(x)\big)\,dx.$$

4.

Es ist der in 2. gegebenen Formel gemäſs

$$\int \omega_r(x)\,dx = R_1 a_1^r + R_2 a_2^r + R_3 a_3^r + \ldots + R_m a_m^r,$$

mithin

$$L_r = \frac{1}{r+1} - R_1 a_1^r - R_2 a_2^r - R_3 a_3^r - \ldots - R_m a_m^r,$$

$$L_{r+1} = \frac{1}{r+2} - R_1 a_1^{r+1} - R_2 a_2^{r+1} - R_3 a_3^{r+1} - \ldots$$
$$\ldots - R_m a_m^{r+1},$$

$$L_{r+2} = \frac{1}{r+3} - R_1 a_1^{r+2} - R_2 a_2^{r+2} - R_3 a_3^{r+2} - \ldots$$
$$\ldots - R_m a_m^{r+2},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$L_{r+m} = \frac{1}{r+m+1} - R_1 a_1^{r+m} - R_2 a_2^{r+m} - R_3 a_3^{r+m} - \ldots$$
$$\ldots - R_m a_m^{r+m}.$$

Man setze

$$\psi(x) = (x-a_1)(x-a_2)(x-a_3)\ldots(x-a_m)$$
$$= x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + A_3 x^{m-3} + \ldots + A_m,$$

so findet man, wenn man die so eben aufgestellten Gleichungen der Reihe nach mit A_m, A_{m-1}, A_{m-2}, ... A_1, 1 multiplicirt und sodann addirt, die Gleichung

$$L_{r+m} + A_1 L_{r+m-1} + A_2 L_{r+m-2} + \ldots + A_m L_r =$$
$$= \frac{1}{r+m+1} + \frac{A_1}{r+m} + \frac{A_2}{r+m-1} + \ldots + \frac{A_m}{r+1}.$$

Diese dient, wenn man erwägt, daſs die Werthe von L_0, L_1, L_2, ... L_{m-1} jederzeit der Nulle gleich sind, zur stufenweisen Berechnung von L_m, L_{m+1}, L_{m+2}, etc., sobald die Werthe von a_1, a_2, a_3, ... a_m, und durch diese die Werthe von A_1, A_2, A_3, ... A_m festgesetzt sind.

5.

Man kann die Werthe von a_1, a_2, a_3, ... a_m dergestalt einrichten, daſs die Gröſsen L_m, L_{m+1}, L_{m+2}, ... L_{2m-1} verschwinden. Hiezu wird, wie man aus 4. ersieht, erfordert, daſs die m Gleichungen

$$\frac{1}{m+1} + \frac{A_1}{m} + \frac{A_2}{m-1} + \ldots + \frac{A_{m-1}}{2} + A_m = 0$$
$$\frac{1}{m+2} + \frac{A_1}{m+1} + \frac{A_2}{m} + \ldots + \frac{A_{m-1}}{3} + \frac{A_m}{2} = 0$$
$$\frac{1}{m+3} + \frac{A_1}{m+2} + \frac{A_2}{m+1} + \ldots + \frac{A_{m-1}}{4} + \frac{A_m}{3} = 0$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\frac{1}{2m} + \frac{A_1}{2m-1} + \frac{A_2}{2m-2} + \ldots + \frac{A_{m-1}}{m+1} + \frac{A_m}{m} = 0$$

Statt finden. Dieselben geben unmittelbar die Werthe von A_1, A_2, A_3, ... A_m, und aus denselben folgen durch Auflösung der Gleichung

$$\psi(x) = x^m + A_1 x^{m-1} + A_2 x^{m-2} + A_3 x^{m-3} + \ldots$$
$$\ldots + A_m = 0$$

die Werthe von a_1, a_2, a_3, ... a_m.

Um die Auflösung der obigen m Gleichungen mit Leichtigkeit zu Stande zu bringen, schreiben wir B_1 statt A_m, B_2 statt A_{m-1}, B_3 statt A_{m-2}, und allgemein B_r statt A_{m-r+1}, so daſs diese Gleichungen die Formen

$$B_1 + \tfrac{1}{2} B_2 + \tfrac{1}{3} B_3 + \tfrac{1}{4} B_4 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{m} B_m + \frac{1}{m+1} = 0,$$

$$\tfrac{1}{2} B_1 + \tfrac{1}{3} B_2 + \tfrac{1}{4} B_3 + \tfrac{1}{5} B_4 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{m+1} B_m + \frac{1}{m+2} = 0,$$

$$\tfrac{1}{3} B_1 + \tfrac{1}{4} B_2 + \tfrac{1}{5} B_3 + \tfrac{1}{6} B_4 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{m+2} B_m + \frac{1}{m+3} = 0,$$

. . . .

$$\frac{1}{m} B_1 + \frac{1}{m+1} B_2 + \frac{1}{m+2} B_3 + \frac{1}{m+3} B_4 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{1}{2m-1} B_m + \frac{1}{2m} = 0$$

annehmen.

Die Zahlen $1, 2, 3, \ldots (m-1), m$ sollen, in so ferne dieselben in einer beliebigen Ordnung gedacht werden, $a, b, c, d, e, \ldots i, k$ heifsen. Es sey nun irgend eine der unbekannten Gröfsen $B_1, B_2, B_3, \ldots B_m$, welche wir uns unter dem Zeichen B_a vorstellen wollen, zu bestimmen.

Wird jede der aufzulösenden Gleichungen durch den in ihr erscheinenden Coefficienten einer anderen Unbekannten B_b getheilt, so erhält B_a in der $(r+1)^{\text{ten}}$ Gleichung den Coefficienten $\frac{b+r}{a+r}$, und in der $(r+2)^{\text{ten}}$ Gleichung den Coefficienten $\frac{b+r+1}{a+r+1}$. Zieht man jetzt die 1ste Gleichung von der 2ten, diese von der 3ten, u. s. w, und allgemein die $(r+1)^{\text{te}}$ Gleichung von der $(r+2)^{\text{ten}}$ ab, so fällt aus allen die Unbekannte B_b weg. In der $(r+1)^{\text{ten}}$ unter den neu entstandenen Gleichungen führt B_a den Coefficienten

$$\frac{b+r+1}{a+r+1} - \frac{b+r}{a+r} = \frac{a-b}{(a+r)(a+r+1)}.$$

folglich eine andere Unbekannte, wie B_e, den Coefficienten

$$\frac{c-b}{(c+r)(c+r+1)}.$$

Man theile jede der nun vorhandenen Gleichungen durch den in ihr vorhandenen Coefficienten von B_e, so bekömmt B_a in der $(r+1)^{\text{ten}}$ Gleichung den Coefficienten

$$\frac{a-b}{c-b}\cdot\frac{(c+r)(c+r+1)}{(a+r)(a+r+1)},$$

und in der $(r+2)^{\text{ten}}$ den Coefficienten

$$\frac{a-b}{c-b}\cdot\frac{(c+r+1)(c+r+2)}{(a+r+1)(a+r+2)}.$$

Wird hier gleichfalls jede Gleichung von der unmittelbar nachfolgenden subtrahirt, so fällt B_e aus sämmtlichen Differenzen hinaus, nnd B_a nimmt in der $(r+1)^{\text{ten}}$ unter den neu gebildeten Gleichungen den Coefficienten

$$\frac{a-b}{c-b}\cdot\frac{(c+r+1)(c+r+2)}{(a+r+1)(a+r+2)}-\frac{a-b}{c-b}\cdot\frac{(c+r)(c+r+1)}{(a+r)(a+r+1)}=$$

$$=\frac{2(a-b)(a-c)}{c-b}\cdot\frac{c+r+1}{(a+r)(a+r+1)(a+r+2)}$$

an. Theilt man jede der letzteren Gleichungen durch den in ihr vorhandenen Coefficienten einer von B_a verschiedenen Unbekannten B_d, so ist der Divisor für die $(r+1)^{\text{te}}$ Gleichung offenbar

$$\frac{2(d-b)(d-c)}{c-b}\cdot\frac{c+r+1}{(d+r)(d+r+1)(d+r+2)},$$

mithin erhält B_a hier den Coefficienten

$$\frac{(a-b)(a-c)}{(d-b)(d-c)}\cdot\frac{(d+r)(d+r+1)(d+r+2)}{(a+r)(a+r+1)(a+r+2)},$$

und in der nächsten Gleichung den Coefficienten

$$\frac{(a-b)(a-c)}{(d-b)(d-c)}\cdot\frac{(d+r+1)(d+r+2)(d+r+3)}{(a+r+1)(a+r+2)(a+r+3)},$$

so, daſs wenn, um B_d wegzubringen, jede Gleichung von

der unmittelbar folgenden abgezogen wird, in der $(r+1)^{ten}$ der dadurch zu Stande gebrachten Gleichungen bei B_a der Coefficient

$$\frac{3(a-b)(a-c)(a-d)}{(d-b)(d-c)} \cdot \frac{(d+r+1)(d+r+2)}{(a+r)(a+r+1)(a+r+2)(a+r+3)}$$

sich zeigt.

Hat man auf diese Weise sämmtliche unbekannte Gröſsen, B_a ausgenommen, eliminirt, so ist, weil sich die Anzahl der Gleichungen bei jedem Schritte um eine Einheit vermindert, am Ende nur noch eine Gleichung vorhanden, nämlich

$$\frac{(m-1)(a-b)(a-c)\ldots(a-k)}{(k-b)(k-c)\ldots(k-i)} \cdot \frac{(k+1)(k+2)\ldots(k+m-2)}{a(a+1)(a+2)\ldots(a+m-1)} \cdot B_a$$
$$+ \frac{(m-1)(m+1-b)(m+1-c)\ldots(m+1-k)}{(k-b)(k-c)\ldots\ldots\ldots(k-i)} \times$$
$$\times \frac{(k+1)(k+2)\ldots\ldots(k+m-2)}{(m+1)(m+2)(m+3)\ldots 2m} = 0,$$

deren Bildungsgesetz, da das letzte oder von den Unbekannten freie Glied in jeder der aufzulösenden Gleichungen durch die oben ausgeführten Operationen eben so in Anspruch genommen wird, wie die Coefficienten der Unbekannten B_a, aus den obigen Resultaten für $r = 0$ flieſst. Man hat also

$$B_a = -\frac{(m+1-b)(m+1-c)\ldots(m+1-k)}{(a-b)\cdot(a-c)\ldots\ldots(a-k)} \times$$
$$\times \frac{a(a+1)(a+2)\ldots(a+m-1)}{(m+1)(m+2)(m+3)\ldots 2m}.$$

Aber $b, c, d, \ldots k$ bedeuten sämmtliche von a verschiedene unter den Zahlen $1, 2, 3, \ldots m$, mithin ist

$$(m+1-b)(m+1-c)\ldots(m+1-k) =$$
$$= m(m-1)\ldots(m-a+2)(m-a)\ldots 3.2.1;$$

und, weil unter den Differenzen

$$a-b,\ a-c,\ \ldots\ a-k$$

$m-a$ negative vorkommen müssen:

$$(a-b)(a-c)\ldots(a-k)=$$
$$=1.2.3\ldots(a-1).(-1)^{m-a}.1.2.3\ldots(m-a).$$

Hiedurch wird

$$B_a=(-1)^{m-a+1}.\frac{m(m-1)\ldots(m-a+2)}{1\ .\ 2\ \ldots\ldots(a-1)}\times$$
$$\times\frac{(m+a-1)(m+a-2)\ldots(a+1)a}{2m(2m-1)\ldots\ldots(m+2)(m+1)},$$

folglich, wenn man $a=m-r+1$ setzt, und bedenkt, dafs

$$\frac{m(m-1)\ldots\ldots(r+1)}{1\ .\ 2\ \ldots\ldots(m-r)}=\frac{m(m-1)\ldots\ldots(m-r+1)}{1\ .\ 2\ \ldots\ldots\ldots r}$$

ist,

$$A_r=(-1)^r.\frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-r+1)}{1\ .\ 2\ .\ 3\ \ldots\ldots r}\times$$
$$\times\frac{(2m-r)(2m-r-1)\ldots(m-r+1)}{2m\ (2m-1)\ \ldots\ldots(m+1)}$$
$$=(-1)^r.\frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-r+1)}{1\ .\ 2\ .\ 3\ \ldots\ldots r}\times$$
$$\times\frac{m(m-1)(m-2)\ldots\ldots(m-r+1)}{2m(2m-1)(2m-2)\ldots(2m-r+1)}$$
$$=(-1)^r.\frac{m^2(m-1)^2(m-2)^2\ldots(m-r+1)^2}{1.2.3\ldots r.2m(2m-1)\ldots(2m-r+1)}.$$

Die Gleichung $\psi(x)=0$ ist dem zu Folge:

$$x^m-\frac{m^2}{2m}x^{m-1}+\frac{m^2(m-1)^2}{1\ .\ 2\ .\ 2m(2m-1)}x^{m-2}$$
$$-\frac{m^2(m-1)^2(m-2)^2}{1\ .\ 2\ .\ 3\ .\ 2m(2m-1)(2m-2)}x^{m-3}+\ldots$$
$$\ldots+(-1)^m.\frac{m(m-1)(m-2)\ldots2\ .\ 1}{2m(2m-1)(2m-2)\ldots(m+2)(m+1)}=0.$$

Gibt man der linken Seite derselben, d. i. dem Ausdrucke $\psi(x)$ die Form

$$\frac{1}{2m(2m-1)\ldots(m+2)(m+1)}\Big[2m(2m-1)\ldots(m+2)(m+1)\,x^m$$
$$-(2m-1)(2m-2)\ldots(m+1)m\,.\,\frac{m}{1}\,x^{m-1}$$
$$+(2m-2)(2m-3)\ldots m(m-1)\,.\,\frac{m(m-1)}{1\,.\,2}\,x^{m-2}-\ldots$$
$$\ldots+(-1)^m\,.\,m(m-1)(m-2)\ldots2\,.\,1\Big],$$

zu welcher die Betrachtung des ersten der oben für A_r erhaltenen Ausdrücke sogleich führt, so zeigt sich

$$\psi(x)=\frac{1}{2m(2m-1)\ldots(m+2)(m+1)}\,.\,\frac{d^m[x^m(x-1)^m]}{dx^m},$$

woraus erhellet, dafs die Gleichung $\psi(x)=0$ die m^{te} der Gleichungen ist, welche aus der Gleichung

$$x^m(x-1)^m=0$$

durch successives Differenziren derselben entspringen.

Dieses Resultat, welches wir Hrn. Prof. *Jacobi* verdanken, und wozu der von diesem Analysten betretene Weg direct führt, ertheilt uns über die Beschaffenheit der Wurzeln der Gleichung $\psi(x)=0$ Aufschlufs. Da nämlich sämmtliche $2m$ Wurzeln der Gleichung $x^m(x-1)^m=0$ reell, und zwar m derselben $=0$, die übrigen m aber $=1$ sind, so müssen, wie die Theorie der Gleichungen lehrt, nothwendig sämmtliche m Wurzeln der Gleichung $\psi(x)=0$ reell und unter einander verschieden seyn, und zwischen 0 und 1 liegen. Da ferner die linke Seite der Gleichung $x^m(x-1)^m=0$ in Nichts verändert wird, wenn man $1-x$ an die Stelle von x setzt, so erleidet auch die linke Seite der Gleichung $\psi(x)=0$, aufser dem bei einem ungeraden m eintretenden Zeichenwechsel sämmtlicher Glieder, keine Änderung, wenn man $1-x$ an die Stelle von x bringt. Hieraus folgt, dafs zu jeder Wurzel der Gleichung $\psi(x)=0$, nur die ihr, wenn m ungerade ist, zukom-

mende Wurzel $\frac{1}{2}$ ausgenommen, stets eine zweite gehört, welche erstere zur Einheit ergänzt.

Eine nothwendige Folge hievon ist die Gleichheit der Werthe von R_1 und R_m; von R_2 und R_{m-1}; von R_3 und R_{m-2}; u. s. w.

6.

Setzt man

$$\frac{1}{r+m+1}+\frac{A_1}{r+m}+\frac{A_2}{r+m-1}+\ldots+\frac{A_m}{r+1}=M_r,$$

so ergibt sich, wenn man beiderseits mit

$$(r+1)(r+2)\ldots(r+m)$$

multiplicirt, und bedenkt, daſs dieses Product durch $r+m+1$ getheilt, diejenige Zahl zum Reste läſst, in welche es durch die Substitution $r=-(m+1)$ übergeht, die Gleichung

$$(r+1)(r+2)(r+3)\ldots(r+m)M_r=$$
$$=\frac{(-1)^m.1.2.3\ldots m}{r+m+1}+G_0+G_1 r+G_2 r^2+\ldots$$
$$\ldots+G_{m-1}r^{m-1},$$

worin G_0, G_1, G_2, ... G_{m-1} Constanten sind, deren Werthe von A_1, A_2, A_3, ... A_m abhängen, und in jedem besonderen Falle auch mittelst der Werthe von M_0, M_1, M_2, ... M_{m-1} bestimmt werden können.

Nimmt man auf beiden Seiten dieser Gleichung die $(m-1)^{te}$ Differenz, indem man r als die Veränderliche betrachtet, und $\Delta r=1$ setzt, so hat man

$$\Delta^{m-1}[(r+1)(r+2)(r+3)\ldots(r+m)M_r]=$$
$$=-\frac{1.2.3\ldots(m-1).1.2.3\ldots m}{(r+m+1)(r+m+2)\ldots(r+2m)}+1.2.3\ldots(m-1)G_{m-1}$$

Bei der in 5. getroffenen Wahl der Werthe von A_1, A_2, A_3, ... A_m verschwinden die Ausdrücke M_0, M_1, M_2, ... M_{m-1}; daher ist hiebei auch

$\Delta^{m-1}[(r+1)(r+2)(r+3)\ldots(r+m)M_r]$ für $r=0$

eine verschwindende Gröfse. Man erhält mit Hülfe dieser Bemerkung sogleich

$$G_{m-1} = \frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\,.\, m}{(m+1)(m+2)\,.\,.\,.\,2m}.$$

Gibt man nun dem obigen Ausdrucke für

$$(r+1)(r+2)\,.\,.\,.\,(r+m)\,M_r$$

durch Reduction desselben auf den Nenner $r+m+1$ und durch Auflösung des Zählers in seine einfachen Factoren die Form

$$(r+1)(r+2)\,.\,.\,.\,(r+m)\,M_r =$$
$$= \frac{G_{m-1}(r-H_0)(r-H_1)(r-H_2)\,.\,.\,.\,(r-H_{m-1})}{r+m+1},$$

so mufs man, damit M_r für $r=0, 1, 2, 3, \ldots m-1$ verschwinde, $H_0=0$, $H_1=1$, $H_2=2, \ldots H_{m-1}=m-1$ setzen, mithin ist

$$M_r = \frac{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\,.\,.\, m \,.\, r(r-1)(r-2)\,.\,.\,.\,(r-m+1)}{(m+1)(m+2)\,.\,.\,.\,2m(r+1)(r+2)\,.\,.\,.\,(r+m)(r+m+1)},$$

wodurch die rechte Seite der nach 4. zur successiven Berechnung von L_{2m}, L_{2m+1}, L_{2m+2}, ... zu verwendenden Gleichung vereinfacht wird.

7.

In so ferne die Werthe von $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ dergestalt gewählt worden sind, dafs die Gröfsen L_m, L_{m+1}, L_{m+2}, ... L_{2m-1} verschwinden, wird der Fehler, um welchen das Integral $\int \varphi(x)\,dx$ von dem zu berechnenden $\int F(x)\,dx$ abweicht, durch die Formel

$$\int F(x)\,dx - \int \varphi(x)\,dx =$$
$$= K_{2m}L_{2m} + K_{2m+1}L_{2m+1} + K_{2m+2}L_{2m+2} + \ldots$$
$$\ldots + K_r L_r + \int\big(F_r(x) - \varphi_r(x)\big)\,dx$$

ausgedrückt. Ist nun die Function $F(x)$ so beschaffen, dafs der Ausdruck $\int\big(F_r(x) - \varphi_r(x)\big)\,dx$, wenigstens wenn die für $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m$ angenommenen Wer-

the zwischen den Integrationsgrenzen liegen, bei dem unendlichen Wachsen des Zeigers r über m hinaus, unendlich abnimmt, so fällt der Betrag der Differenz $\int F(x)\,dx - \int \varphi(x)\,dx$ mittelst jener Werthe von a_1, a_2, a_3, ... a_m, durch welche L_m, L_{m+1}, L_{m+2}, ... L_{2m-1} auf Null reducirt werden, nothwendig kleiner aus, als wenn mehrere der genannten Gröfsen, wie es bei *Cotes* Formeln der Fall ist, von der Nulle verschieden sind, und obige Formel stellt durch ihre Anfangsglieder den Werth des Fehlers $\int F(x)\,dx - \int \varphi(x)\,dx$ um so genauer dar, je rascher die Coefficienten K_{2m}, K_{2m+1}, K_{2m+2}, etc. abnehmen. Es läfst sich leicht beweisen, dafs das Integral $\int \left(F_r(x) - \varphi_r(x)\right) dx$ die oben angeführte Eigenschaft besitzt, wenn $F_r(x)$, in so ferne x innerhalb der vorgeschriebenen Integrationsgrenzen sich befindet, bei dem unendlichen Wachsen des Zeigers r unendlich klein wird, oder mit andern Worten, wenn die Reihe $K_0 + K_1 x + K_2 x^2 +$ etc., in welche $F(x)$ entwickelt wurde, bei dem genannten Umfange der Werthe von x, zu einer, mit jeder beliebigen Schärfe zu vollziehenden, näherungsweisen Berechnung dieser Function taugt. In diesem Falle ist also die hier aus einander gesetzte, von *Gaufs* zuerst getroffene, Wahl der Werthe von a_1, a_2, a_3, ... a_m ein kräftiges Beförderungsmittel der Annäherung des Integrals $\int \varphi(x)\,dx$ an $\int F(x)\,dx$.

VI.

Sturm's Regel zur Bestimmung der Anzahl der zwischen zwei gegebenen Zahlen liegenden Wurzeln einer von wiederholten Wurzeln freien numerischen Gleichung mit einer unbekannten Gröfse; nebst einem Beweise derselben

von

A. v. Ettingshausen.

1.

Wenn es sich um die näherungsweise Berechnung sämmtlicher reeller Wurzeln einer numerischen Gleichung $f(x) = o$ handelt, worin $f(x)$ eine ganze rationale Function der Unbekannten x vorstellt, und welche, da die Auflösung einer mit wiederholten Wurzeln versehenen Gleichung nach dem bekannten Verfahren leicht auf die Auflösung mehrerer niedrigerer Gleichungen mit durchgehends verschiedenen Wurzeln zurückgeführt werden kann, von wiederholten Wurzeln frei gedacht werden darf: so kömmt es, auf welchem Wege man auch immer den Wurzeln, bis zum vorgeschriebenen Grade der Genauigkeit, sich zu nähern gedenkt, stets darauf an, für jede einzelne derselben zwei Zahlen ausfindig zu machen, zwischen welchen diese Wurzel, und aufser ihr keine andere, enthalten ist. Will man diesen Zweck, wie man es bis jetzt zu thun pflegte, blofs dadurch erreichen, dafs man auf die Zeichen der Resultate achtet, welche $f(x)$ darbietet, während statt x die Glieder einer arithmetischen Progression, zwischen deren erstem und letztem Gliede sämmtliche reelle Wur-

zeln der Gleichung $f(x)=0$ liegen, gesetzt werden; so muſs die Differenz der Progression kleiner seyn, als der kleinste Unterschied der mit den zugehörigen Zeichen genommenen Wurzeln. Je geringer die Präcision ist, mit welcher man diesen Unterschied zu schätzen vermag, desto mehr Glieder zählt diese Progression, wodurch die Menge der zu berechnenden Werthe von $f(x)$ in demselben Maſse vergröſsert wird. Die scharfe Beurtheilung des kleinsten Unterschiedes der Wurzeln einer Gleichung erfordert aber nach den bis jetzt hiezu vorgeschlagenen Methoden eine mühsame Rechnung, deren Beschwerlichkeit mit dem Grade der Gleichung wächst, und auch dabei kann die Menge der zu berechnenden Werthe der Function $f(x)$ noch immer sehr groſs bleiben.

Der Grund dieser weitläufigen und beschwerlichen Arbeiten liegt in der Unbestimmtheit des Schlusses, welchen die Beschaffenheit der aus $f(x)$, durch die Substitution zweier reeller Zahlen a und b für x, sich ergebenden Resultate $f(a)$, $f(b)$ auf das Vorhandenseyn und die Anzahl der zwischen a und b liegenden reellen Wurzeln der Gleichung $f(x)=0$ zu machen gestattet. Man kann daher die Angabe einer Regel, nach welcher sich hierüber mit Sicherheit entscheiden läſst, als einen um so gröſsern Gewinn für die Theorie der näherungsweisen Auflösung numerischer Gleichungen betrachten, je leichter diese Regel handzuhaben ist.

Nicht ohne Überraschung habe ich die Vorschrift gelesen, welche im 271. Artikel des 11. Bandes von *Férussac's Bulletin des sciences mathématiques etc* (Juniheft 1829) überschrieben: *Analyse d'un mémoire sur la résolution des équations numériques; par M. Ch. Sturm* mitgetheilt wird, und nehme keinen Anstand, sie sowohl ihrer Einfachheit und Eleganz wegen, als auch, weil

man bisher noch kein Theorem besaſs, welches über den angeführten Fragepunct mit gleicher Präcision zu entscheiden vermöchte, für einen der wichtigsten Beiträge zu erklären, die der Theorie der numerischen Gleichungen durch die Bemühungen der Analysten neuerer Zeit zu Theil geworden sind. Ich glaube deſshalb im Interesse der Leser dieser Zeitschrift zu handeln, wenn ich Ihnen, obgleich das oben angeführte Mémoire, welches den Gegenstand aus einem umfassenden Gesichtspuncte betrachtet, noch nicht erschienen ist, vorläufig die darin aufgestellte Regel zur Bestimmung der Anzahl der zwischen zwei gegebenen reellen Zahlen liegenden Wurzeln einer Gleichung, sammt dem Beweise, welcher sich mir für dieselbe dargeboten hat, hier vorlege.

2.

Lehrsatz. Es sey $f(x)$ eine ganze rationale Function, welche mit ihrem Differenzialquotienten

$$\frac{df(x)}{dx} = f_1(x)$$

keinen gemeinschaftlichen von x abhängenden Factor besitzt; ferner seyen $f_2(x)$, $f_3(x)$, $f_4(x)$, ... ganze rationale Functionen, deren erste von niedrigerer Ordnung ist als $f_1(x)$, deren jede folgende von niedrigerer Ordnung ist als die unmittelbar vorhergehende, und welche den, so weit als möglich fortgesetzten, Gleichungen

$$f(x) = f_1(x) \cdot Q_1 - f_2(x),$$
$$f_1(x) = f_2(x) \cdot Q_2 - f_3(x),$$
$$f_2(x) = f_3(x) \cdot Q_3 - f_4(x),$$
u. s. w.,

worin Q_1, Q_2, Q_3, ... gleichfalls ganze rationale Functionen der Veränderlichen x vorstellen, Genüge leisten: so wird die Anzahl der zwischen zwei gegebenen reel-

len Zahlen a und b liegenden Wurzeln der Gleichung $f(x)=0$ durch den Unterschied der Mengen von Zeichenabwechslungen angezeigt, welche in den zwei Reihen

$$f(a),\ f_1(a),\ f_2(a),\ f_3(a),\ f_4(a),\ \ldots\ldots$$
$$f(b),\ f_1(b),\ f_2(b),\ f_3(b),\ f_4(b),\ \ldots\ldots$$

erscheinen.

Anmerkung. Die Functionen $f_2(x), f_3(x), f_4(x), \ldots$ werden leicht gefunden, wenn man die Reste sucht, welche sich durch das bekannte, bei der Bestimmung des gröfsten gemeinschaftlichen Theilers zwischen $f(x)$ und $f_1(x)$, oder bei der Verwandlung des Bruches $\frac{f(x)}{f_1(x)}$ in einen Kettenbruch mit numerischen Zählern und ganzen rationalen Nennern anzuwendende Divisionsverfahren ergeben, und sodann die beiden ersten Reste mit ihren, die zwei darauf folgenden mit entgegengesetzten, die nächsten zwei wieder mit ihren, die darauf folgenden zwei mit entgegengesetzten Zeichen nimmt, u. s. w., oder, wenn man bei dem Divisionsverfahren selbst das Zeichen der Glieder jedes Finalrestes ändert und mit dem so vorbereiteten Reste weiter rechnet. Da zwischen $f(x)$ und $f_1(x)$ kein gemeinschaftlicher von x abhängender Divisor Statt findet, so ist der letzte Rest, auf welchen man hiebei stofst, offenbar eine constante Zahl.

Beweis. 1) Wenn eine ganze rationale Function einer Veränderlichen x, während x von a durch alle Zwischenstufen in b übergeht, ihr Zeichen ändert, so geht dieselbe dabei nothwendig durch den Werth Null. Hieraus folgt, dafs bei dem stufenweisen Übergange der Veränderlichen x von a in b in der Reihe der Functionen

$$f(x),\ f_1(x),\ f_2(x),\ f_3(x),\ f_4(x),\ \ldots\ldots$$

keine Änderung des Zeichenstandes vorfallen kann, ohne dafs dabei irgend eine dieser Functionen verschwindet.

2) Da $f(x)$ und $f_1(x)$, mithin auch jede zwei benachbarte der genannten Functionen keinen gemeinschaftlichen von x abhängenden Factor besitzen, so können keine zwei Nachbarglieder in der angeführten Reihe zugleich verschwinden.

3) Aus den Gleichungen $f(x) = f_1(x) . Q_1 - f_2(x)$, $f_1(x) = f_2(x) . Q_2 - f_3(x)$ u. s. w. erhellet, dafs für jenen Werth von x, bei welchem eine der Functionen $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, u. s. w. verschwindet, die beiden Glieder der Reihe $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, zwischen welchen sich die verschwindende Function befindet, Werthe annehmen, deren Zeichen entgegengesetzt sind.

4) Wenn eine ganze rationale Function von x für einen bestimmten Werth dieser Veränderlichen, z. B. für $x = c$, nicht verschwindet, so läfst sich die Zahl ω so klein annehmen, dafs die Werthe, welche genannte Function bei dem allmähligen Übergange der Variablen x von $c - \omega$ in $c + \omega$ erhält, stets dasselbe Zeichen an sich tragen. Hieraus folgt, dafs unmittelbar vor dem Verschwinden einer der Functionen $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, u. s. w. die beiden Glieder der Reihe $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, u. s. w., zwischen welchen die verschwindende Function liegt, Resultate mit entgegengesetzten Zeichen darbieten, und während des Nullwerdens genannter Function mit den Zeichen der Resultate ihrer beiden Nachbarn keine Veränderung vorfällt. Was nun auch immer mit dem Zeichen der durch Null gehenden Function geschehen seyn mag, so kann durch ihr Verschwinden in Bezug auf die Anzahl der in den Resultaten sämmtlicher Functionen vor diesem Ereignisse vorhandenen Zeichenwechsel keine Änderung eintreten.

5) Da die Reihe $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, u. s. w. durch eine von x unabhängige Zahl geschlossen wird, so können also Änderungen in der Anzahl der Zeichenwech-

sel, welche die Resultate der Glieder dieser Reihe während des Überganges der Veränderlichen x von a nach b zeigen, nur durch das Verschwinden der Function $f(x)$ herbeigeführt werden.

6) Entwickelt man $f(c+\omega)$ nach den steigenden Potenzen von ω, so zeigt sich, daſs, wenn $f(c)=0$ ist, wobei $f_1(c)$ von Null verschieden seyn muſs, das Zeichen des Resultates $f(c+\omega)$ für die kleinsten Werthe von ω mit dem Zeichen des Productes $\omega f_1(c)$, mithin auch, der in 4) gemachten Bemerkung zu Folge, mit dem Zeichen des Productes $\omega f_1(c+\omega)$ übereinstimmt, woraus sich die Folgerung ergibt, daſs, in so ferne ω positiv gedacht wird, die Resultate $f(c-\omega)$, $f_1(c-\omega)$ entgegengesetzte, und $f(c+\omega)$, $f_1(c+\omega)$ gleiche Zeichen besitzen. Es wird also, so oft $f(x)$ während des Überganges der Veränderlichen x von a in b verschwindet, in der Reihe der Resultate von $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, ... falls $a<b$ ist, eine Zeichenabwechslung in eine Zeichenfolge, oder falls $a>b$, eine Zeichenfolge in eine Zeichenabwechslung umgeändert, weſswegen die Anzahl der Zeichenwechsel in der Reihe $f(a)$, $f_1(a)$, $f_2(a)$, $f_3(a)$, ... sich von der Anzahl der Zeichenwechsel in der Reihe $f(b)$, $f_1(b)$, $f_2(b)$, $f_3(b)$, ... genau um so viele Einheiten unterscheiden muſs, als reelle Wurzeln der Gleichung $f(x)=0$ zwischen a und b enthalten sind. W. z. b. w.

Zusatz. Von den interessanten Folgesätzen, welche sich aus dem so eben bewiesenen Lehrsatze ableiten lassen, mag hier nur jener angeführt werden, daſs die Anzahl sämmtlicher reeller Wurzeln der Gleichung $f(x)=0$ der Anzahl der Zeichenwechsel gleich ist, um welche die Reihe der höchsten Glieder der Functionen $f(x)$, $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, ... von der Reihe der höchsten Glieder der Functionen $f(-x)$, $f_1(-x)$, $f_2(-x)$,

$f_3(-x)$, . . . übertroffen wird; die Unterschiede der in den höchsten und niedrigsten Gliedern beider Functionenfolgen vorhandenen Mengen der Zeichenwechsel aber auf die Anzahl sämmtlicher der Gleichung $f(x) = 0$ entsprechender positiver und negativer reeller Wurzeln hinweisen.

VII.

Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. Instrument zur Bestimmung der Luftmenge, welche einer Feuerstelle während des Verbrennens zuströmt. Von *F. Frey*.

(Bull. de la soc. indust. de Muhlhausen. N. 9, p. 337.)

Dieses Instrument hat viele Ähnlichkeit mit dem *Woltmann*'schen Windflügel. Es besteht aus einer kupfernen Röhre, in welcher sich ein verticales Rad mit schief gestellten Windflügeln befindet, wie man sie oft an den Fenstern angebracht sieht. An der Welle dieses Rades steckt zugleich ein Getriebe mit 5 Stäben, in welches ein horizontales Rad mit 50 Zähnen eingreift, an dessen Axe ausserhalb der Röhre sich ein Zeiger befindet, der über einer getheilten Platte spielt. Unter diesem Zeiger, und zwar an derselben Axe, befindet sich ein anderes Getriebe, das ebenfalls 5 Zähne hat, und dieses greift in ein Rad mit 50 Zähnen ein, an dessen Axe ein zweiter Zeiger steckt. Dieser steht auf ähnliche Weise mit einem dritten Rade in Verbindung, das wieder einen Zeiger an seiner Welle hat. Der ganze Apparat besteht demnach aus einem Windflügel und der zum Zählen der Umdrehungen desselben nöthigen Ein-

richtung. Einer der drei genannten Zeiger macht während einer Umdrehung des Flügelrades 10 Umdrehungen, der andere 100, der dritte 1000.

Um dieses Instrument zum genannten Zwecke brauchen zu können, ist vor allem nothwendig, dafs man die Anzahl der Umdrehungen des Flügels kenne, während eine bestimmte Gasmenge an demselben vorbeigeht, wozu nur ein Versuch führt. *Frey* nahm zu diesem Ende eine hölzerne, oben geschlossene, unten offene Kiste, die einen halben Kubikmeter fafste. Am oberen Boden derselben war eine rechtwinkelig gebogene Röhre aus Weifsblech angebracht, an deren horizontalen Arm die Röhre des Luftstrommessers angebracht werden konnte. Diese Kiste wurde wie ein Gasometer über einer oben offenen, mit Wasser gefüllten gröfseren, aufgehängt, und mit gröfserer oder kleinerer Geschwindigkeit in dieselbe mittelst einer Kurbelvorrichtung eingesenkt. Die beim Einsenken aus dem Gasometer vertriebene Luft mufste beim Luftstrommesser vorbeigehen, und den Windflügel in Bewegung setzen. Dabei erfuhr man, wie viele Umdrehungen der letztere in einer gewissen Zeit durch die aus dem Gasometer entweichende Luftmenge mache. Die Erfahrung lehrte, dafs bei einer mäfsigen Geschwindigkeit dieselbe Luftmasse auch immer dieselbe Anzahl Umdrehungen zu Wege bringt. Bei einem Apparate, dessen Windrad 34 gerade, unter 45° geneigte Flügel hatte, erfolgten durch 100 Liter Luft 154.8 Umdrehungen, es mochte diese Luftmasse in 3″ oder in jeder längeren Zeit bis auf 30″ ausströmen. An einem anderen Instrumente mit 8 kürzeren, aber breiteren, und um 50° geneigten Flügeln bewirkten 100 Liter Luft 107.686 Umdrehungen. Demnach entsprechen 1000 Umdrehungen des Windflügels beim ersteren Instrumente 645.99 Liter, beim zweiten 928.62 Liter Luft.

Bringt man dieses Instrument am Zugloche eines Windofens an, so erfährt man die einströmende Luftmenge. Wird es am Kamine angebracht, so gibt es die aufsteigende Luft an, und aus beiden meint der Verfasser mit Hülfe einer chemischen Untersuchung der aufsteigenden Luft zur Kenntnifs der verzehrten Sauerstoffmenge zu gelangen.

Als dieser Luftstrommesser an dem Windloche eines Ofens, wo in einem Sandbade eine Evoporation beabsichtiget war, angebracht wurde, machte der Windflügel, gleich nachdem Feuer gemacht war, in 120 M. nahe 55000 Umdrehungen, in den folgenden 150 M. stieg die Zahl der Umdrehungen auf 70000. Nach einer Fünftelstunde, wo alles gehörig durchgewärmt ward, betrug diese Zahl für 1 St. 68300 Umdrehungen.

Da man weifs, wie viel Holz in einer Stunde verbrennt, und auch die hierzu nöthige Sauerstoffmenge bekannt ist, so kann man aus den Ergebnissen solcher Versuche sehen, ob der Verbrennungsprozefs vollkommen vor sich gehe oder nicht.

2. Thermometer zu Versuchen über die Veränderlichkeit des Siedpunctes der Flüssigkeiten. Von *Kemp*.

(Edinb. journ. N. 4, p. 262.)

Dafs man zu Versuchen über die Veränderlichkeit des Siedpunctes der Flüssigkeiten sehr empfindlicher Thermometer bedürfe, ist für sich klar, und dafs die gewöhnlichen Instrumente zu solchen Untersuchungen nicht die nöthige Empfindlichkeit besitzen, bedarf eben so wenig eines Beweises. *Kemp* sucht diese Empfindlichkeit durch zwei Mittel zu erhöhen, wovon das erste keineswegs neu ist, denn er versieht ein gewöhnliches Instrument mit engem Rohre nur mit einer gröfseren

Kugel und einem cylindrischen weiten Ansatze. Die zweite von ihm empfohlene Einrichtung verdient hingegen nähere Erwähnung. Sie besteht in einer Abänderung des *Leslie*'schen Differenzialthermometers. Die beiden Kugeln *A* und *B* befinden sich nicht, wie bei der gewöhnlichen Einrichtung dieses Instrumentes, an der geraden Thermometerröhre, sondern diese ist zwei Mal rechtwinkelig, und zwar zuerst horizontal, dann abwärts gebogen; ferner reicht die Röhre fast bis auf den Boden der Kugel *A*, und ist stets in die gefärbte Schwefelsäure getaucht, welche einen Theil des inneren Raumes dieser Kugel einnimmt, während sie in der Kugel *B* heberförmig aufwärts gebogen ist.

Will man mit diesem Instrumente z. B. einen Versuch über den Einfluſs der Natur des Gefäſses auf den Siedpunct des Wassers machen, so wird jede der zwei Kugeln dieses Instrumentes in ein Gefäſs mit siedendem Wasser getaucht. Hat dieses in beiden Gefäſsen einerlei Temperatur, so wird man an der flüssigen Säule keine Bewegung wahrnehmen; findet aber ein Temperaturunterschied Statt, so wird sich derselbe aus der Bewegung der Flüssigkeit der Gröſse nach abnehmen lassen.

VIII.
Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Optik.

1. Über die Gesichtsweite. Von *Lehot*.

(Bull. des sc. math et phys. Nov, 1829, p. 417.)

Lehot construirte ein Instrument, mit welchem er einige interessante Versuche über die Sehweite ver-

schiedener Augen anstellte. Dieses Instrument beruht auf der Gestalt, unter welcher eine fast mit der Augenaxe parallele Linie erscheint; es hat viele Ähnlichkeit mit demjenigen, welches *Young* angegeben hat, und wovon im dritten Bande, S. 457 dieser Zeitschrift die Rede war, und hat im Grunde dasselbe optische Fundament, wird aber von *Lehot* demselben aus Gründen vorgezogen. Es besteht aus einem Lineale, das mit schwarzem Sammt überzogen ist, auf dem sich der Länge nach ein weifser Seidenfaden befindet. Sieht man längs des Lineals durch eine kreisrunde kleine Öffnung auf den Seidenfaden, so erscheint jener Theil, der innerhalb der Sehweite liegt, doppelt, und beide Bilder sind desto weiter von einander entfernt, je weiter der betreffende Punct von der deutlichen Sehweite absteht. Von da an, wo beide Bilder zusammenfallen, und wohin *Lehot* die *erste Grenze* der Sehweite versetzt, sehen ihn einige Personen einfach und rein, in einiger Entfernung von dieser Stelle wird er wieder doppelt, und der Scheitel dieses Winkels ist dem des vorigen zugewendet, aus einem leicht begreiflichen Grunde. Da, wo der zweite Scheitel liegt, befindet sich die *zweite Grenze* der Sehweite.

Die Resultate, welche *Lehot* mit diesem Instrumente erhielt, und um die es sich eigentlich handelt, sind folgende:

Ein biconvexes oder planconvexes Glas, das sich zwischen dem Auge und dem Objecte befindet, bringt die beiden Grenzen der Sehweite einander näher, und zwar desto mehr, je kürzer die Brennweite der Linse ist. So z. B. war für ein Auge ohne Glas

die erste Grenze der Sehweite			=	27.5	Centimeter,
» zweite	»	»	»	33	»
mithin der Spielraum	. . . . .			5.5	»

wurde aber eine Linse von 45 Centim. Brennweite gebraucht, so fiel die erste Grenze der Sehweite auf 22.1 C.,

» zweite	»	»	»	»	25.7 »
mithin der Spielraum					3.6 »

mit einer Linse von 22 C. Brennweite betrug

die erste Grenze der Sehweite				9.9 C.,
» zweite	»	»	»	13.1 »
der Spielraum				3.2 »

Die Grenzen der Sehweite liegen dem Auge um so näher, und der Spielraum derselben ist desto kleiner, je brechbarer das Licht ist, welches vom Objecte ins Auge gelangt.

Eine beiderseits concave Linse, zwischen das Object und das Auge gestellt, entfernt die Grenzen der Sehweite von einander, und dasselbe leistet auch ein Mittel, welches dichter als die Luft, und mit parallelen Wänden begrenzt ist.

Es gibt Personen, deren zweite Grenze der Sehweite nur 2 Z. beträgt, andere, bei denen sie in einer unbestimmbaren Entfernung liegt. Im Allgemeinen sind diese Grenzen für jedes der zwei Augen einer Person anders. Bei einer derselben lag für das linke Auge die erste Grenze in 51c, die zweite in 57c.5, während für das rechte diese zwei Grenzen 32c und 37c.7 waren.

Diese Grenzen ändern sich mit den Jahren, und zwar entfernt sich die erstere von dem Auge. Der gewöhnliche Gebrauch der Augen und das Tragen von Brillen modificirt diese Grenzen ebenfalls.

Eine Erweiterung der Pupille entfernt die erste Grenze und nähert die zweite, vermindert also den Abstand derselben von einander; eine Verengung der Pupille bringt eine entgegengesetzte Wirkung hervor. Einige Menschen scheinen nach Belieben die Grenzen der

Sehweite ändern zu können. Ein Druck mit dem Finger auf das Auge verschiebt diese Grenzen ebenfalls.

Von einem Objecte, das sich aufserhalb des Spielraums der deutlichen Sehweite befindet, erhält man nur ein undeutliches Bild. Diese Undeutlichkeit ist desto gröfser, je kleiner das Object ist, falls die Entfernung desselben ungeändert bleibt; sie kann so weit gehen, dafs das Object ganz verschwindet, welches nach *T. Mayer* mit einem schwarzen auf weifsem Grunde verzeichneten Kreise, den man im Schatten ansieht, bei einem Sehwinkel von nahe 34″ erfolgt.

Für ein Auge, dessen zweite Grenze der Sehweite weiter vom Auge entfernt ist, verschwindet das Bild eines solchen Objectes auch früher, als für ein solches, dessen zweite Grenze demselben näher liegt. Mittelst eines durchstochenen Blattes kann man die Entfernung, bei welcher das Verschwinden eintritt, vergröfsern. Beim Gebrauche eines convexen Glases tritt jenes Verschwinden bei einer geringeren Entfernung ein, als mit freiem Auge, beim Gebrauche eines concaven Glases hingegen in einer gröfseren Entfernung.

Befindet sich das Object diesseits der ersten Grenze der Sehweite, so findet nahe dasselbe Statt, wie vorhin gesagt wurde.

Aus diesen Gründen meint *Lehot*, dafs uns Gegenstände nicht wegen zu kleinem Gesichtswinkel verschwinden, sondern wegen zu grofser Undeutlichkeit, etwa so, wie die Bilder auf der Wand eines Zimmers, wohin das Licht durch Fenster gelangt, und welche den Gegenständen angehören, die das Licht ins Zimmer senden, wegen zu grofser Undeutlichkeit nicht wahrnehmbar sind.

Diese Bemerkungen benützt *Lehot*, um für ein kurz- oder weitsichtiges Auge die passende Brille zu wählen.

Es gibt für jedes Object, das sich in einer bestimmten Entfernung außerhalb der Grenzen der Sehweite befindet, eine Linse, welche diese Grenzen und ihre gegenseitige Entfernung so abändert, daſs das Bild am reinsten an der Grenze der Sehweite erscheint. Convexe Linsen ermüden die Augen darum so sehr, weil sie den Abstand der beiden Grenzen der Sehweite vermindern.

2. Der erste Erfinder des achromatischen Teleskopes.

In dem schätzbaren *Annuaire présenté au Roi par le bureau des longitudes* findet sich seit mehreren Jahren die Angabe in der chronologischen Aufzählung der ursprünglichen Erfindung astronomischer Instrumente, daſs das erste achromatische Teleskop 1750 von Hrn. *Hall* vollendet, und erst acht Jahre später, im Jahr 1758, die Entdeckung achromatischer Teleskope von Hrn. *Dollond* (dem Vater) bekannt gemacht worden sey. Wenige englische Schriftsteller über Optik erwähnen nur des Namens *Hall*, und sein Verdienst als erster Erfinder des achromatischen Teleskopes scheint in dem Lande selbst, wo diese wichtige Entdeckung zuerst gemacht worden ist, beinahe ganz unbekannt. Nur beiläufig wird in einer Note, in Dr. *Young's* Vorlesungen über Optik, dieser Entdeckung erwähnt, und auf das Novemberheft 1798 des *Philosophical Journal* (*Gentleman's* Magazin, Oct. 1790) verwiesen. Daselbst findet sich nun zwar eine umständlichere Nachricht über Hrn. *Hall's* Teleskope, aber auch nur in einer sehr kurzen Note, die aber durch den Umstand wichtig wird, daſs der verstorbene berühmte *Ramsden* die Wahrheit der darin angeführten Thatsachen über die Entdeckung bezeuget.

Die Aufmerksamkeit aller Astronomen lenkt sich

nunmehr auf die Verbesserungen, welche von Optikern auf dem Continente in den achromatischen Objectivgläsern gemacht worden sind, welche nunmehr in hinreichender Vollkommenheit mit Öffnungen alle, die jemals aus englischem Glase gemacht worden sind, so weit übertreffen, dafs dadurch der Gebrauch von reflectirenden Teleskopen wohl ganz beseitiget werden wird, indem die Spiegel, das leichte Anlaufen derselben abgerechnet, bei grofsen Dimensionen über zwei Fufs im Durchmesser, die genaue Gestalt der Oberfläche durch ihr eigenes Gewicht verlieren. Die in dem erwähnten Journale enthaltenen Thatsachen sind folgende:

»Der erste Erfinder des achromatischen Teleskopes »war Hr. Chester More Hall Esqu. von More Hall in »Essex.«

Aus seinen Schriften erhellet, dafs er seine Arbeiten schon im Jahre 1729 angefangen, und nach vielen Versuchen endlich so glücklich war, zwei Sorten von Glas zu finden, welche das erforderliche Zerstreuungsvermögen für die Lichtstrahlen in entgegengesetzten Richtungen hatten, um, zu Linsen zusammengesetzt, die Objecte farbenlos zu zeigen.

»Ungefähr im Jahre 1733 vollendete er mehrere achromatische Objective (obgleich er sie noch nicht mit diesem Namen belegte), die eine Öffnung von 2 $^1/_2$ Zoll im Durchmesser hatten, wiewohl ihre Brennweite nicht über 20 Zoll ging. Eines derselben ist noch gegenwärtig im Besitze des wohlehrwürdigen Hrn. *Smith* in Charlotte-street, Rathbone place (in London), von mehreren ausgezeichneten Kunstverständigen untersucht, und darin alle jene Eigenschaften gefunden worden, die unsere neuern achromatischen Linsen besitzen. Hr. *Hall* verwendete mehrere arbeitende Optiker, um seine Gläser zu schleifen, denen er die Radien der Oberfläche

angab, die erforderlich waren, nicht nur das verschiedene Brechungsvermögen für die Lichtstrahlen, sondern auch die von der sphärischen Gestalt der Linsen herrührenden Abweichungen auszugleichen. Einer dieser Arbeiter, durch die Hr. *Hall* seine Erfindung ausführen liefs, war Hr. *Bass* der ältere, welcher zu seiner Zeit in der Gegend von Bridewell lebte.«

»In dem Rechtsstreit, der in Westminsterhall wegen des Patents auf achromatische Teleskope geführt worden, wurde Hr. *Hall* zwar unbedingt als erster Erfinder erklärt, aber Lord *Mansfield* bemerkte: dafs der durch ein Patent zu erlangende Gewinn von einer neuen Erfindung nicht Demjenigen gebühre, der seine Erfindung im Schreibpulte verschlossen behält, sondern Jenem, der sie zum Nutzen seiner Mitbürger zuerst verbreitet. Dieser Ausspruch war vielleicht um so gerechter, als Hr. *Hall* ein sehr wohlhabender Grundbesitzer war, und gar keinen Geldgewinn von seiner Erfindung suchte. Dafs Hr. *Ayscough*, Optiker in Ludgate-Hill, schon 1754 ein Teleskop von Hrn. *Hall* besafs, ist auch eine unläugbare Thatsache.«

Im Winter 1789 erinnert sich Freiherr v. *Jacquin* einer Sitzung der k. Londoner Societät beigewohnt zu haben, worin Hr. *Ramsden* und Hr. *Dollond* der Sohn, in heftigen Streit über diese Angelegenheit geriethen.

3. Neue Beugungsphänomene. Von *Herschel*.

Herr *Herschel* hat den Artikel über Optik in der *Encyclopaedia metropolitana*, die leider ins Stocken gerathen seyn soll, bearbeitet, und in demselben nebst einer vortrefflichen Darstellung des bereits über das Licht Bekannten, manches Neue dargestellt. Aus dieser Arbeit ist das Folgende über die Beugung des Lichtes entlehnt.

Wenn wir einen glänzenden Stern durch ein sehr gutes Teleskop, welches nicht sehr vergröfsert, ansehen, so erscheint uns derselbe als eine condensirte glänzende Masse Licht, deren Gestalt des Glanzes wegen unmöglich unterschieden werden kann, und welche, sey auch das Teleskop noch so gut, selten von kleinen strahligen Anhängen oder Fransen frei ist. Gebrauchen wir aber ein Teleskop von 200- bis 300- oder 400maliger Vergröfserung, so erscheint uns der Stern unter günstigen Umständen, dergleichen ruhige Luft, gleichförmige Temperatur etc. sind, vollkommen rund, und wie eine gut begränzte planetarische Scheibe, die abwechselnd mit zwei, drei oder mehreren dunklen und glänzenden Ringen umgeben ist, welche bei aufmerksamer Betrachtung an ihren Rändern etwas gefärbt erscheinen, sich fast in gleichen Zwischenräumen concentrisch auf einander folgen, und gewöhnlich viel besser, regelmäfsiger und gebildeter durch Refractoren als durch Reflectoren gesehen werden. Auch ist die Centralscheibe durch die erstern viel gröfser als durch die letztern zu sehen.

Diese Scheiben wurden zuerst von *Wilhelm Herschel* (dem Vater) entdeckt, welcher, um sie sichtbar zu machen, sich sehr stark vergröfsernder Teleskope bediente. Sie sind nicht die wirklichen Sternkörper, welche zu weit entfernt sind, um sie je durch Vergröfserungen, die wir erzwecken können, sichtbar zu machen, sondern unterschobene oder unreelle Bilder, die aus optischen Ursachen entstehen, welche bisher bis auf einen gewissen Grad immer dunkel blieben. Es ist in der That Jedem klar, der mit den Gesetzen der Interferenz und der Bildung der Brennpuncte nach dem Undulationssysteme vertraut ist (das Objectivglas genau aplanatisch vorausgesetzt), dafs der Brennpunct in der

Axe durch die in vollkommener Übereinstimmung zusammentreffenden Undulationen bewirkt werde, und natürlicher Weise intensiv leuchtend erscheinen müsse; und daſs, sobald wir von dem Focus in einer Richtung, die mit der Axe einen rechten Winkel macht, abgehen, diese Übereinstimmung nicht mehr Statt finde, sondern die Strahlen, die von einer Seite des Objectivglases kommen, anfangen, sich mit jenen zu interferiren, die von der andern Seite herkommen, so daſs in einer gewissen Entfernung von der Axe eine totale Opposition eintritt, und ein dunkler (kreisförmiger) Ring entstehet, auf welchen aus derselben Ursache ein heller folget, und so weiter. Auf diese Art wird die Entstehung der Centralscheibe und des Ringes einleuchtend, obwohl die Berechnung ihrer Gröſse aus dem Gegebenen schwierig seyn mag. Aber dieses belehret uns nicht über eine der merkwürdigsten Eigenheiten dieser Erscheinung, nämlich daſs die scheinbare Gröſse der Scheibe für verschiedene Sterne verschieden, und je heller der Stern, desto gröſser ist. Dieſs kann keine bloſse Täuschung seyn, indem, wenn zwei ungleich glänzende Sterne zu gleicher Zeit beobachtet werden, wie dieſs z. B. bei sich nahen Doppelsternen direct geschehen kann, sich eine auffallende Ungleichheit in den Durchmessern ihrer unreellen Bilder ergibt; noch kann dieses in einem wirklichen Unterschiede der Sterne selbst liegen, da bei dem Dazwischentreten einer Wolke, welche ihre Helle verdunkelt, auch ihre scheinbaren Scheiben zu bloſsen Puncten reducirt werden; noch kann es einer Irradiation oder Fortpflanzung des Eindruckes vom Puncte der Netzhaut an in die Entfernung seyn, weil in diesem Falle das Licht der Centralscheibe sich den Kreisen nähern, und sie vertilgen würde, es sey denn, daſs wir in der That eine Schwingung der Retina voraussetzen,

welche nach denselben Gesetzen wie jene des Äthers erzeugt, und der Interferenz fähig wäre, in welchem Falle die Scheibe und die Kreise auf der Retina das Resultat der Interferenz beider Undulationen seyn würden.

Ohne noch weiter in diesen wahrhaft zarten Gegenstand einzudringen, werden wir uns begnügen, einige unserer Beobachtungen, welche durch Blendungen oder Öffnungen von verschiedener Form, die an Objectivgläsern applicirt waren, hervorgebracht worden sind, anzuführen; und welche keine unwichtige Ergänzung zu den (schönen) *Fraunhofer*'schen Beobachtungen über den Effect sehr kleiner Öffnungen, mit denen sie einiger Maßen verwandt sind, liefern.

Wurde die ganze Öffnung des Teleskops durch eine kreisrunde Blendung begrenzt, welche entweder dem Objectivglase nahe oder in einiger Entfernung von demselben applicirt war, so stand die Vergrößerung der Scheibe und der Kreise mit den Öffnungsdurchmessern in einem verkehrten Verhältnisse. Wurde die Öffnung sehr klein (als für ein Teleskop von 7 Fuß Focallänge bis auf einen Zoll reducirt), so vergrößerte sich die unreelle Scheibe bis zur planetarischen Gestalt, in welcher sie wohl begrenzt und nur mit einem Ringe umgeben erschien, der lebhaft genug war, um deutlich gesehen zu werden, und schwach gefärbt. Die Farben folgten in folgender Ordnung von dem Mittelpuncte der Scheibe an gerechnet auf einander: Weiß, sehr schwach roth, schwarz, sehr schwach blau, weiß, äußerst schwach roth, schwarz. Wurde die Öffnung noch weiter, z. B. bis auf einen halben Zoll verkleinert, so wurden die Kreise zu schwach, um noch weiter gesehen werden zu können, und die Scheibe sehr vergrößert. Die Abstufung des Lichtes vom Centrum an bis an den Um-

fang war nun sehr merklich, so dafs es eine nebelige und cometische Gestalt erzeugte.

Bei ringförmigen Öffnungen war die Erscheinung aufserordentlich auffallend, und sehr regelmäfsig. Hatte der äufsere Durchmesser des Ringes 3 Zoll, und der innere 1 1/4 Zoll, so sah man die Capella, wie Fig. 30 zeigt, und den Doppelstern Castor, wie Fig. 31 darstellt. Wird die Breite der ringförmigen Öffnung vermindert, so vermindert sich auch die Gröfse der Scheibe und die Breite der Kreise. (Im Gegensatze mit dem, was in den *Fraunhofer*'schen Experimenten mit aufserordentlich engen ringförmigen Öffnungen Statt gefunden hat. Offenbar beruhen die gegenwärtigen Erscheinungen auf anderen Grundgesetzen.) Zu gleicher Zeit vermehret sich die Anzahl der sichtbaren Ringe. Die Figuren 32, 33 und 34 stellen dar, wie die Capella erscheint bei ringförmigen Öffnungen von 5,5 — 5 Zollen (nämlich bei solchen, deren äufserer Durchmesser 5,5, und innerer 5 Zolle mifst), von 0,7 — 0,5'', und von 2,2 — 2 Zollen.

Bei dieser letzten Erscheinung reducirte sich die Scheibe auf einen kaum bemerkbaren runden Punct, und die Kreise befanden sich so nahe an einander, dafs sie kaum gezählt werden konnten. Wurde die Breite der ringförmigen Öffnung noch ferner bis zur Hälfte verkleinert, so konnten die Zwischenräume zwischen den Kreisen nicht länger mehr unterschieden werden. Die Ausmessungen dieser Kreise und der Scheibe scheinen allgemein mit $\frac{r' - r}{r}$ im Verhältnisse zu stehen, wo r', r die Halbmesser der ringförmigen Öffnung bedeuten.

Aufser den nahe der Scheibe gelegenen Kreisen werden mit ringförmigen Öffnungen noch andere von viel gröfserem Durchmesser und schwächerem Lichte

wie Höfe gesehen, die nach *Fraunhofer's* Sprache zu den Spectris einer verschiedenen Classe gehören. Bei einer einzigen ringförmigen Öffnung sind sie zu schwach, um genau untersucht werden zu können. Bei einer aus zwei solchen Ringen zusammengesetzten Öffnung sind sie klar und leuchtend; die Erscheinung ist in Fig. 35 vorgestellt, in welcher das Licht durch Schattirung, und die Dunkelheit durch die Helle dargestellt ist.

Bei einer Öffnung in Gestalt eines gleichseitigen Dreieckes ist die Erscheinung äufserst schön; sie bestehet in einem vollkommenen regelmäfsigen, glänzend sechsstrahligem Stern, den eine wohlbegrenzte runde helle Scheibe umgibt. Die Strahlen vereinigen sich nicht mit der Scheibe, sondern sind von derselben durch einen schwarzen Kreis abgesondert, auch sind sie sehr enge beisammen, vollkommen gerade, und zeichnen sich besonders durch eine totale Aufhebung des zerstreuten Lichtes aus, welches das Feld erfüllen würde, wenn keine Blendungen gebraucht würden. Diese merkwürdige Erscheinung ist in Fig. 36 dargestellt.

Das nämliche Resultat erhält man auch, wenn die Öffnung statt eines gleichseitigen Dreieckes, die Differenz zweier gleichseitigen concentrischen, auf ähnliche Art gestellten Dreiecke ist. Da ein Dreieck nur drei Seiten und drei Winkel hat, so erscheint die Hervorbringung eines sechsstrahligen Sternes sonderbar. Da diese vermuthen läfst, dafs drei Strahlen von den Winkeln, und drei von den Seiten entstehen, so sollte man erwarten, dafs irgend ein bemerkbarer Unterschied in den abwechselnden Strahlen existiren sollte, welcher ihren verschiedenen Ursprung bezeichnet; doch sind, wenn das Ocular im vollkommenen Focus ist, alle Strahlen sich gleich; ist dasselbe aber aus den Focus gezogen, so wird der Unterschied ihres Ursprungs sicht-

bar; Fig. 37 stellt das Bild dieser letzten Erscheinung dar; in dieser erscheinen abwechselnd die drei ersten der strahligen Arme als aus ihrer Länge parallelen Fransen bestehende Reihen, die drei andern als aus kleinen Bögen von ähnlichen Fransen bestehend, deren Enden an den Scheiteln der Hyperbeln, zu welchen sie gehören, unmittelbar anliegen, und welche folglich die Strahlenarme in einer zu ihrer Länge perpendiculären Richtung durchkreuzen.

Wird das Teleskop besser in den Focus gestellt, so nähern sich die Hyperbeln ihren Assymptoten, vermischen sich mit denselben in einer nicht zu unterscheidenden Nähe, und so entstehen drei aus stetigen Lichtlinien zusammengesetzte Strahlen, und unmittelbar drei andere Strahlen, die aus einer unendlichen Anzahl von abgesonderten, nahe an einander gestellten Puncten hervorgehen.

Um analytisch die Intensität des Lichtes in diesen unstetigen Strahlen darzustellen, wird die Anwendung von Functionen einer besondern Natur, und eine sehr zarte Behandlung erfordert. Die eben beschriebene Erscheinung gibt in besondern Fällen ein vollkommenes Mikrometer ab, dienlich zu astronomischem Gebrauche. Wird die Blendung gedreht, so drehen sich die Strahlen mit ihr, und hat ein heller Stern, als *α Aquilae*, in seiner Nähe einen kleinen, so kann die Blendung so gestellt werden, dafs einer der sechs Strahlen durch den kleinen Stern geht, welcher sodann wie eine Perle an einem Bande verweilt, und gemächlich beobachtet werden kann. Läfst sich hierbei auch die Lage an einer wohl angebrachten Gradabtheilung ablesen, so gibt sich dadurch auch die relative Lage der zwei Sterne zu erkennen. Hiervon hat *Herschel* selbst zur eigenen Zufriedenheit die Anwendung gemacht, und

dieser Kunstgriff mag in vielen Fällen, die bei ihrem ersten Anblicke uns beträchtliche Schwierigkeiten darzubieten scheinen, nützlich seyn.

Werden drei runde Öffnungen, welche ihre Mittelpuncte in den Winkeln eines gleichseitigen Dreieckes haben, angewendet, so bestehet das Bild ein Mal aus einer hellen runden Scheibe, dann aus sechs schwächern Scheiben, welche mit der erstern in Berührung stehen, und aus einem System von sehr schwachen Höfen, die, wie in Fig. 38, als Kreise das Ganze umgeben. Werden jedoch drei gleiche ringförmige Öffnungen eben so gestellt, so zeigt sich die Erscheinung im Focus, wie in Fig. 30, mithin eben so, als wenn zwei dieser Öffnungen geschlossen wären. Doch aufser dem Focus gibt sich der Unterschied zu erkennen, und zwar ist für diesen Fall die Erscheinung in Fig. 39 dargestellt, wo jede der Öffnungen ihre eigene Centralscheibe und ein System von Kreisen hervorbringt, deren Durchschnitte dem Systeme den in selber dargestellten Fransen die Entstehung geben. Wird das Teleskop besser in den Focus gestellt, so verschwinden diese wieder, und die Erscheinung ist wie Fig. 40. Die Mittelpuncte nähern sich stufenweise, die Kreise vereinigen sich, bis endlich der Punct des vollkommenen Übereinandertreffens erreicht ist.

Eine Öffnung in Gestalt des Unterschiedes zweier Quadrate bringt nicht einen acht-, sondern vierstrahligen Stern hervor; die Strahlen sind aber nicht wie bei einer triangulären Öffnung ununterbrochene feine Linien, die vom Centrum an bis an die Extremitäten immer schmäler zulaufen, sondern sie sind aus abwechselnd dunklen und lichten Theilen zusammengesetzt. Die Theile, welche der runden Centralscheibe am nächsten liegen, sind aus auf die Richtung der Radien transver-

salen Streifen zusammengesetzt, und mit den prismatischen Farben gefärbt. Ähnliche Streifen befinden sich auch ohne Zweifel in den entfernten, sich auf eine grofse Weite erstreckenden Theilen.

Eine Öffnung, welche aus 50 Quadraten von ungefähr ½ Zoll Seite bestand, und die so gestellet waren, dafs sie zwischen ihnen nach den Richtungen der beiden Seiten gleiche Zwischenräume liefsen, brachten ein Bild hervor, welches ganz von jenem von *Fraunhofer* beschriebenen, wenn zwei sehr feine gleiche Gitter kreuzweise über einander gelegt werden, verschieden ist, obwohl die Eintheilung und Figur der Öffnungen in beiden Fällen dieselben sind. Diese Erscheinung ist, wie sie Fig. 41 darstellet, eine weifse runde Centralscheibe von 8 lebhaften Spectris umgeben, die nach dem Umfange eines Viereckes gestellet sind; aufser diesem erstrecken sich in derselben Figur in Gestalt eines Kreuzes dreifache Reihen von sehr schwachen Spectris auf eine grofse Weite hinweg.

Bestand die Öffnung aus sehr vielen gleichseitigen Dreiecken, welche so wie in Fig. 42 gestellt sind, so ergab sich die sehr überraschende Erscheinung. Diese bestand nämlich aus einer Reihe von runden Scheiben, welche von der Centralscheibe an in sechsstrahlige divergirende Streifen geordnet, und von denen jede mit einem Ringe umgeben waren; die Centralscheibe war hell und etwas gefärbt, die übrigen immer mehr und mehr gefärbt, und nach Verhältnifs ihrer Entfernung vom Centrum in Spectra verlängert. Diese sind nur wenige von den neuern und schönen Erscheinungen, welche von der Form der Öffnungen in Teleskopen abhängen, und die uns ein weites Feld zu fernern Untersuchungen darbieten, wenigstens eines,

welches sowohl den Künstler als den theoretischen Forscher interessiren mufs.

B. Allgemeine Physik.

1. Über artesische Salz-Soolen und Gasbrunnen in China.

(Mitgetheilt von Dr. *Johann Lhotsky*.)

Wenn aus nachfolgendem Berichte die grofse Verbreitung artesischer Brunnen in China hervorgeht, so wird Dieses vielleicht auch ein näheres Licht über die Geschichte ihrer Einführung in Europa, verbreiten. Denn es ist bekannt, dafs diese Art der Brunnengräberei zuerst im Jahre 1671 von *Dominicus Cassini* in Frankreich angeregt wurde [1]). Da dieses nun auch jene Epoche ist, wo durch *Ludwig des XIV.* Unterstützung, die Verbindung jenes Landes mit China durch Missionen, und ihre Berichte vorzüglich lebhaft war, so könnte es wohl seyn, dafs vorgenanntem grofsen Mathematiker diese Idee durch einen Anklang von dorther suggerirt worden wäre. Doch blieb es erst der neuesten Zeit vorbehalten, diese so glückliche Idee vollständig ins Leben einzuführen, denn vor wenig Jahren war man selbst in Frankreich noch der Meinung, dafs nur die Gegend um Arras in der ehemaligen Provinz Artois (woher sie auch ihren Namen haben) zur Bohrung der artesischen Brunnen geeignet sey [2]). Wenn nun aus nachfolgendem Be-

---

1) *Recueil industriel. Paris* 1827.

2) *Quelquefois ces nappes (d'eau) s'établissent sur un lit de roche, même entre deux lits de roche; et dans ce dernier cas il peut arriver que, descendant d'un lieu beaucoup plus élevé, et se trouvant remplir complétement l'intervalle des roches, il ne faille que percer le*

richte hervorgehen wird, dafs diese in China in grofser Menge bestehen, so kömmt noch dazu, dafs sie dort zur Gewinnung von Salzsoole im Gebrauch sind, und zu einer Tiefe ausgehöhlt seyn sollen, die bisher bei uns nicht wohl erreicht wurde. Und wenn es endlich ein (in der neuern Zeit) häufiger beachtetes Factum ist, dafs in der Nähe von Salzquellen auch verschiedene Gasarten (namentlich kohlensaures und Schwefelwasserstoff-) hervorbrechen [3]), so sehen wir in China auch diese letztere Luftart, und zwar auf eine ausgedehnte und erstaunungswürdige Art benützt.

Schon im zweiten Bande der *lettres édifiantes* befand sich ein, obgleich sehr kurzer, Bericht des Bischofs von Tabraka, wo er dieser chinesischen Salzbrunnen erwähnt. Weit ausgedehnter ist die Beschreibung, die Hr. *Imbert, missionaire apostolique*, von diesen Brunnen gibt, und wir glauben in ihr keine Anzeichen einer Unwahrheit zu

roche supérieure pour le faire sortir en jaillissant et arriver jusqu'à la surface du sol. C'est parceque la plaine d'Arras a une telle disposition de roches, qu'on peut y creuser ces puits si célèbres, appellés puits artésien. Encyclop. method. Paris 1816. *Agriculture. Vol. XI. p.* 75.

3) In der Szlatinaer Steinsalzgrube zu Nagy-Banya in Siebenbürgen, quillt seit dem Jahre 1826 aus einer Spalte des in Steinsalz eingelagerten Thonmergels, in einer Tiefe von 45°, ein brennbares Gas hervor, und wird zum Beleuchten der Verhaue benützt. » Hrn. Apotheker *Bremer's* Bericht in *Poggendorff's* Annalen der Physik, 1826, p. 131 etc. « — Ähnliche Erscheinungen wurden schon früher in Ungarn beobachtet. Die wichtigste endlich dieser Art existirt in der Saline Gottesgabe in der Grafschaft Teklenburg, wo die Gasausströmung alle fünf Minuten einen Kubikfufs beträgt, und gleichfalls zur Beleuchtung benützt wird. *Vide l. cit.* » die Anmerkungen der Redaction.«

finden. Vorgenannter Hr. *Imbert* meldet in einem Briefe vom Sept. 1826 aus der Stadt Ou-Tong-Kiao bei Kiating in der Provinz Su-Tchuen Folgendes [4]):

» Handel und Betriebsamkeit versammeln hier eine Unzahl von Menschen aus allen Theilen des Reiches. In einer Länge von 10, und einer Breite von 4—5 Stunden findet man einige *Zehntausend* dieser Salzbrunnen. Jeder etwas wohlhabende Mann verbindet sich mit irgend einem andern, und gräbt einen oder mehrere Brunnen, wovon einer ungefähr Tausend und einige Hundert Taëls (zu 7 ½ Franken) kostet. Diese Nation macht alles im Kleinen, und gelangt mit Zeit, Geduld und weniger Kosten als wir zu ihrem Zwecke. Sie kennen die Kunst, Felsen durch Minen zu sprengen, nicht, und doch sind diese Brunnen in Felsen. Sie haben 1000, 1800, ja manchmal 2000 französische Fuſs Tiefe [5]), und nicht mehr als 5″, höchstens 6″ Öffnung. Sie verfahren dabei folgender Maſsen: Wenn die Oberfläche aus 3—4′ tiefer Erde besteht, so bringt man eine Röhre von Holz hinein, über welche ein Quaderstein kömmt, der die gewünschte Öffnung von 5—6″ hat; in der Röhre läſst man eine Ramme oder Keule von Stahl, von 300—400 Pf. Schwere

---

[4]) *Annales de l'association de la propagation de Foi. Paris. Janv.* 1829, *p.* 369 *etc.*; eine Zeitschrift, die in Hinsicht ihrer geographischen und physikalischen Notizen bisher wenig beachtet worden ist.

[5]) Dieſs wäre eine viel gröſsere Teufe, als man bei uns durch den Bergbau erreicht hat. » *Agricola rapporte dans son* B e r m a n u s, *que les puits de mine les plus profonds sont à Kuttenberg en Bohême et qu'ils ont* 500 *Lachter (environ* 1000 *Mètres)*. « *Traité de Géognosie par M. d'Aubuisson de Voisins. Paris* 1828. *Vol. I., p.* 386.« Alle Beispiele, die der Verfasser aus Tirol, Sachsen, England etc. anführt, geben alle eine geringere Teufe.

spielen. Diese Ramme ist ringsum eingekerbt, oben etwas concav, unten rund. Ein starker, leicht gekleideter Mann steigt auf ein Gerüste, und tanzt den ganzen Morgen auf einem Schnellbalken, welcher diese Stahlramme auf 2′ Höhe erhebt, und sie dann von ihrer eigenen Schwere wieder fallen läfst. Man giefst manchmal einige Schaff Wasser in das Loch, um das Steinmehl zu nässen. Diese Stahlkeule ist durch einen tüchtigen Rotangstrick befestiget, nur so dick wie ein Finger, aber stärker als unsere Darmstricke. Dieser Strick ist an den Schnellbalken angemacht; man befestiget dort ein Triangel von Holz, und ein anderer Mensch sitzt an diesem Stricke. In dem Mafse, als der Schnellbalken aufsteigt, nimmt er das Triangel, und läfst es einen halben Zirkel beschreiben, damit die Stahlramme in einer entgegengesetzten Richtung fällt. Zu Mittag lösen sich die zwei Arbeiter ab, und werden Abends von zwei andern ersetzt. Wenn sie 3″ gegraben haben, so zieht man diese Stahlramme mit allem Gestein, wovon sie beschwert ist (denn sie ist, wie gesagt, oben concav), durch Hülfe eines Cylinders heraus, worauf der Strick gerollt wird. Oft ist nicht alles bis in die nöthige Tiefe Felsen, sondern Erd- und Kohlenlager etc.; dann wird die Arbeit sehr schwierig und oft nutzlos; denn da diese Steinarten keinen gleichen Widerstand darbieten, so verliert das Loch seine senkrechte Richtung, aber diefs geschieht selten. Sonst sind diese Brunnen oder Röhren ganz senkrecht, und geschliffen wie Glas. Bricht der Ring, an welchem die Stahlramme aufgehängt ist, so braucht man 5—6 Monate, um durch Hülfe anderer die erstere zu zermalmen und heraus zu schwemmen. Wenn der Felsen ganz zu dieser Arbeit tauglich ist, so bohrt man alle 24 Stunden gegen 2 Fufs. Es dauert aber we-

nigstens drei Jahre, bis ein Brunnen fertig wird *). Um Wasser herauf zu bringen, steckt man in das Brunnenloch eine 24′ lange Bambusröhre, an deren Ende ein Ventil ist; wenn diese Röhre am Boden des Brunnen angelangt ist, setzt sich ein starker Mann auf den Strick, und bewegt ihn heftig; jede Bewegung öffnet das Ventil, und macht das Wasser steigen. Wenn die Röhre voll ist, so wird ein grofser Cylinder in Gestalt einer Rolle von 50′ Umfang, auf welchen der Strick läuft, von 2, 3—4 Ochsen oder Büffeln gedreht, und die Röhre steigt; dieser Strick ist auch von Rotang. Das Wasser ist sehr soolig, und gibt bei der Verdunstung ¹/₅, manchmal ¹/₄ Thl. Salz. Das Salz ist sehr scharf und ungesund.«

»Die Luft, die aus diesen Brunnen kommt, ist entzündlich. Wenn man eine Fackel in dem Augenblicke, als die mit Wasser gefüllte Röhre oben anlangt, an die Mündung des Brunnens brächte, so würde sie sich zu

*) Dafs man von Tag an in 24 Stunden ein Loch von 2 F. Tiefe in einen Fels bohret, ist nichts Ungewöhnliches, aber dafs man ohne Rücksicht auf die Tiefe, bis zu welcher man gekommen ist, diese Arbeit mit gleichem Succefs fortsetzen könne, ist nicht glaublich, ja nach den aus unseren Gegenden entnommenen Erfahrungen unmöglich. Wenn es erlaubt ist, diese auf China zu übertragen, so kann ein Menschenleben nicht hinreichen, einen Brunnen zu bohren von der Tiefe, wie hier angegeben wird, und mit unseren Werkzeugen wird selbst chinesische Ausdauer und Geduld weit, sehr weit hinter dieser Gröfse zurückbleiben, abgesehen von der an das Unmögliche grenzenden Schwierigkeit, das Bohrmehl aus solcher Tiefe herauszuschaffen, sey es nun durch mechanischen Zug oder durch Wasser. Indefs ist es nicht die Tiefe und die zur Anlegung solcher Brunnen erforderliche Zeit, sondern nur das Daseyn derselben in China, dessen Beweis hier beabsichtigt wird.

(Die Red.)

einem Feuerstrahle von 20—30′ entzünden, und die ganzen Bauten mit der Schnelligkeit des Blitzes verbrennen. Diefs geschieht manchmal aus Nachläfsigkeit oder böser Absicht. Es gibt solche Brunnen, die man nicht auf Wasser, sondern auf Feuer benützt, man nennt sie *Feuerbrunnen.* Ein kleines Bambusrohr (diese Flamme greift es nicht an) sperrt die Mündung der Brunnen, und leitet die brennbare Luft nach Belieben; man entzündet sie mit einer Kerze, und sie brennt immer so fort. Die Flamme ist bläulich, 3—4″ hoch und 1″ breit. Sie verlischt nur, wenn man ein Stück Thon auf die Öffnung gibt, oder durch ein starkes Blasen. Will man Wasser aus so einem Brunnen ziehen, so verlöscht man die Flamme, weil sonst das mit dem Wasser häufig aufsteigende Gas, wie gesagt, alles zersprengen und entzünden würde. Die Chinesen glauben, diefs sey das Feuer der Hölle, und fürchten es sehr. In der That ist es heftiger als das gewöhnliche, es ist sehr übel riechend, und gibt einen schwarzen und dicken Rauch. Hier ist das Feuer zu klein, um das Salz zu kochen. Die grofsen Feuerbrunnen sind in Tsé-Licou-Tsing, 40 Stunden weit. Für die vielen Salzbrunnen braucht man eine erstaunliche Menge Steinkohlen. In diesen Gruben befindet sich auch viel entzündliches Gas, und man kann dort keine Lampen brennen. Die Bergleute behelfen sich tappend, indem sie sich nothdürftig mit einem Gemenge von *saure de bois* und Harz leuchten, welches ohne Flamme brennt, und nicht verlischt (?). Diese Salzbrunnen und Kohlenwerke beschäftigen hier eine ungeheure Menschenmenge; es gibt reiche Leute, die gegen 100 solcher Salzbrunnen haben. Wenn sie die Salzbrunnen graben, finden sie meistens in 1000′ Tiefe eine harzige Kohle, die selbst im Wasser

brennt [6]). Man gewinnt davon 400 — 500 Pfund. Diese Kohle ist sehr stark riechend, man gebraucht sie, um die Gebäude zu erleuchten, in denen die Salzbrunnen und Kesseln sind. Die Mandarinen kaufen öfters auf Befehl des Kaisers viele tausend Pfund, um die Felsen in den Flüssen zu calciniren, die die Schifffahrt hindern. Wenn ein Schiff verunglückt, beschmiert man einen Stein mit dieser Kohle, entzündet ihn, und wirft ihn ins Wasser; diese unterwässerige Lampe macht die Taucher Alles sehen.«

Über die vorerwähnten Feuer- (Gas-) Brunnen äussert sich nun Hr. *Imbert* in einem spätern Schreiben aus Tsé-Licou-Tsing vom 13. Sept. 1827 folgender Maſsen:

»Tsé-Licou-Tsing liegt im Gebirge an einem kleinen Flusse, es enthält gleichfalls Salzbrunnen auf selbe Art gemacht, wie in Ou-Tong-Kioa, aber überdieſs eines der gröſsten Naturwunder, so man sehen kann. In einem Thale nämlich befinden sich 4 Brunnen, die kein Wasser, und nur Feuer in einer wahrhaft unglaublichen Menge liefern. Diese Brunnen gaben im Anfang Salzwasser, da dieses aber versiegte, so drang man, um wieder neues Wasser zu erhalten, vor ein Dutzend Jahren bis 3000′ (?) und mehr Tiefe; dieſs war vergeblich, aber es drang augenblicklich eine ungeheure Luftsäule hervor, welche sich in groſse schwärzliche Dämpfe verwandelte. Ich habe sie selbst gesehen. Dieſs ähnelt nicht dem Rauche, sondern vielmehr dem Dampfe ei-

---

6) Dergleichen Steinkohlen hätte unsere dermalige Oryktognosie noch nicht aufzuweisen. Es müſste dieſs eine Art seyn, die mit Naphta durchdrungen wäre, welche sonderbar genug bisher in Persien und andern asiatischen Ländern, meistens in der Nähe von Steinkohlenlagern, gefunden wurde. »Chemisches Wörterbuch von *John*. Leipzig 1817.«

nes glühenden Ofens. Diese Luft entweicht mit einem schrecklichen Getöse und Geschnarche, welches man sehr weit hört. Es zieht und dringt unaufhörlich hervor, und endet niemals. In der Entfernung einer Stunde ist ein kleiner, eine halbe Stunde umfänglicher sehr tiefer See; er ist ohne Verbindung mit dem nahen Flusse, und liefert bloſs gewöhnliches Wasser. Die Mündung des Brunnens ist mit einer Bedeckung von Quadersteinen von 6—7′ Höhe umgeben, damit aus Zufall oder Bosheit kein Feuer dazu kommen könne. Dieses Unglück geschah im August 1826. Dieser Brunnen ist in der Mitte eines weitläufigen Hofes, welcher von vier langen und groſsen Hallen umgeben ist, worin die Salzpfannen stehen. So wie das Feuer an die Mündung des Brunnen gelangte, erfolgte eine schreckliche Explosion und ein ziemlicher Erdstoſs. Im Augenblicke war die Oberfläche des Hofes eine Flamme, welche ungefähr 2′ hoch auf dem Boden hin und her flackerte, ohne etwas zu zünden. Vier Menschen wagten sich, und trugen einen ungeheuern Stein auf die Mündung des Brunnen, doch wurde er sogleich in die Luft geschleudert, drei von den Trägern verbrannten, nur der vierte rettete sich; weder Wasser noch nasse Erde können das Feuer löschen. Endlich nach zwei Wochen riesenmäſsiger Arbeit trägt man eine groſse Menge Wasser auf einen nahen Berg, man bildet einen Teich, und sticht ihn plötzlich ab, das daherströmende Wasser löscht endlich die Flamme. Die Kosten betrugen 20,000 Franken, welches in China eine groſse Summe ist.«

»Einen Fuſs unter der Erde auf den vier Seiten des Brunnen sind vier ungeheure Bambusröhre eingelassen, welche die Luft unter die Pfannen leiten. Ein einziger Brunnen macht deren mehr als 300 kochen, wovon jede eine eigene Feuerröhre hat. An dem Ende der Bambus-

röhre ist eine 6'' lange Röhre von Töpferthon aufgesetzt, welche 1'' Lichte hat; diese Erde verhindert den Bambus zu zünden. Andere Röhren, welche nach aussen laufen, beleuchten die Gänge und die grofsen Kochpfannen. Der unnöthige Überrest wird durch eine Röhre aufserhalb des Gehöfdes geleitet, und bildet dort drei ungeheure Essen oder Feuerstrahlen, welche 2' über die Öffnung herausflackern. Die Oberfläche des Bodens im ganzen Hofe ist aufserordentlich heifs, und brennt unter den Sohlen. Im Winter graben die Armen in einer Rundung den Sand auf, ungefähr 1' tief, diese Grube zünden sie mit einer Hand voll Stroh an, und wärmen sich so an diesem nie verlöschenden Feuer; wollen sie dieses bewirken, so werfen sie den Sand wieder auf die Grube. Die Kochpfannen haben 4—5'' Dicke, doch verkalken oder schmelzen sie in wenigen Monaten. Das Salz ist hart wie Stein, weifser als das von Ou-Tong-Kiao, und von besserem Geschmack.«

Obgleich diese Erzählung aufserordentliche und für unsere dermalige Geognosie schwerer zu lösende Erscheinungen enthält, so können wir doch weder innere noch äufsere Gründe finden, warum wir den Angaben des Hrn. *Imbert* im Ganzen nicht glauben sollten. Eine Erzählung von Edelsteinen und Gold, oder wenn dieselbe das Erscheinen von symbolischen Figuren etc. enthielte, dürfte dem Verdachte einer schriftstellerischen Dekorirung oder Befangenheit weniger entgehen, aber Steinkohlen und brennbares Gas sind Dinge, welche nicht wohl eine derlei Ursache zulassen. — Und so wird es denn einem zukünftigen naturhistorischen Reisenden nach jenen Gegenden überlassen bleiben, diese höchst interessanten Facta vollkommen aufzuhellen.

2. Über Explosionen an Dampfmaschinen; Von *Arago*.

(Annuaire du Bureau des Long., pour l'an 1830.)

Die Dampfmaschinen werden sicher unter die Meisterstücke des menschlichen Erfindungsgeistes gerechnet werden, sobald es gelingt, ihre Explosion unmöglich, oder doch wenigstens unschädlich zu machen; ein Problem, dessen vollständige Lösung noch zu erwarten steht. *Papin's* Sicherheitsklappen reichen wohl in den gewöhnlichen Fällen hin, allein es gibt, glücklicher Weise, nur selten Umstände, unter denen sie unzureichend und sogar gefährlich werden. Diese Umstände anzugeben, und so weit es der unvollkommene Zustand unserer Kenntnisse in diesem Fache erlaubt, ihre Ursachen zu entwickeln und anzugeben, womit man ihnen allenfalls begegnen könnte, ist der Zweck dieses Aufsatzes, und ich glaube nicht zweckmäfsiger verfahren zu können, als wenn ich mit einer gedrängten Erzählung aller mir bekannten Explosionen beginne, deren Verlauf bewährte Ingenieure beobachtet oder berichtet haben.

1. Beispiele von aufserordentlichen Wirkungen einer Explosion.

Im Jahre 1814 führte der Eigenthümer der grofsen Branntweinbrennerei, *Lochrin*, bei Edinburg, die Dampfheitzung ein. Weite Metallröhren, stets mit einem Dampfstrome aus sehr heifsem Wasser gefüllt, durchstrichen der ganzen Länge nach die Gefäfse, in welchen sich die zum Sieden zu bringende Flüssigkeit befand. Der Dampf wurde in einem Kessel aus Schmiedeeisen erzeugt von mehr als $^1/_3$ Zoll in der Dicke, 37 engl. Fufs lang, am Boden 3, oben beim Deckel 2 Fufs breit, 4 Fufs hoch, 180 Centner schwer. An der Decke waren zwei Sicherheitsklappen, die sich öffnen mufsten, wenn der innere

Druck 60 Pf. auf den Quadratzoll überstieg, was einem Druck von vier Atmosphären entsprach. Damit nicht die Arbeiter die Klappen überlüden, war eine derselben in einem versperrten Drahtkäfig eingeschlossen.

Dieser ungeheure Apparat begann den 21. März zu arbeiten; zwölf Tage hierauf war er nicht mehr, eine Explosion hatte ihn gänzlich zerstört. — Während der Katastrophe theilte sich der Kessel in zwei ungleiche Theile; der obere, bestehend aus dem Deckel und den zwei Seitenwänden, wog 140 Centner. Er wurde von unten nach oben mit solcher Macht geschleudert, dafs er das Ziegelgewölbe und das Dach des Arbeitzimmers zerschmetterte, und sich über dasselbe hinaus bis in eine Höhe von 70 Fufs vertical erhob. Diese ungeheure Masse fiel hierauf 150 Fufs von ihrem vorigen Orte auf eines der Gebäude der Brennerei nieder, drückte es ein, und brach zuletzt eine weite Wanne von Gufseisen zusammen, die im Erdgeschofse stand.

In der Nähe des Kessels befanden sich zum Glücke nur zwei Arbeiter, und nur diese verloren das Leben; ein um so merkwürdigerer Zufall, als die andern Theile des Arbeitzimmers eben mit Menschen gefüllt waren, und der Kessel gleich einer springenden Mine in allen Richtungen und mit furchtbarer Geschwindigkeit Trümmerstücke von sich schleuderte. Der Körper eines der beiden Arbeiter war mitten entzwei gerissen, die Füfse lagen beim Kessel, der Rumpf aufserhalb des Gebäudes unter den Trümmern.

Die Linie, längs welcher der Kessel rifs, war vollkommen horizontal, und folgte einer Reihe Nägel auf eine so regelmäfsige Weise, als ob man das Eisen mit scharfen Scheren entzwei geschnitten hätte. Der Boden des Kessels, auf die *Watt*'sche Art, nach aufsen concav, war nach der Explosion convex, so sehr hatte ihn der

Dampf von innen heraus gedrückt; und was noch merkwürdiger ist, und kaum zu glauben wäre, wenn nicht eine genaue Besichtigung des Ortes es bestätiget hätte, der Boden des Kessels, der doch 40 Centner wog, und so sichtbare Zeichen eines Druckes *von oben nach unten* an sich trug, war während der Explosion *emporgehoben* worden bis auf eine Höhe von 14 — 15 Fuſs, und eine ziemliche Strecke von dem massiven Mauerwerk weggetragen, auf welchem er befestiget war.

Kein Umstand — und diese Bemerkung ist von Wichtigkeit — berechtiget uns, diesen Unfall einer schlechten Construction oder einer Überladung der Sicherheitsklappen zuzuschreiben.

Das folgende Beispiel ist darum merkwürdig, weil zu gleicher Zeit mehrere Kessel explodirten. Das Dampfschiff, *die Rhone*, gebaut von *Aitkin* und *Steel*, und bestimmt zum Zugschiff auf dem Wege zwischen Arles und Lyon, trug eine ungeheure Maschine, mit groſser Genauigkeit auf der Werfte zu Paris gebaut, und von vier Kesseln aus Eisenblech gespeist, jeder $1^{m},3$ im Durchmesser. Nach dem Unfalle ward ersichtlich, daſs das Metall an vielen Stellen nur 6^{mm} in der Dicke hatte.

Den 4. März 1827, während man alles zu einem Versuche vorbereitete, der in Gegenwart aller Behörden Lyons Statt finden sollte, ward das Schiff in die Luft gesprengt. Mehrere Personen, unter andern *Steel* selber, wurden ein Opfer dieses Ereignisses; ja selbst einige Zuschauer auf den Quais der Rhone wurden durch Trümmer des Holzwerkes getödtet. Das ganze Verdeck ward eine weite Strecke hingeschleudert; die Röhrenleitungen und die Rauchfänge, mehr als 30 Centner schwer, erhoben sich beinahe vertical auf eine bedeutende Höhe; die Kuppel eines Rauchfangs fiel

250 Meter von ihrem ersten Orte nieder, und doch wog sie nicht viel weniger als 20 Centner.

Diese schreckliche Katastrophe war eine unausbleibliche Folge der Unklugheit des Ingenieurs. Da er die Geschwindigkeit des Dampfstroms nicht in dem Maſse, wie er hoffte, zu mäſsigen vermochte, so machte er die Sicherheitsklappen der vier Kessel fest, und benahm ihnen alle Beweglichkeit. Diese Thatsache, so unglaublich sie auch zu seyn scheint, ist authentisch erwiesen worden.

Wir haben bemerkt, daſs das Schiff vier Kessel hatte; zwei von diesen sprangen beinahe in demselben Augenblicke, und wenn ich gut benachrichtiget bin, so hat man auch an dem dritten Kessel, den man seit Kurzem aus der Rhone zog, einen Sprung bemerkt. Dieses in derselben Secunde bei zwei oder gar drei verschiedenen Kesseln eingetretene Zerspringen ist ein beachtenswerther Umstand, und wir werden davon Rechenschaft zu geben haben, wenn wir von den verschiedenen Erklärungen dieser Phänomene sprechen. — Auch darf ich nicht vergessen, zu sagen, daſs auch in Lyon wie zu Lochein die weggeschleuderte Kuppel in einer beinahe horizontalen Linie vom Kessel abgetrennt war, obgleich im Umfange dieser Linie das Metall Differenzen in der Dicke von mehr als zwei Millimetern zeigte. Hr. *Tabareau*, von dem ich diese schätzenswerthen Details entlehne, hat berechnet, daſs wegen dieser zwei Millimeter Dicke die dicksten Stellen der Wände einen Druck von sechs Atmosphären mehr aushalten könnten, als die übrigen, auf welche der Gesammtdruck 24—25 Atmosphären betrug. Also fand ein *gleichzeitiger* Riſs in Theilen des Kessels Statt, deren Haltbarkeit um wenigstens sechs Atmosphären verschieden war.

Etwas Ähnliches berichtet der Capitän *Reed* von der

Explosion der Dampfmaschine in den Zinngruben zu Polgooth. Diese Maschine wurde von drei Kesseln gespeist, und einige Augenblicke gesperrt, um dem Ingenieur möglich zu machen, die Druckpumpe des Schöpfwerkes zu repariren; da sprangen zwei Kessel gleich hinter einander. Kaum hatte die erste Explosion aufgehört, so wurde schon die zweite vernommen.

2. Explosionen wegen Überladung der Sicherheitsklappe.

Nach der Explosion, welche die Zuckerraffinerie der Wellclose-Square in London gänzlich zerstörte, ward dargethan, daſs der Guſs, aus dem der Kessel bestanden, nicht überall von hinreichender Dicke war. Am Boden hatte er nicht weniger als 2 $^1/_2$ engl. Zoll, an den beiden verticalen Seitenwänden 1 $^1/_2$ Zoll, im untern Theil der Decke nur $^7/_{16}$ Zoll, und an einigen andern Stellen hatte er auch nicht mehr als $^1/_2$ Zoll. Einige Momente vor dem Unfalle hatte ein Agent des Erbauers, verdrüſslich wegen der schwachen Wirkungen des Apparats, die Klappe, trotz aller Vorstellungen der Raffineurs, mit einem ungeheuern Gewichte belastet, während er zu gleicher Zeit das Feuer so viel als möglich schürte. — Wir bemerken, daſs auch in London, wie zu Lyon, der Kessel zugleich allenthalben sprang, obgleich man hätte muthmaſsen sollen, daſs, wenn die eine Stelle der Kraft 1 unterlag, die andere noch der Kraft 2 widerstehen werde.

Während der Untersuchung, die das Unterhaus 1817 bei Gelegenheit der Explosion eines Dampfschiffes zu Norwich anstellte, erwähnte *William Chapman*, Civil-Ingenieur zu Newcastle, der Explosion einer Dampfmaschine, die ebenfalls durch eine Überladung veranlaſst worden war. Ein Arbeiter hatte sich auf die Klappe ge-

setzt, um seine Kameraden die schwankende Bewegung bewundern zu lassen, in die er gerathen würde, sobald der Dampf stark genug wäre, ihn aufzuheben. Es geschah, was voraus zu sehen war; die Klappe öffnete sich nicht, allein der Kessel sprang, tödtete und verwundete eine Menge Leute.

In Amerika sprang ein Dampfschiff auf dem Ohio, während die Mannschaft die Anker lichtete, d. i. in einem Momente, wo, weil die Maschine nicht ging, keine Dampfconsumption Statt fand, während im Gegentheile das Feuer schon in voller Kraft stand. Die Klappe öffnen oder entladen wäre das einfachste Mittel gewesen, jedem Unfalle vorzubeugen; aber der Ingenieur hatte die unglaubliche Unvorsichtigkeit, noch ein neues Gewicht darauf zu legen.

3. Explosionen, denen eine bedeutende Verminderung der Dampfelasticität oder gar ein Öffnen der Sicherheitsklappen vorausging.

Die Reihe der Thatsachen, die ich jetzt darstellen werde, zeigt schon viel mehr Verwickelungen und Dunkelheiten, als die vorangegangenen; weder die Unbeweglichkeit noch die Überladung der Sicherheitsklappen kommt hierbei in's Spiel. Viele unter ihnen, ich gestehe es frei, haben so viel Paradoxes, dafs man beim ersten Anblick ihre Wahrheit zu bezweifeln versucht wird; allein die Beispiele sind zahlreich, und durch unwiderlegbare Zeugnisse dargethan.

Vor der Explosion des Dampfschiffes, der Antea, in Amerika, gab die Maschine nur 18 Pumpenzüge in der Minute, während sie beim gewöhnlichen Gange 20 gab. — Am Tage der Explosion des Dampfbootes, *le Rapide*, zu Rochefort, zeigte das Manometer oft eine Elasticität des Dampfes an, die um 30 Centimeter Queck-

silber die der Atmosphäre übertraf; aber einige Augenblicke vor dem Ereignisse war das Manometer auf 15 Centim. gefallen. — Bei der Untersuchung, zu der die Explosion des Dampfschiffes Graham Veranlassung gab, ergab sich, dafs man den Augenblick vor dem Unfalle 20 Pf. von der Ladung der Sicherheitsklappe weggenommen hatte.

Einige Augenblicke, ehe der gegossene Kessel unter mittlerem Druck in der Spinnerei des Hrn. *Peray* zu Essone explodirte (8. Februar 1823), ging die von ihm gespeiste Maschine merklich *langsamer* als gewöhnlich, so dafs die Arbeiter sich darüber beklagten. Im Momente der Explosion *öffneten sich* die beiden Klappen, und der Dampf strömte mit Gewalt heraus. — Ein ähnlicher Unfall ereignete sich einige Tage nachher auf dem Boulevard du Mont-Parnasse zu Paris; auch hier beschwerten sich die Arbeiter über den *trägen* Gang der Maschine, die durch die Verzögerung der Arbeit ihnen den Taglohn verkürze, und einige Augenblicke hierauf sprang der Kessel, den sie beinahe für dampfleer gehalten hatten. Dieser Kessel war aus Kupferblech, und nichts läfst argwöhnen, dafs die Sicherheitsklappen sich in schlechtem Zustande befanden, im Gegentheil hat man Ursache anzunehmen, dafs ein starker Dampfstrom der Explosion voranging.

Ein Kessel, den man gebaut hatte, um Dampf von niederem Druck zu erzeugen, sprang mitten in einem Atelier zu Lyon, unmittelbar nachdem man einen weiten Entladungshahn geöffnet hatte, aus dem der Dampf mit Schnelligkeit zu entweichen begann. Den Hahn öffnen oder die Sicherheitsklappe herausziehen, ist offenbar ein und dasselbe; die Explosion wurde also in diesem Falle durch eine Handlung veranlafst, durch welche man allgemein ihr vorzubeugen glaubt. — Diese

Thatsache, so aufserordentlich sie ist, wird wohl vollen Glauben finden, wenn ich sage, dafs ich sie dem Hrn. *Gersont* von Lyon verdanke, und dafs dieser geschickte Ingenieur Zeuge hievon war.

Wenn im äufsersten Falle, wie in dem so eben erzählten, das Öffnen einer Klappe den Rifs des Kessels verursachen kann, so mufs sie auch oft, ohne einen solchen Unfall hervorzurufen, wenigstens eine plötzliche und merkbare Vermehrung der Elasticität des Dampfes veranlassen. Dieses Phänomen, innerhalb der schicklichen Grenzen, kann auch ohne allzugrofse Gefahr untersucht werden. Ich weifs auch, dafs dieser Versuch zu Lyon wirklich angestellt wurde, und dafs bei einem kleinen Kessel unter hohem Druck, als man einen weiten Entladungshahn öffnete, die Sicherheitsklappe augenblicklich in die Höhe ging. Hr. *Tabareau*, Director der Schule de la Martinière, und Hr. *Rey*, Professor der Chemie, haben dieses Resultat verbürgt; doch mufs ich gestehen, dafs zu Paris Hr. *Dulong* und ich stets bei Öffnung der Klappe eine Verminderung des Druckes eintreten sahen. Die wahrscheinlichen Ursachen dieses Widerspruchs der Resultate werde ich weiter unten angeben, und sie werden hoffentlich zeigen, wie man dergleichen Unfälle vermeiden könne.

4. Innere Zerschmetterungen der Kessel und besondere Unfälle bei Kesseln mit innerer Heitzung (in der Form concentrischer Cylinder).

Kessel aus gehämmerten Eisen- oder Kupferplatten, besonders solche, die unter einem schwachen Druck arbeiten müssen, erleiden unter einigen Umständen Unfälle, die genau die entgegengesetzten von denen sind, mit welchen wir uns bisher beschäftiget haben. Manchmal bersten die Kessel, weil ihre Wände plötzlich von aus-

sen nach innen gebogen werden. Lyon und St. Etienne waren der Schauplatz von mehreren Ereignissen der Art, gegen die man sich verwahren mufs, sey es auch nur, weil ansehnliche Manufacturanstalten dadurch plötzlich in eine gänzliche Unthätigkeit versetzt werden.

Die kleinen (innern) Cylinder der Kessel mit innerer Heitzung bersten auch von Zeit zu Zeit; denn manchmal können ihre Wände dem Drucke des in dem ringförmigen Raume enthaltenen Dunstes nicht widerstehen, sie geben nach, und platten sich plötzlich ab. Da nun diese Bewegung nicht Statt finden kann, ohne dafs das Metall irgendwo springt, so verbreitet sich das siedende Wasser in Strömen durch die umgebenden Arbeitszimmer, und verursacht oft viel Unglück. Ich entlehne ein Beispiel eines Unfalles der Art aus dem Werke *J. Taylor's*, Mitgliedes der königl. Gesellschaft zu London:

In Flintshire bei den Mold-Mines stand eine ungeheure Dampfmaschine, von drei Kesseln mit innerer Heitzung gespeist. Eines Tages blieb die Maschine 5 Minuten lang stehen; der Oberaufseher nahm die Heitzthüren bei allen drei Kesseln ab, schlofs an zweien die Zuglöcher der Schornsteine, und war eben beschäftiget, an dem dritten Kessel dieselbe Operation vorzunehmen; aber kaum war die sperrende Metallplatte an ihrem Platze, so sah er eine Feuerflamme sich vom Herde ins Zimmer stürzen, und alsogleich folgte eine Explosion. Zwei Arbeiter, die sich unglücklicher Weise in der Richtung befanden, die das siedende Wasser nahm, waren alsogleich getödtet. Eine aufmerksame Untersuchung des Kessels zeigte, dafs der äufsere Cylinder sich nicht vom Platze gerührt, noch irgend einen Schaden genommen hatte, ja das Gewicht, das am Hebel der Sicherheitsklappe hing, war nach dem Unfalle noch an seinem Orte. Der kleinere Cylinder hatte auch keine

Ortsveränderung erlitten, die bei solchen Kesseln manchmal die Folge einer Explosion zu seyn pflegt; allein er war dergestalt abgeplattet, dafs man in einen grofsen Theil seiner Länge kaum die Hand hineinbringen konnte, so sehr waren die beiden *Seitenwände* einander genähert. — Beim ersten Anblicke könnte es befremden, dafs ich eine Explosion, die ein Übermafs der Dampfkraft veranlafste, Unfällen zur Seite stelle, die, wie der vorige Paragraph aus einander setzte, aus der so zu sagen entgegengesetzten Ursache entspringen; allein man wird bald sehen, dafs diese beiden Arten von Wirkungen allem Anscheine nach denselben Ursprung haben.

Überhaupt kann man, so verwickelt überhaupt die Untersuchung über die Stärke der Gefährdung der verschiedenen Theile einer Dampfmaschine ist, mit Sicherheit sagen, Dank den trefflichen Nachweisungen, die *J. Taylor* vor zwei Jahren bekannt gemacht hat, dafs bei Kesseln mit innerer Heitzung die Wände des kleinern Cylinders der schwächste Theil sind.

So fand man nach der beinahe gleichzeitigen Explosion zweier Dampfmaschinen im Zinnbergwerke zu Polgooth, dafs die innern Cylinder beider zusammengebogen und an einer grofsen Anzahl Stellen gesprungen waren. In dem Bergwerke von Est-Crennis wurde der kleine Cylinder nicht nur durch die Annäherung seiner beiden Wände abgeplattet, sondern er wurde sogar mit grofser Gewalt aus der Werkstube heraus geschleudert, ohne dafs der äufsere Cylinder sich vom Platze gerührt, oder irgend einen bedeutenden Schaden erlitten hätte.

5. Explosion, der eine grofse Erhitzung der Kesselwände vorausging.

Eine zu starke Erhitzung jenes Theiles des Kessels, den man den Dampfbehälter nennt, kann auch Unfälle

veranlassen. Das Gufswerk zu Pittsburg in Amerika gibt hievon ein Beispiel. In dieser Anstalt nahm eine Maschine von hohem Druck und der Kraft von 80 Pferden den Dampf aus drei gesonderten, cylindrischen Kesseln auf, deren jeder 30 engl. Zoll im Durchmesser, und 18 Fufs in der Länge hatte. Man hatte seit Langem bemerkt, dafs wegen eines Fehlers in einer Seitenröhre, die aus der speisenden Pumpe Wasser zuführen sollte, einer dieser Kessel nicht genug Wasser empfing, und rothglühend wurde; allein da der von den beiden andern Kesseln zugeführte Dampf hinreichte, so glaubte man der Reparatur dieses Übels sich entheben zu können. Allein eines Tages explodirte der rothglühende Kessel, rifs sich mit seinem gröfsten Theile an einem Ende ab, ward wie eine Rakete unter einem Winkel von ungefähr 45° fortgeschleudert, drang durch das Dach des Gebäudes, und fiel in einer Entfernung von 600 engl. Fufs nieder.

6. Explosion eines Kessels in der Luft.

Selten erhält man genaue Details über die Umstände, von denen die Explosion einer Dampfmaschine begleitet war, entweder weil diese Unfälle unvermuthet eintreten und kaum einige Zehntel Secunden dauern, oder weil die Zeugen beinahe immer auch die Opfer dieses Ereignisses waren. Eine aufmerksame Besichtigung der Localitäten, der Form, Masse und Entfernung der Trümmer läfst zwar oft erkennen, welcher Theil des Kessels zuerst unterlag, und mit welcher Geschwindigkeit die Bruchstücke fortgeschleudert wurden; allein gewöhnlich mufs man hierbei auch stehen bleiben. Es ist daher von Wichtigkeit, alles das mit Sorgfalt zu sammeln, was der Zufall uns sonst noch über so traurige und unsere Aufmerksamkeit so in Anspruch nehmende Unfälle lehrt.

Ein Auszug aus einem Briefe des Hrn. *Perkins* liefert hierüber einige interessante Data:

»Ich hörte, schrieb mir dieser geschickte Ingenieur, »von einer Explosion, der die Bildung einer Spalte vor»ausging, durch welche der Dampf mit ungeheurer Ge»schwindigkeit ausströmte. Allein trotz dieser gelegent»lichen Sicherheitsklappe wurde der Kessel von dem »Mauerwerk losgerissen, auf dem er ruhte, in ganzer »Masse einige Fuſs über den Boden erhoben, und *erst* »*in der Luft* fand die Explosion Statt, die ihn in zwei »Stücke theilte. Die obere Hälfte erhob sich sehr hoch, »die andere fiel mit groſsem Getöse auf den Boden zu»rück.« — Haben nicht alle diese Umstände auch bei der Explosion zu Lochrin zusammengetroffen?

Auf alle diese eben erzählten Thatsachen gestützt, bleibt mir nur übrig, die *verschiedenen* Veranlassungen so vieler Unfälle aufzusuchen, und die Mittel anzugeben, ihnen zuvor zu kommen.

7. Nothwendigkeit der Sicherheitsklappen, *Papin*'sche Klappen, ihre Fehler; Unfälle, denen sie vorbeugen können.

Florence Rivault, *Salomon de Caus*, der Marquis von *Worcester* hatten schon 1605, 1615, 1633 bemerkt, daſs ein mit Wasser gefülltes Gefäſs, wie stark auch seine Wände wären, in Trümmer gehe, sobald man es hinlänglich lange einem lebhaften Feuer aussetzt, und keine Öffnung vorhanden ist, die dem Dampfe im Maſse, wie er sich erzeugt, einen Ausgang verschafft.

Die Temperatur, bei welcher das Gefäſs springt, hängt von dessen Gestalt und Dimensionen, der Haltbarkeit und Dicke seiner Wände ab. Und wenn man unter allen Umständen sicher wäre, einen im Voraus bestimmten Wärmegrad nicht zu überschreiten, so brauchte

man weiter keine andere Vorsichtsmafsregel; allein wenn man nur einmal gesehen, wie ein gewöhnlicher grofser Ofen geheitzt wird, wenn man bemerkt hat, bis auf welchen Grad die Wärmeentwickelung von der Beschaffenheit der Kohle, ihrer Verkleinerung, ihrer mehr oder weniger gleichförmigen Vertheilung auf dem Roste, ja sogar von der Beschaffenheit der Atmosphäre abhängt, so entsagt man bald dem Gedanken, in der Bauart des Kessels und der Art der Heitzung Mittel gegen die Explosionen zu finden.

Wir müssen also von der Voraussetzung ausgehen, dafs ein vollständig geschlossener Kessel, dessen Dicke nicht gar ungeheuer ist (und es hätte Inconvenienzen gar mancherlei Art, wenn man hierin gewisse Grenzen überschreiten wollte), von Zeit zu Zeit Dampf einschliefse, dessen Elasticität den Widerstand der Wände zu überwinden vermag; und das einzige Mittel, einer Explosion zu entgehen, ist, zu hindern, dafs diefs nicht geschehe.

Die von *Papin* erfundene Klappe scheint alle Schwierigkeit mit einem Male zu heben. Diese Klappe besteht aus einem Loch von etwa 1 Quadratcentimeter, in der Decke des Kessels angebracht, und über welches man eine mit Gewichten beladene Platte legt. Ist es nicht offenbar, dafs, so lange der innere Druck auf ein Quadratcentimeter kleiner als das Gewicht der Klappe mehr dem der Atmosphäre ist, das Loch verschlossen bleiben, aber sich alsogleich öffnen und dem Dampfe freie Bahn gewähren wird, wenn der innere Druck dieses Gewicht übersteigt? Und woher kommt es denn, dafs ein so vernünftiges, einfaches, leicht ausführbares Mittel doch nicht in allen Fällen unfehlbar ist?

Die Klappe öffnet sich im Momente, wo das sie niederhaltende Gewicht kleiner als der Druck des Dam-

pfes wird; allein diefs reicht nicht hin, jede Vermehrung der Spannung im Kessel zu hindern; hiezu ist erforderlich, dafs aus der Klappe wenigstens so viel Dampf ausströme, als das Übermafs des Dunstes beträgt. Der Verlust hängt von dem Durchmesser der Öffnung ab; nun kann eine Öffnung, die unter den gewöhnlichen Umständen allen Anforderungen genügt, viel zu klein werden, wenn aufserordentliche Zufälle eine beinahe augenblickliche und übermächtige Dunstbildung herbeiführen. In diesem Falle vermindert die Klappe wohl das Übel, allein sie hebt es nicht auf. Wenn nicht die Schwierigkeit der Adjustirung und die übermäfsige Gröfse der Gewichte, die man anwenden müfste, im Wege stünde, wäre es freilich vortheilhaft, Klappen mit sehr weiten Öffnungen zu gebrauchen. Indefs kann man, ohne die Sache aufs Äufserste zu treiben, zugeben, dafs man sich bis jetzt auf allzukleine Dimensionen beschränkt hat. Die Richtigkeit dieser Behauptung findet eine neue Bestätigung in den jüngst entdeckten Erscheinungen beim Ausflusse der Flüssigkeiten aus engen Öffnungen. Man fand wirklich, dafs eine freie, leichte Platte, die senkrecht einem Dampfstrome dargeboten wurde, der aus einer kleinen Öffnung eines Kessels von sehr hohem Drucke drang, nicht immer *abgestofsen* wurde. In eine kleine Entfernung von der Öffnung gelangt, wirken auf die Platte die abstofsende Kraft des Dampfes und die zur Öffnung hindrückende der Luft, und da diese beiden Kräfte sich das Gleichgewicht halten, so hängt die Platte in der Luft wie unbeweglich. Es ist hier nicht der Ort zu prüfen, warum der Dampf bei seinem Ausflusse so viel Elasticität verliere, dafs der blofse atmosphärische Druck ihm das Gleichgewicht zu halten vermag; ich beschränke mich auf die blofse Thatsache: dafs die freie Platte sich nur äufserst wenig vom Loche entferne, dafs

dasselbe mit dem Klappendeckel geschehen werde, und dafs daher im Momente, wo sie in die Höhe steigt, viel weniger Dampf entweichen wird, als man berechnet hat, da man einen Strahl von der ganzen Breite der Öffnung voraussetzte.

Clement, der diese Phänomene mit ganz besonderer Sorgfalt untersuchte, hat aus ihnen ein vollständiges Verdammungsurtheil aller Klappen mit beweglichen Platten geschöpft. Das Urtheil scheint zu cathegorisch; allein stets bleibt diese blofs partielle Hebung des Deckels eine Schwierigkeit mehr für den Erbauer der Maschine, und für jetzt mufs man sie als eine der Mitursachen der Explosionen ansehen, wenn übrigens die Klappe allzu eng ist.

Gehen wir nun zu einer Schwierigkeit ganz anderer Art über: In Frankreich mufs nach dem bestehenden Gesetze jeder gegossene Kessel, ehe er die Stampiglie erhält, einen fünf Mal stärkern innern Druck überstanden haben, als der, dem man ihn auszusetzen gedenkt; dieser Probedruck geht auf das *Dreifache* zurück, wenn die Kessel aus gehämmertem oder geblechtem Kupfer oder Eisen bestehen. Diese Grenzen scheinen hinlänglich weit, und verursachen oft Beschwerden der Erbauer; allein wir werden indefs sehen, dafs sie noch keine vollkommene Bürgschaft gewähren.

Diese Versuche werden bei der gewöhnlichen Temperatur angestellt; nun aber besitzen die Metalle unter dieser Temperatur mehr Festigkeit als in der Hitze. Wenn man sich der Weifsglühhitze nähert, wird die Abnahme ungeheuer. *Tremery's* Versuche haben z. B. dargethan, dafs die Festigkeit des Schmiedeeisens in der Dunkelrothhitze kaum ein Sechstheil der des kalten Eisens ist. Wenn also zum Unglück ein Theil des Kessels in die Glühhitze geräth, so stünde man nahe an den

Grenzen eines möglichen Sprungs, ohne daſs die Klappe sich zu öffnen braucht, und angeachtet man nach den in der Kälte angestellten Versuchen jede Gefahr weit entfernt glauben sollte.

Warum, wird man sagen, stellt ihr nicht einen vollkommen entscheidenden Probeversuch an? Warum bringt ihr nicht den Kessel in jene Lage, in welcher er arbeiten soll? Warum, mit einem Worte, wendet ihr beim Probedruck Wasser an der Stelle des Dampfes an? Hierauf läſst sich antworten, daſs mit Hülfe einer Wasserpumpe der Versuch überall, selbst im Atelier des Künstlers, mit wenig Vorbereitung und Kostenaufwand angestellt werden könne, während eine Probe mittelst Dampf für jeden Kessel die Erbauung eines eigenen Ofens, ein groſses Local und lästige Kosten erfordern würde. Endlich laufen bei Anwendung einer Pumpe die Zuschauer keine Gefahr, selbst in Fall der Kessel springen würde, was durchaus nicht der Fall wäre, wenn er, statt Wasser, Dampf enthielte. Die Vorsichten, die man im letztern Falle brauchen müſste, wären wieder eine neue, drückende Last für den Erbauer. Es scheint demnach, daſs die Wasserproben, ungeachtet der schon angegebenen Fehler und jener, von denen ich noch zu sprechen habe, dennoch nicht so leicht werden verdrängt werden können.

Wenn man auf die Wände eines Kessels mittelst einer Druckpumpe wirkt, wächst der innere Druck langsam und in beinahe unmerklichen Abstufungen. Man erfährt also, wenn man so vorgeht, nichts von der Wirkung einer beträchtlichen und *plötzlichen* Vermehrung des Drucks auf die Wände, und doch können solche Änderungen eintreten, wenn der Kessel einmal im Gange ist.

Endlich muſs man bemerken, daſs der in der Werk-

stube des Künstlers an einem neuen Kessel angestellte Versuch nur zeige, was dieser jetzt auszuhalten vermöge, nicht aber, was er nach einigen Wochen oder Monaten der Anstrengung erleidet, wenn die Ungleichheiten der Temperatur das Metall nach allen Richtungen ausgedehnt, seine Fasern getrennt, der Rost ihn zerfressen hat, etc.

Die Sicherheitsklappen also, wenn sie noch so gut construirt sind, können doch den Ingenieur nicht der Mühe entheben, seinen Kessel von Zeit zu Zeit zu prüfen, durch alle ihm zu Gebote stehenden Mittel plötzliche Veränderungen in der Dampfelasticität zu verhüten, und endlich zu sorgen, dafs ja kein Theil des Kessels eine allzu hohe Temperatur erhalte.

Ich habe bisher eine Klappe in gutem Stande vorausgesetzt, und beim ersten Anblick scheint es wirklich schwer, dafs ein so einfacher Apparat in Unordnung gerathe; allein wenn man bedenkt, dafs die bewegliche Platte oft roste, hierdurch und durch die Adhäsion, die sie im Stande der Ruhe zur untern festen Platte erhält, oft fast an derselben hänge, so kann man begreifen, wie die Platte oftmals bei einem viel stärkern Drucke, als bei dem der Künstler das Ausströmen des Dampfes voraussetzte, sich nicht vom Platze rührt. Hr. *Maudslay*, dessen Geschicklichkeit und Erfahrung rühmlichst bekannt sind, sagte, dafs eine Sicherheitsklappe nicht mehr diesen Namen verdiene, wenn man sie nur eine einzige Woche nicht spielen lasse. So sieht man auch an der Seite einiger Kessel ein Seil, dem Einheitzer zur Hand angebracht, das dazu dient, die Klappe von Zeit zu Zeit zu öffnen. So hat man zur Hervorbringung dieser Bewegung mehrere Hebel benützt, die von der Maschine selbst abhängen; allein, wenn der Kessel ein wenig entfernt steht, so ist diefs nicht mehr ausführbar.

Das Einheitzen wird gewöhnlich blofsen Arbeitern

überlassen, Leuten ohne alle Klugheit, die nur allzu oft die Klappen überladen, entweder um die Arbeit zu beschleunigen, wenn man sich bei ihnen darüber beklagt, oder um mit ihrem Muthe zu prahlen. Man entfernt diese Gefahr, wenn man zwei Klappen anwendet, die eine frei läfst, um den Dampf ausströmen zu machen, die andere (wie zu Lochrin) in ein Drahtgitter versperrt, zu dem nur der Eigenthümer oder der Ingenieur den Schlüssel hat. Die Anwendung der Doppelklappe macht übrigens eine königl. Ordonnanz in Frankreich zum Gesetz. Vielleicht dürfte man auch fordern, dafs jeder Kessel mit einem einfachen und *bequem angebrachten* Mechanismus versehen sey, aus dem der Arbeiter von Zeit zu Zeit entnehmen könnte, ob die Klappe adhärire oder nicht. Die nur ein wenig die Werkstuben besucht haben, wissen wohl, wie schwer man den Arbeiter gewöhne, eine Verrichtung mit Regelmäfsigkeit zu vollziehen, die keine Spur hinterläfst, wenn sie auch nur ein wenig Mühe kostet.

8. Leicht schmelzbare Platten *(plaques fusibles).*

Sobald erwiesen war, dafs die gewöhnlichen Klappen oft in Unordnung gerathen und nicht immer ein untrügliches Schutzmittel darbieten, suchte man sie durch einen Apparat ganz anderer Art zu ersetzen, dessen Wirkung nie ungewifs seyn kann. Diefs sind die Klappen aus leicht schmelzbaren Metallmischungen. — Um den Nutzen dieser Klappen wohl einzusehen, mufs man wissen, dafs der Wasserdampf wohl eine hohe Temperatur und wenig Elasticität, aber nie umgekehrt eine hohe Elasticität ohne entsprechende Temperatur haben kann. Da man nun weifs, bei welchem Minimum der Temperatur der Dampf eine Elasticität von einer, zwei, drei, . . .

Atmosphären erlangt, so weiſs man auch, welche Temperatur er nicht ohne Gefahr überschreiten darf. Man bereitet daher eine Mischung aus Blei, Zinn und Wiſsmuth in solchen Verhältnissen, daſs sie bei der im voraus bestimmten Grenztemperatur schmilzt; es scheint also unmöglich, daſs diese Temperatur je überschritten werde, weil da alsogleich die Platte schmelzen und der Dampf frei ausströmen wird.

In Frankreich verlangt eine königl. Ordonnanz, daſs jeder Kessel mit zwei leicht schmelzenden Platten von ungleicher Gröſse versehen sey. Der Schmelzpunct der kleinern ist um 10° höher als die Temperatur des gesättigten Dunstes von derjenigen Elasticität, welche bei der gewöhnlichen Arbeit angewendet wird. Der Schmelzpunct der zweiten liegt um 10° höher, als jener der ersten. — Obgleich man verschiedene Fälle anführen kann, wo es wahrscheinlich diese Platten waren, die die Explosion abwehrten und groſses Unglück verhüteten, so wenden sie doch die meisten Künstler nur mit Widerwillen an, und ziehen die gewöhnlichen Klappen, mit denen ihre Maschinen überdieſs versehen seyn müssen, bei weitem vor. Die Einwürfe, die sie machen, sind folgende:

Zuerst hat man gesagt, diese Platten zeigen bloſs die Temperatur und nicht den Druck an; nun aber kann ein Dampf von sehr hoher Temperatur eine nur geringe Elasticität besitzen; allein wann kann dieſs geschehen? wenn der innere Dampf nicht mit Feuchtigkeit gesättiget ist, was vom Mangel an Wasser herrührt; allein in diesem Falle wird auch der Kessel sehr erhitzt, vielleicht bis zum Rothglühen, und eine Explosion steht nahe bevor. Dieser erste Einwurf ist also falsch. Ehe die Platte ihren Schmelzpunct erreicht, wird sie ein wenig weich; sie kann daher aus einander fallen unter

einem Drucke, der weit unter dem liegt, der ihr Schmelzen veranlafst hätte. Anfänglich fand diefs wirklich Statt, allein seitdem man die Platte mit einem Metallflor von engen Maschen überdeckt, ehe man sie an die Röhre befestiget, die sie schliefsen soll, ist die Schwierigkeit verschwunden. Zwar bilden sich auch jetzt noch hie und da einige Blasen, wenn man sich dem Schmelzpuncte nähert, allein diefs findet nur sehr nahe an diesem Grade Statt, und die Erfahrung hat gezeigt, dafs die Platte von unten nach oben geschleudert wird, und dem Dampfe eine freie Bahn öffnet.

Wenn die schmelzbare Platte einmal verschwunden ist, strömt der ganze Dampf aus der früher von ihr verschlossenen Öffnung heraus. Es kann lange hergehen, ehe man sie ersetzt, den Kessel von Neuem füllt und heitzt, und während dieser ganzen Zeit bleibt die Maschine unthätig stehen. Auf einem Dampfschiffe, besonders in der Nähe der Küste oder im Momente des Eintrittes in den Hafen, könnte der plötzliche Abgang der bewegenden Kraft traurige Folgen haben. Diese Schwierigkeit ist unläugbar und sehr bedeutend, darum werden in England durchaus die gewöhnlichen Sicherheitsklappen vorgezogen; diese lassen nie allen Dampf entweichen, denn, wie dessen Elasticität unter ihr Gewicht zurücksinkt, fallen sie wieder zu.

Die Anhänger der schmelzbaren Platten stellen unter den Vortheilen, die sie ihnen zuschreiben, in den ersten Rang, dafs man bei dergleichen Klappen ganz sicher vor allen Unvorsichtigkeiten der Arbeiter sey; allein sie haben Unrecht. Zwar *überladen* kann man dergleichen Klappen allerdings nicht, allein die Heitzer wissen gar wohl, was sie zu thun haben, wenn sie ein stärkeres Feuer als gewöhnlich anfachen wollen. Sie leiten auf die schmelzbare Platte einen dauernden Strom kal-

tes Wasser: man hat also auf diese Weise nichts gewonnen.

9. Dünne Bleche.

Eine Sicherheitsklappe, sowohl die von *Papin* als eine leicht schmelzbare Platte, ist doch, genau betrachtet, nichts anders als eine künstliche Schwächung eines Theiles der Kesselwand. Diese Schwächung hat man nun auch dadurch hervorbringen wollen, daſs man kleine, zu diesem Zwecke eigens im Kessel gemachte Öffnungen mit Metallblechen bedeckte, deren Dicke so berechnet war, daſs sie unter dem Druck von 1, 2, 3, ... 10 Atmosphären rissen, wenn man in seiner Arbeit diesen Druck nicht überschreiten wollte. Offenbar konnte der Sprung einer so kleinen und dünnen Platte nie einen bedeutenden Unfall verursachen.

Dieses Mittel, so schicklich es auch scheinen mag, wird selten angewendet, sey es, weil es nicht leicht ist, auf dem Erfahrungswege für jeden Diameter des Lochs die Dicke der Platte auszumitteln, die bei diesem oder bei jenem Drucke springen würde, oder weil man nicht dafür stehen kann, immer gleich starke Platten zu haben. Übrigens ist die Platte, wenn sie einmal an ihrem Platze ist, weniger den Angriffen der Arbeiter ausgesetzt, sie können sie höchstens schwächen, aber nie verstärken, was die Hauptsache ist. In dieser Rücksicht verdienen die dünnen Bleche vor den leicht schmelzenden Platten den Vorzug, allein unglücklicher Weise haben sie gleich denselben die Inconvenienz, wenn sie einmal gebrochen sind, allen Dunst ausströmen zu lassen.

10. Manometrische Klappen.

Die manometrische Röhre, von der ich weiter oben gesprochen, vertritt auch die Stelle einer Sicherheitsklappe, ja sie ist sogar in dieser Beziehung den gewöhn-

lichen Klappen und den schmelzbaren Platten vorzuziehen. Die gewöhnlichen Klappen geben keine Anzeichen, als im Augenblicke ihres Öffnens, die schmelzbaren Platten blofs im Augenblicke ihres Schmelzens. Der Einheitzer ersieht auf ein Mal, dafs er den Grenzdruck erreicht habe, den er nicht überschreiten darf, aber nichts warnte ihn, dafs er sich demselben nähere. Das Manometer im Gegentheile gibt ihm in jedem Augenblicke das Mafs der Elasticität des Dampfes, es redet, wenn ich mich so ausdrücken darf, eben so vernehmlich unter schwachem als unter starkem Drucke.

Die gewöhnliche Klappe kann alle ihre Beweglichkeit verloren haben, ohne dafs man es weifs, während im Gegentheil, wenn Unreinigkeiten zufällig die manometrische Röhre verstopfen sollten, die völlige Unbeweglichkeit der Quecksilbersäule es alsogleich anzeigt; denn die in einem so grofsen Gefäfse, wie ein Kessel ist, gewifs eintretenden Ungleichheiten in der Dampfelasticität bringen im normalen Zustande nothwendig ein immerwährendes Schwanken des Quecksilbers hervor.

Die Quecksilbermanometer müssen also als die besten Sicherheitsklappen betrachtet werden, die man bis jetzt erfunden hat, wenn nur ihr Durchmesser hinlänglich grofs ist. So oft sie also ihre allzugrofse Länge nicht unanwendbar macht, sind sie das beste Präservativmittel gegen alle, *aber auch nur* gegen jene Gefahren, für die immer die bestgebaute Klappe oder schmelzbare Platte geschützt hätte. Der Leser wird den Grund dieser Beschränkung kennen lernen, wenn ich zeigen werde, dafs in gewissen Fällen das Öffnen der Klappe selbst die Veranlassung der Explosion sey.

11. Innere oder Luftklappen, ihr Zweck.

Wenn man das Feuer unter dem Kessel anzündet, so enthält der vom Wasser nicht angefüllte Raum des

letztern atmosphärische Luft. Diese Luft, mit dem Dampf gemischt, geht nach und nach in die vom Kessel gespeiste Maschine über, und zuletzt ist sie vollkommen ausgetrieben. Nehmen wir nun an, die Arbeit werde jetzt unterbrochen, und man lasse das Feuer ausgehen; mit der sich verbreitenden Erkaltung setzt sich der Dampf ab, und nach einer gewissen Zeit ist der Raum, den er einnahm, luftleer. Da erleidet nun der Kessel von aufsen nach innen den Druck der ganzen Atmosphäre, ohne dafs von innen nach aufsen ein Gegendruck entgegen wirkte. Wenn die Condensation des Dunstes allmählig vor sich geht, so scheint es, hat man keine Gefahr zu befürchten; hat doch der Kessel, wenn auch in entgegengesetzter Richtung, einen Probedruck von 4—5 Atmosphären ausgehalten. Allein wenn die Condensation plötzlich geschieht, kann der erwähnte Umstand gefährlich werden (z. B. wenn ein kalter Wasserstrom den Kessel durchfährt), denn plötzlich wird das Gegengewicht des atmosphärischen Druckes entfernt, und dessen augenblickliche Wirksamkeit kann ganz den Erfolg einer plötzlichen Erschütterung haben, wie die waren, von denen ich früher gesprochen.

Um nun Unfällen dieser Art vorzubeugen, hat man die *innern* oder *Luftklappen* erfunden. Diese Klappe kann sich nur von aufsen nach innen öffnen. Sie wird entweder durch eine im Kessel angebrachte Spiralfeder festgehalten, deren Kraft kaum ihr Gewicht übersteigt, oder sie ist horizontal an einem aufserhalb befindlichen Hebel so angehangen, dafs sie genau die *innern* Wände der Öffnung berührt, die sie schliefsen soll. Nach dieser Anordnung kann die Elasticität des Dampfes nie unter den Druck der Atmosphäre herabsinken, ohne dafs die Klappe der Luft freien Eintritt in den Kessel gewährt; man hat daher nicht zu fürchten, dafs in dem-

selben ein leerer Raum entstehen werde. Freilich wäre es schwer zu behaupten, dafs dieses Mittel jede Eindrückung der Wände unfehlbar verhüten werde, denn diese ist meistens Folge einer *plötzlichen* und beträchtlichen Verminderung der Dampfelasticität, und dieses Übel kann die Klappe bei ihrer stufenweise eintretenden Wirksamkeit zwar vermindern, aber nie ganz heben. Gegen derlei Unfälle hilft nur die genaueste Wachsamkeit auf die Feuerungsmittel, und dafs man verhindere, dafs nicht durch irgend einen Zufall, z. B. durch eine grofse Menge über den Kessel verbreiteten kalten Wassers, derselbe plötzlich erkalte.

Der Untergang der Kessel mit innerer Heitzung erklärte sich auch ganz leicht, wenn man annehmen könnte, dafs sich manchmal innerhalb des kleinern Cylinders plötzlich ein leerer Raum bilde; allein da dieser Cylinder keinen Dampf enthält, blofs Herd und Rauchfang der Maschine ist, könnte man kaum begreifen, wie sich in ihm ein leerer Raum erzeugen kann, wenn nicht die begleitenden Umstände der Explosion zu Mold-Mines darüber Aufschlufs gäben.

Man erinnere sich, dafs im Momente des Ereignisses die Thür des Herdes offen, hingegen das Luftloch des Rauchfanges geschlossen war, dafs hierauf alsogleich ein Feuerstrahl aus dem Herde hervor ins Atelier drang, und dann unmittelbar die Explosion erfolgte. — Als man die Thür des Herdes geöffnet, war sicherlich der Verbrennungsprozefs wenig thätig, und der Luftstrom, der durch den Rauchfang aufstieg, war chemisch wenig verändert. Als man hierauf das Luftloch schlofs, strömte zwar keine neue Luft zu, aber dagegen blieb die darin enthaltene auch darin eingeschlossen. Da aber die Kohle noch nicht ganz erloschen war, ging die Entwickelung des Gases immer fort, es mischte sich mit der im Rauch-

fange enthaltenen Luft, und bald war das Verhältnifs stark genug, das Gemenge brennbar zu machen; es entzündete sich also, machte sich in Gestalt eines Flammenstrahles auf dem einzigen Wege Platz, der ihm noch geblieben war, nämlich durch die Herdthüre; und während eines Augenblickes mufste der kleine Cylinder, wenn nicht luftleer, doch wenigstens mit sehr verdünntem Gase gefüllt seyn.

Diese Erklärung, die wir *J. Taylor* verdanken, gibt den wahrscheinlichen Grund der häufigen Zertrümmerungen der Kessel mit innerer Heitzung. Will man daher solche Apparate anwenden, so darf man das Luftloch ja nicht eher schliefsen, als bis die Kohle ganz erloschen ist. Geringfügige ökonomische Rücksichten können da nicht überwiegen, wo die Gefahr so augenscheinlich, und wie man nun leicht einsehen wird, durch keine Luftklappen oder dergleichen Hülfsmittel mehr abwendbar ist.

12. Erklärung der Explosionen, denen ein Öffnen der Sicherheitsklappe oder eine Verminderung der Dampfelasticität voranging, nach *Perkins*.

Es sind die (S. 482 u. f.) angegebenen sonderbaren Thatsachen, die hier, nach der von *Perkins* gegebenen Theorie, ihre ziemlich glückliche Erklärung finden.

Wenn bei einem gewöhnlichen Kessel die Flamme sich nicht längs der Wände über das Niveau des Wassers erhebt, so hat dieses und der Dampf gleiche Temperatur; sobald aber der Kessel wenig Wasser enthält und die Flamme hoch hinan steigt, kann es geschehen, dafs einige Theile rothglühend werden. Der mit diesen in Berührung stehende Dampf erlangt eine ungeheure Temperatur, ohne darum auch eine grofse Spannung zu

erhalten, entweder weil er nicht gesättigt ist, oder aus einem andern weiter unten anzuführenden Grunde.

Denken wir uns den Kessel in diesem Zustande, und nun werde die Sicherheitsklappe gänzlich geöffnet; ein schnelles Ausströmen des Dampfes ist die unmittelbare Folge. Das Wasser, vom Drucke befreit, der es belastete, spritzt in Schaum und Blasen durch den ganzen Kesselraum (es ist dasselbe Phänomen, das der Champagner darbietet, wenn man die Flasche öffnet), allein wie die Wassertropfen mit dem beinahe glühenden Gase in Berührung kommen, werden sie alsogleich in sehr elastischen Dampf verwandelt; die Klappe, obgleich ganz offen stehend, kann der ungeheuern sich plötzlich entwickelnden Dunstmasse nicht genug Raum gewähren, und der Kessel springt.

Es gibt drei Hypothesen in dieser Erklärung. Die *erste*, dafs die Wände des Kessels in der Höhe, wo sie nicht mehr mit Wasser benetzt sind, eine sehr hohe Temperatur erlangen, und dieselbe dem eingeschlossenen Dampfe mittheilen können, ohne dafs das Wasser, auf dem der Dampf ruht, viel von dieser Erhitzung verspürt. Die *zweite*, dafs das siedende Wasser, sobald man den Druck der sie belastenden ausdehnsamen Atmosphäre plötzlich aufhebt, oder auch nur bedeutend vermindert, in Tropfen von unten nach oben gespritzt werde. Die *dritte*, dafs das auf diese Weise unter eine übermäfsig erhitzte Dunstmasse verspritzte Wasser sich selbst *plötzlich* in Dunst verwandle.

Die *erste* Hypothese wird wohl Niemand bezweifeln. Wenn ein Metallgefäfs, das auf einem Haufen brennender Kohlen steht, nicht glühend wird, geschieht es nur darum, weil das in ihm eingeschlossene Wasser den Wänden die Wärme entzieht, die sie erhalten. Diesen Dienst kann der Dampf nicht in demselben Mafse leisten, daher

kann der Theil des Kessels über dem Niveau des Wassers wirklich glühend werden, seine Wärme der angrenzenden Dampfschichte mittheilen, welche ihrerseits in die Höhe steigt, und so die erlangte Wärme dem ganzen vom Wasser nicht erfüllten Raume, der sogenannten *Dampfkammer*, mittheilt. Hier einige Beispiele dieser Wirkungen: Hr. *Moyle* bemerkte einst bei einer Untersuchung seiner Maschinen zu Cornwallis, daſs eine derselben sich so ganz in der eben erwähnten Lage befand, daſs eine hölzerne Leiter, die mit dem Fuſse auf der *Decke* des Kessels ruhte, Feuer gefangen hatte. — Ein ähnliches Ereigniſs trat auf einem der Paquetboote zwischen Liverpool und Dublin ein; ein Tannenbalken, der zufällig auf den Deckel des Kessels geworfen wurde, entzündete sich. Den Unfall zu Pittsburg habe ich schon erzählt; da hatte der Ingenieur offenbar schon seit Langem bemerkt, daſs der eine Kessel rothglühend war. Ich setze noch eine directe Erfahrung *Perkins* über diesen Punct her.

Ein cylindrischer Kessel, 4 engl. Fuſs hoch, 1 Fuſs im Durchmesser, wurde vertical auf einen Ofen gestellt, seine Basis mit Feuer umgeben, das sich bis auf ein Drittheil seiner Höhe erhob, indeſs das Wasser nur ein Sechstheil derselben benetzte. Aus dieser Anordnung folgt, daſs $^2/_6$ des ganzen Cylinders die unmittelbare Einwirknng des Feuers erfuhren, $^1/_6$ über, $^1/_6$ unter dem Wasser. Die Sicherheitsklappe, ungefähr mit einer Atmosphäre belastet, war seitwärts angebracht, ungefähr in der halben Höhe. Das verdunstete Wasser, das diese Klappe entweichen lieſs, wurde in dem Maſse nachgefüllt, als es ausströmte. Ein Thermometer, das in das Wasser gesenkt war, und bis an den Boden des Gefäſses reichte, zeigte 104° *C.*, dieſs war auch die Temperatur der Dunstschichte an der Oberfläche des Wassers; al-

lein in der halben Höhe des Kessels gab das Thermometer 260° an, *und der Deckel war rothglühend.*

Ich gehe nun zum *zweiten* Puncte über. Es gibt Flüssigkeiten, die während ihres Siedens oft heftig aufschwellen, wie z. B. die Schwefelsäure und in schwächerem Grade die Milch. Wenn man mit Aufmerksamkeit heftig siedendes Wasser beobachtet, so bemerkt man auch von Zeit zu Zeit kleine Tropfen, die ziemlich hoch hinaufgeschleudert werden. Alles diefs hängt offenbar von der Zähigkeit der Flüssigkeit und der Schwierigkeit ab, welche die Dunstblasen beim Durchbrechen der zu durchstreichenden Masse finden. Wenn die so eingeschlossenen Blasen zahlreich und blofs durch einen auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden Druck aufzusteigen verhindert sind, so begreift man leicht, dafs beim plötzlichen Aufhören dieses Druckes die Dunstentwickelung stürmisch wird, die Flüssigkeit, wie das mit Gasen geschwängerte Wasser, aufschäumt, und sich ganz in eine Art Schaum verwandelt, der halb aus Wasser, halb aus Dampf bestehend, mit gewaltiger Vergröfserung seines Volumens sich durch den ganzen Raum des Kessels verbreitet. Ein directer Versuch, an einem durchsichtigen Gefäfse angestellt, würde bald zeigen, bei welchen Flüssigkeiten alle diese Voraussetzungen genau zutreffen; bis dahin gestattet uns die Analogie, auch die zweite Hypothese *Perkins* für bewährt zu halten.

Was die *dritte* Hypothese betrifft, können wir darüber directe angestellte Versuche benützen. *Perkins* füllte einen der Cylinder, die er *Generatoren* nennt, mit Wasser, und erhitzte ihn bis auf 260° *C.*; diesem Cylinder zur Seite befand sich ein Recipient, in dem weder Wasser noch dichter Dampf war, mit einer Temperatur von ungefähr 650°. Diese beiden Gefäfse konnten durch eine Zwischenröhre mit einander in Verbindung gesetzt

werden, die eine hinlänglich beladene Klappe für gewöhnlich schloſs.

Dieſs angenommen, muſste offenbar, wenn man mittelst einer Druckpumpe ein bestimmtes Volumen kaltes Wasser durch das eine Ende des Generators in denselben hineinbrachte, die Klappe am andern Ende sich öffnen, und ein gleiches Volumen warmes Wasser in den andern Recipienten überströmen lassen, das sich in demselben alsogleich in Dampf verwandelte; nun aber gab eine besondere Klappe, mit welcher der Recipient versehen war, ein sicheres Mittel zu erkennen, ob diese Dunstbildung *auf ein Mal* vor sich ging. *Perkins* behauptet, daſs dieſs wirklich der Fall sey, daſs die Druckpumpe kaum zu wirken angefangen habe, als die Sicherheitsklappe des Recipienten schon Elasticitäten von 40 — 100 Atmosphären gab; 40 bei einem schwachen, 100 bei einem starken Drucke der Pumpe.

Der eben angeführte Versuch würde jeden Einwurf gegen die dritte Hypothese beseitigen, und ein treues Bild von dem geben, was in einem gewöhnlichen Kessel vorgeht, wenn er statt mit Wasser von 260°, mit Wasser von 100° — 120° angefüllt worden wäre. Indeſs ist es auſser allem Zweifel, daſs 200°, die Temperatur des angewendeten Wassers, unmöglich einem Druck von 100 Atmosphären entsprechen, daſs daher ein Theil dieses Wassers sich augenblicklich in Dunst verwandelt haben müsse; und dieſs zu wissen, thut uns eben Noth.

Bemerken wir hier nur, daſs aus dem besprochenen Versuche keineswegs hervorgehe, daſs es eben der Einfluſs des verdünnten, aber bis zur Rothglühhitze gebrachten Dunstes sey, dem das Wasser seine plötzliche Verwandlung in äuſserst elastischen Dampf verdankt. Dieser Theil der Behauptung *Perkins* widerspricht nach der Bemerkung *Dulong's* allem dem, was man über die

specifische Wärme des Wasserdunstes weiſs. Es scheint, der amerikanische Ingenieur habe Unrecht, wenn er den *directen* Einfluſs der glühenden Wände auf das uns beschäftigende Phänomen unbeachtet lieſs.

Versuchen wir nun, ob wir, die plötzliche Dunstbildung als Thatsache vorausgesetzt, eine genügende Erklärung der angeführten auſserordentlichen Ereignisse geben können. Was die Explosion des Kessels des Hrn. *Gensoul* betrifft, S. 483, scheint sie beinahe wie zur Bestätigung der Theorie *Perkins* eingetreten zu seyn. Man kann wirklich sagen, daſs im Moment der Öffnung des Hahnes das Wasser auf einmal von einem groſsen Theil des belastenden Druckes befreit wurde, bis zum Deckel hinauf anschwoll, und da es ein Gefäſs mit wahrscheinlich sehr erhitzten Wänden durchstreichen muſste, sich so plötzlich in Dunst verwandelte, daſs der Hahn keine hinreichende Öffnung mehr gewährte.

Dieselben Schlüsse lassen sich bei dem Versuche der Herren *Tabareau* und *Rey* anwenden, denn ihr Kessel war sehr klein, stand ganz ohne Hülle auf einem Kohlenhaufen, und konnte, wie ich mich überzeugt habe, von der Flamme auch in jenem Theile umhüllt werden, den kein Wasser erfüllte. Daſs wir, *Dulong* und ich, keine Vermehrung des Druckes bemerkten, rührte davon her, daſs unsere Dunstkammer ziemlich groſs, das Loch der Klappe sehr klein war, daher nur eine sehr unmerkliche und allmähliche Verminderung der Elasticität des vorhandenen Dunstes Statt finden konnte, und daſs ferner unser Kessel, mit Sorgfalt auf einem gemauerten Ofen befestiget, nur in dem mit Wasser gefüllten Theile der Flamme ausgesetzt war.

Auch die Verzögerung im Gange der Maschine, die man einige Zeit vor der Explosion sowohl zu Essone als zu Paris und in Amerika bemerkte, scheint mir eine

Folge aus *Perkins* Theorie. Denn so oft eine Explosion geschah, hatte man bemerkt, dafs wegen eines Fehlers in der speisenden Pumpe oder irgend einer Verstopfung in der Zuleitungsröhre, das Niveau des Wassers im Kessel bedeutend gefallen war; nun aber ist die in einer gegebenen Zeit erzeugte Dunstmenge im Allgemeinen der Gröfse der mit der Flüssigkeit in Berührung stehenden Metallfläche proportionirt; diese hat beim Sinken des Wassers abgenommen, und es wird nunmehr nicht genug Dunst für den Bedarf der Maschine erzeugt, deren Gang also träger werden mufs. Vielleicht denkt man, dafs das Übermafs der Temperatur, das der Dunst durch die Berührung mit dem hoch erhitzten Deckel des Kessels erhält, die geringere Menge compensirt, allein eine einfache Betrachtung zeigt das Unrichtige dieser Behauptung. In einem begrenzten Gefäfse mufs der Dampf offenbar überall dieselbe Elasticität haben. Die unterste, das Wasser berührende Schichte, hat nun eine Spannung, die von der Temperatur des letztern abhängt, die Spannung der obern von den sie umgebenden rothglühenden Wänden erhitzten Schichten kann daher nie die der untern Schichte überschreiten. Folglich enthält im Ganzen der Kessel Dampf von geringerer Dichte, als die des gesättigten Dampfes wäre; diefs ist die ganze Erklärung.

Nach der Meinung *Perkins* hat der Dampf im Momente vor der Explosion, d. i. im Momente des Öffnens der Klappe, die Grenze jener Spannung erreicht, unter der die Maschine arbeiten soll; allein dennoch geht der Kolben nur träge, denn da der Dampf viel heifser als der Stiefel der Pumpe ist, verliert er durch die Erkaltung einen grofsen Theil seiner Elasticität.

Es wäre, ich gestehe es, eine leere Prahlerei, wenn man aus der eben vorgetragenen oder aus irgend einer

andern Erklärung die Gestalt der Linien, längs welcher der Kessel springen, die Zahl und Gröfse der Theile, in die er zerfallen wird, und die Richtung deduciren wollte, in welcher diese fortgeschleudert werden sollen; alles diefs kann durch eine Unzahl von Umständen modificirt werden, die man alle kaum dann berücksichtigen könnte, wenn das Phänomen sich langsam vor unsern Augen entwickelte. Allein die Regelmäfsigkeit und Horizontalität der Linie, längs welcher der Kessel springt, und die so oft beobachtet worden ist, leitet uns auf die Vermuthung, ob sie nicht etwa die Höhe des Wasserstandes an den Wänden des Kessels bezeichne, und nun ist es sonderbar, warum denn eben diese Linie, trotz der Ungleichheiten der Dicke, die man längs derselben oft bemerkt, eben die des schwächsten Widerstandes sey? Vielleicht dürfte diese Eigenheit sich so erklären lassen:

Im letzten Momente vor der Explosion wird die Spannung des Dampfes plötzlich und beträchtlich vermindert, daher mufs in selbem Momente der Kessel von aufsen nach innen eingedrückt werden; allein da dieser Druck plötzlich eintritt, so wird ihn der mit Wasser gefüllte Theil kaum verspüren, wegen der Trägheit der Flüssigkeit, die nicht in einem einzigen Augenblicke überwunden werden kann. — Dieser Druck von aufsen nach innen geht also um die Grenzlinie des Niveau der Flüssigkeit, wie um eine Charniere vor sich; allein wir haben gesehen, wie *im Momente* der Explosion eine plötzliche Entwickelung eines sehr ausdehnsamen Dampfes erfolgt, daher nach der eben erlittenen Zusammenziehung nun der Kessel auf einmal wieder ausgedehnt wird. Nimmt man nun auch an, dafs er diese zweite Wirkung gleichmäfsig in allen seinen Theilen erleide, so wird doch diese rückgängige Bewegung schwächer unterhalb des Niveau der Flüssigkeit seyn, schon darum, weil die

erste Bewegung dort beinahe unmerkbar gewesen; die Grenzlinie des Niveau wird also auch hier wieder die Grenze bezeichnen, wo zwei ungleich starke Bewegungen des Metalls zusammentreffen. Nun braucht man nur ein Mal gesehen zu haben, mit welcher Leichtigkeit die Arbeiter Bleche aus dem zähesten Materiale zerbrechen, wenn sie sie plötzlich zwei entgegengesetzten Biegungen um dieselbe Linie ausgesetzt haben, um begreifen zn können, warum diese Grenzlinie, welche als Charniere zweier so heftiger und augenblicklicher entgegengesetzten Bewegungen diente, auch die Bruchlinie seyn werde, wenn sie auch nicht die des geringsten Widerstandes ist. Dieselbe Linie bezeichnet ja übrigens auch die Grenze der Schichten, in denen das Metall sehr verschieden erwärmt, und daher von sehr verschiedener Haltbarkeit ist.

Ich habe im Vorhergehenden, S. 480, mich bei der gleichzeitigen Explosion mehrerer mit einander zur Speisung derselben Maschine dienender Kessel aufgehalten, als einer wichtigen Thatsache, die wohl eine Untersuchung ihrer wahrscheinlichen Veranlassung verdient. Allein sollte es so schwer seyn, diese anzugeben, wenn man mit *Perkins* annimmt, dafs die gewöhnliche Veranlassung einer Explosion ein starkes Sinken des Wasserniveau und eine aufserordentliche Erhitzung der Kesselwände ist? Müssen nicht bei den verschiedenen, mit einander verbundenen Kesseln diese Bedingungen zu gleicher Zeit eintreffen? denn einerseits speist sie dieselbe Pumpe, und andererseits werden die Arbeiter, sobald sie die Verzögerung des Ganges der Maschine bemerken, das Feuer wohl in *jedem* Ofen heftig anfachen. — Nehmen wir nun an, einer dieser Kessel springe zu Folge der Öffnung seiner Klappe. Die Röhre, welche der Dampf dieses Kessels durchstreichen mufste, um in

den Pumpenstiefel zu dringen, mündet von jetzt an in die Atmosphäre; da aber jeder Kessel eine solche Röhre hat, und alle in einen und denselben Metallcylinder zusammenlaufen, so stehen mittelst dieses Cylinders auch der zweite, dritte, . . . kurz alle übrigen Kessel in freier Communication mit der Luft, der Dampf, der sie erfüllte, strömt mit reifsender Geschwindigkeit auf diesem breiten Wege aus, und in einer unmerklichen Zeit kommen auch in ihnen alle die Veranlassungen einer Explosion zusammen, und sie springen, ohne dafs man gar ein gleichzeitiges Öffnen aller Klappen anzunehmen braucht.

Ich habe S. 487 von einem Kessel gesprochen, der in der Luft explodirte; allem Anscheine nach hatte sich der zu Lochrin auch 12 — 15 Fufs über das Mauerwerk, auf dem er ruhte, erhoben, ehe er barst; aber auch dieser Umstand — obgleich er auch auf andere Weise und nach ganz andern Theorien erklärt werden kann, und daher an und für sich nicht entscheidend ist — findet ohne Mühe seine Erklärung in *Perkins* Theorie.

Man täuscht sich sehr, wenn man glaubt, ein aus gehämmerten Platten zusammengefügter Kessel werde sicher an seinem Platze bleiben, was für eine Öffnung sich auch an ihm bilde. Dieser Irrthum, in den z. B. viele von denen gefallen sind, die sich unlängst mit tragbaren Gasapparaten beschäftiget haben, kann schwere Unfälle zur Folge haben. Wahr ist's, ein vollkommen geschlossenes Gefäfs bleibt unbeweglich, wie grofs auch die Elasticität des eingeschlossenen Gases ist, allein dann ist der Druck auf eine Wand durch den Gegendruck auf die entgegengesetzte ins Gleichgewicht gesetzt; nun aber begreift die ganze Welt, dafs, wenn die eine Wand zerstört wird, auch die auf dieselbe wirkende Kraft aufgehoben ist, die andere entgegengesetzte

Kraft allein übrig bleibt, und den Kessel in ihrer Richtung fortbewegt; diese entgegengesetzte, nun nicht mehr im Gleichgewichte befindliche Kraft, heifst die *rückwirkende*.

Nach diesen Vorbegriffen reichen einige Worte hin, um zu zeigen, wie nach *Perkins* eine Explosion in der Luft Statt finden kann: Der Explosion geht, nach diesem Mechaniker, stets eine starke Dampfentwickelung voran. Geht diese Entwickelung durch die Klappe vor sich, die gewöhnlich am Deckel des Gefäfses angebracht ist, so wirkt die reagirende Kraft von oben nach unten, und drückt den Kessel an seine Unterlage; allein wenn der Dampf von oben nach unten durch irgend eine Spalte an den untern Wänden entweicht, so kann der Kessel in der entgegengesetzten Richtung emporgeschleudert werden, der Dampf braucht nur eine hinreichende Elasticität zu besitzen. Hiezu kömmt, dafs die Schwankungen des eingeschlossenen Wassers, natürliche Folgen dieser ungeheuren Bewegung, auch unabhängig von den früher angegebenen Ursachen, jene plötzliche Dunstentwickelung veranlassen können. die dann die Explosion herbeiführt.

Perkins Theorie erklärt also, wie wir sehen, genügend alle Explosionen, deren Hergang ich nur in Erfahrung bringen konnte, und denen eine Verminderung der Dampfelasticität vorausging; sie bedarf keiner Hypothese, die der Natur und dem Zustande unserer Kenntnisse widerspräche, und ich glaube, dafs sie volles Vertrauen, oder wenigstens das verdiene, dafs man die Vorsichtsmafsregeln nehme, die sie anräth, und die überdiefs äufserst einfach sind. Man verhindere durch alle mögliche Mittel, wie z. B. durch leicht schmelzende Platten, dafs kein Theil des Kessels sich allzu stark erhitze. Man wende die gröfste Sorgfalt auf die Wasser zuführenden Pumpen und Röhren, wie auf alle Apparate, die

auf den Wasserstand im Kessel Einflufs haben. Wenn trotz aller Sorgfalt des Ingenieurs die Wände an einigen Stellen zu glühen anfangen, vermeide man ja jede plötzliche Öffnung der Klappen oder jedes andere Manöver, das dem schon erzeugten Dampfe einen plötzlichen Austritt in die Atmosphäre erlaubt. Man lösche endlich das Feuer so schnell als möglich aus.

13. Vergleichung der Erklärung *Perkin's* mit den von andern Ingenieuren gegebenen.

Trotz ihrer Vorzüglichkeit kann man die Erklärung *Perkins* nicht für so evident halten, dafs man gar keinen Zweifel erheben oder die Frage für abgeschlossen halten sollte; ich will vielmehr hier noch einige Bemerkungen über denselben Gegenstand anschliefsen, die ich theils aus gedruckten Werken, theils aus Manuscripten gezogen, die ich zu Rathe ziehen durfte; auch will ich noch mehrere besondere Veranlassungen von Explosionen anführen von denen der amerikanische Mechaniker nicht spricht, und so die Bahn vollenden, die ich mir gesetzt habe.

Die Ansicht *Marestier's*, eines unserer geschicktesten Schiffbaumeister, über die (12.) erwähnte Art Explosionen stimmt wohl im Ganzen mit *Perkins* Theorie überein, allein in einem Puncte weichen sie wesentlich von einander ab. — Auch *Marestier* gibt zu, dafs der Mangel an Wasser, die hohe Temperatur des unbenetzten und vom Feuer umspülten Theiles der Wände, das beim Öffnen der Klappe oder einer andern zufälligen Entweichung einer Dampfmenge eintretende plötzliche Steigen des Wassers Ursachen der Explosionen seyen; er nimmt aber ferner an, dafs das in die Höhe gehobene Wasser in Berührung mit den glühenden Kesselwänden trete, und dadurch sich plötzlich und in sol-

cher Menge in Dunst verwandle, daſs die Sicherheitsklappe für eine so rasche Entwickelung unzureichend wird. In den Kesseln der Dampfschiffe sind die von den Wogen verursachten, starken Schwankungen eine neue Veranlassung, das Wasser über die glühenden Wände zu verbreiten. Und hierin eben zeigt sich die Verschiedenheit der Meinungen beider Mechaniker, indem *Perkins*, wie wir sahen, die Vertheilung des Wassers unter den verdünnten, aber sehr stark erhitzten Dampf, *Marestier* aber die directe Einwirkung der glühenden Wände für die Entstehungsursache einer so ungeheuern Menge Dampfes hält. — Für den ersten Anblick scheint diese letzte Meinung die allein annehmbare; allein, so sonderbar dieſs auch klingen mag, ein selbst weiſsglühendes Metall ist wenig geeignet, Dunst zu erzeugen. Und in der That, wenn man einen Wassertropfen in ein weiſsglühendes Gefäſs bringt, braucht es lange Zeit zur Verdunstung, während in demselben mittelmäſsig warmen Gefäſse er alsogleich verschwindet. Bei einem Versuche *Klaproth's*, den einzigen, den ich anführe, brauchte ein Wassertropfen, der auf einen weiſsglühenden eisernen Löffel gespritzt wurde, 40″ zur Verdunstung; wenn man nach Verlauf dieser Zeit einen zweiten Tropfen darauf fallen lieſs, verdunstete er in 20″; der Tropfen, den man nach Verdunstung des zweiten auf den Löffel goſs, verschwand in 6″, ein vierter in 4″, ein fünfter in 5″, der sechste endlich in einem Nu.

Aber trotz dieser merkwürdigen Beobachtungen scheint dennoch (ich habe es schon S. 505 gesagt) die directe Einwirkung der glühenden Kesselwände die Hauptrolle bei der die Explosion bewirkenden Dunstentwickelung zu spielen; allein, um dieſs darzuthun, müſste *Marestier* nachweisen, warum das Wasser im Kessel sich

ganz anders verhalte als die kleinen Tropfen im Versuche *Klaproth's*. Hätte man z. B. gefunden, daſs ein mit Gewalt an die glühende Wand geschleuderter Wassertropfen alsogleich verdunste, so verschwänden alle Zweifel von selbst, und die Explosion des glühenden Kessels zu Pittsburg wäre keine Anomalie mehr, für die man besondere Ursachen suchen müſste. Übrigens sind die Resultate aus den Erklärungen beider Ingenieure dieselben, und aus beiden gehen dieselben S. 511 schon angegebenen Vorsichtsmaſsregeln hervor.

Gensoul, dem die Lyoner Industrie so viel verdankt, erklärt die traurigen Folgen, die eine plötzliche Öffnung der Klappe manchmal mit sich führt, ganz anders als *Perkins* und *Marestier*. Folgendes ist der Hauptsache nach seine Ansicht:

Wenn ein Metallgefäſs eine stark zusammengedrückte Flüssigkeit enthält, so reicht ein schwacher scharfer *(coup sec)* Schlag an seine Wände hin, es zu sprengen, während eine selbst groſse Vermehrung des Druckes keinen Sprung hervorgebracht hätte, wenn sie allmählich und nicht stoſsweise vor sich gegangen wäre. Diese Thatsache ist bekannt, und *Gehsoul* glaubt sie auch bei Kesseln anwenden zu können. Wenn die Wände dieser Gefäſse vom Dampf stark von innen nach auſsen gedrückt sind, kann sie schon der geringste Stoſs brechen, so, als wenn sie mit einer stark zusammengedrückten Flüssigkeit angefüllt wären; nun aber kann man einem Stoſse die heftige zurückprallende Bewegung vergleichen, die dem Kessel in jenem Theile seiner Wand mitgetheilt wird, die der Stelle, wo der Dampf frei ausströmen kann, diametral entgegengesetzt ist. — Diese sinnreiche Erklärung erregt manchen Zweifel. Zuerst scheint es nicht ausgemacht, daſs bei gleichem innern Druck ein Stoſs gleiche Wirkung auf zwei Gefäſse übet, von de-

nen das eine mit Wasser, das andere mit Dampf gefüllt ist, denn die Unzusammendrückbarkeit der tropfbaren Flüssigkeiten mag wohl hiebei von grofsem Einflufs seyn. Ferner nimmt *Gensoul* an, dafs der Dampf vor der Explosion eine grofse Elasticität besitze, während wir mehrere Fälle angeführt haben, in denen gerade das Gegentheil Statt gefunden hat, so dafs in dieser Beziehung *Gensoul's* Erklärung wenigstens unvollständig ist. — Man mufs also gestehen, dafs auch die Reaction des Dampfes keine kleine Rolle bei derlei Explosionen spiele, wie ich auch S. 511 Unfälle hergezählt habe, welche diese Reaction veranlassen kann.

14. Andere Veranlassungen von Explosionen.

Viele, ganz erstaunt über die Gewalt und Plötzlichkeit der Wirkungen, die eine Explosion eines Kessels oft nach sich zieht, glaubten, dafs unmöglich der Dampf allein sie hervorbringen könne, und haben explodirbare Gase zu Hülfe genommen. Wenn man in den Laboratorien der Chemie, sagten sie, Wasserstoff erzeugt, indem man Wasserdampf durch eine glühende Eisenröhre streichen läfst, warum soll sich nicht dieses Gas auch im Innern des Kessels erzeugen, wo doch auch der Wasserdampf mit glühendem Metall in Berührung steht? Ich gebe es zu, es werde Gas erzeugt, mit dem Dampf gemischt gehe es in den Pumpenstiefel über, und da es keiner Condensation fähig ist, wird man es nur mit grossem Kraftaufwande fortschaffen können, und hiedurch werden die Wirkungen der Maschine bedeutend geschwächt seyn. Ich räume sogar ein, dafs diefs die Ursache des Verlustes an Geschwindigkeit sey, den man vor dem Eintritte der Art Explosionen, mit denen wir uns beschäftigen, so häufig bemerkt; allein diese Explosion, wie geschieht sie denn? Wasserstoff für sich

allein, oder mit Dunst gemischt, kann doch nicht detoniren. Ein Gemenge von Wasserstoff und Sauerstoff in schicklichen Verhältnissen bilden wohl ein Knallgas, allein wie sich das Zusammentreffen beider Gase im Kessel erklären? — Woher soll denn der Sauerstoff kommen? Etwa aus der im speisenden Wasser enthaltenen Luft? allein dieses Wasser ist *warm*, und enthält also nur eine geringe Menge Luft; ferner geht diese, so wie sie sich entwickelt, mit dem bewegenden Dampf in den Pumpenstiefel über. Endlich wird eher das Oxygen der Luft sich mit den glühenden Wänden verbinden, als das erst aus dem Wasserdampfe durch Zersetzung sich entwickelnde, so dafs im Falle der Entstehung eines Gasgemenges es aus Wasser- und Stickstoff, nicht aber aus Wasser- und Sauerstoff bestehen würde. Und wäre selbst diese Schwierigkeit gelöst, so wäre man doch um keinen Schritt weiter. Denn blofs die Hellrothglühhitze oder ein electrischer Funke vermögen die Vereinigung der beiden das Wasser constituirenden Elemente zu bewirken, allein die Kessel sind gesprungen, ohne die Temperatur, die zur Hervorbringung der Detonation nöthig scheint, erreicht zu haben. Und woher einen electrischen Funken nehmen? Ich weifs wohl, dafs man in Amerika behauptet hat, die Explosion des Kessels des Dampfschiffes l'Entreprise von Javannah sey durch einen electrischen Schlag veranlafst worden, dem der aufsteigende Rauchstrom zum Leiter diente; allein angenommen, die Thatsache sey wahr, so berechtiget uns nichts anzunehmen, der Funke habe im Kessel ein entzündbares Gasgemenge angetroffen und entzündet, da er doch hier eben so gut wie sonst überall wirken konnte durch Zertrümmerung aller Körper, die er auf seinem Wege fand. Endlich räume ich sogar den Anhängern des eben besprochenen Systems ein, dafs ein electrischer Funke Ausnahms- und sicherlich wenigstens möglicher Weise Ursache einer Explosion seyn könne, allein ich kann kaum glauben, dafs man die Electricität ernstlich in allen oder auch nur in dem hundertsten Theile der eingetretenen Explosionen eine Rolle spielen lassen wolle.

Manchen Ingenieuren mochte es gar zu schwierig vorkommen, beide Bestandtheile des Gemenges, das sie

detoniren lassen wollten, in dem Kessel zu vereinigen, sie nahmen daher nur an, daſs sich Wasserstoff in letzterem bilde, und daſs dieses Gas nach Sprengung der Wände sich mit der Luft der Heitzkammer menge und detonire, so daſs diese Detonation zwar nicht die erste Ursache des Sprunges der Kessel, aber doch eine die Wirkungen bei weitem steigernde wäre. Diese Explosion im Herde wäre es, die den ganzen Kessel oder seine und des Ofens Trümmer so weit umherschleudere. Über derlei Gedanken habe ich nur zu sagen, daſs ich bis jetzt keine einzige Explosion kenne, bei der man mit Bestimmtheit behaupten könne, daſs im Kessel erzeugtes Wasserstoffgas dazu beigetragen habe.

Prüfen wir nun, ob nicht, wie mehrere Ingenieure der Meinung sind, die detonirenden Elemente in der Heitzkammer von selbst sich erzeugen und traurige Wirkungen hervorbringen könnten. Nach diesen Ingenieuren kömmt Kohlenwasserstoffgas von der Steinkohle, und reines Wasserstoffgas, wenn man es noch brauchen sollte, aus dem Wasser, das durch die unvollkommen vereinigten Platten des Kessels durchsintert und auf die Kohle fällt. Was den Sauerstoff betrifft, ohne den keine Explosion zu Stande kömmt, so nehmen sie ihn von dem ziemlich bedeutenden Theile des den Aschenherd durchstreichenden und dann aufsteigenden Luftstromes, der unzersetzt geblieben ist.

Wenn man je diese leuchtenden Flammensäulen gesehen hat, die von Zeit zu Zeit an der Spitze der höchsten Küchenrauchfänge erscheinen, so kann man nicht zweifeln, daſs die Gase, die der Luftzug *(le tirage)* mit fortführt, wohl manchmal explodirende Gemenge bilden können. Nun darf man nur annehmen, daſs ein solches Gemenge sich in irgend einem Winkel der Heitzkammer gebildet habe, um alles von seiner Entzündung zu fürchten zu haben, und ist die Detonation nur ein wenig stark, so scheint es wirklich, daſs die Wände wohl schwerlich widerstehen, ja vielmehr in Trümmer gehen werden.

Die *Möglichkeit* der Bildung solcher explodirbaren Gemenge hätte ich nun wohl nachgewiesen, allein ich muſs gestehen, daſs man nur gewisse Unfälle dieser Ursache zuschreiben kann. Ich spreche hier von den Ex-

plosionen an Dampfkesseln, die oben *ganz offen* waren. So habe ich von *Gay-Lussac*, dafs ein Ofen der Salpetersiederei im Arsenal zu Paris neulich durch eine solche Explosion ganz zerstört wurde, der Kessel jedoch blieb unbeschädigt.

Um dergleichen Unfälle zu verhüten, mufs man so viel möglich alle nach oben oder unten gebogenen Knie in den zur Ableitung des Rauches bestimmten Röhren vermeiden, denn vornehmlich diese Knie sind es, wo sich dergleichen detonirende Gemenge aufhalten. Das Luftloch des Rauchfanges darf nie hermetisch geschlossen seyn (siehe S. 500). Und um endlich zu vermeiden, dafs sich nicht das Kohlengas entwickle, ohne zu verbrennen, mufs man zwischen den Stangen des Rostes stets freie Zwischenräume erhalten. Ist die Kohle harzig und klebrig, so kleben die verschiedenen Stücke an einander fest, und bilden eine feste Kruste, die, wenn sie nur ein wenig dick ist, für die Flamme beinahe undurchdringlich ist. Die Heitzkammer wird dann ein wahrer Destillirapparat, gibt viel Kohlenwasserstoffgas und wenig Wärme. Den Rost daher nur mit einer dünnen Kohlenschichte zu beladen, ist nicht nur ökonomisch, sondern auch eine wichtige Vorsichtsmafsregel. Die Heitzer, die aus Faulheit den Ofen mit Brennmateriale vollstopfen, schaden dem Gange der Maschine, und setzen diese, sich selbst, und das Leben ihrer Mitarbeiter den gröfsten Gefahren aus.

Ich will nun zuletzt noch eine Explosionsursache angeben, die nicht unwichtig ist: Selten bedient man sich reinen Wassers zur Speisung der Kessel. Meistens enthält dieses Wasser Salze, die sich beim Sieden absetzen, und endlich an den innern Wänden des Kessels eine steinige Kruste bilden, die von Tag zu Tag dicker wird. Diese Schichten wegen ihres geringen Leitvermögens führen die den Wänden mitgetheilte Wärme dem Wasser nur langsam zu, daher erhitzen sich die Wände immer mehr und mehr, da sie in jedem Momente mehr Wärme empfangen, als die Steinkruste abzuleiten vermag, sie werden glühend, und da heifse Metalle viel weniger Festigkeit haben, steht eine Explosion nahe bevor. Wie leicht ist es nun möglich, dafs das beinahe noch kalte Wasser durch irgend eine Spalte der Stein-

kruste sich über die so heifsen Wände verbreite. Unter diesen Umständen spränge ein gegossener Kessel sogleich, und was die aus gehämmerten Platten bestehenden Kessel betrifft, so würden sie, wenn sie auch nicht unterlägen, doch die heftigsten Erschütterungen erleiden. Hiezu kömmt noch, dafs die glühenden Metalltheile rosten und sich schnell abnutzen. Als Beispiel könnte ich einen Kessel anführen, der zur Heitzung eines der gröfsten Gebäude von Paris dient, und der dort ein Loch bekam, wo ein Arbeiter aus Versehen inwendig einen Fetzen liegen liefs.

Man sieht, von welchem Belange es ist, den Kessel gut zu reinigen. Bei den Dampfschiffen, die Meerwasser anwenden, mufs der Salzniederschlag alle 24 Stunden weggeschafft werden. Ist das speisende Wasser rein, so kann es auch länger anstehen; es läfst sich hierüber Nichts numerisch bestimmen, der Ingenieur wird schon sehen, wie viel Salz und mit welcher Schnelligkeit das von ihm gebrauchte Wasser absetzet. Seitdem man weifs, dafs Erdäpfelabfall *(la fécule de pomme de terre)* und Malz die Bildung der Salzablagerungen verhindern, hat man vorgeschlagen, von Zeit zu Zeit eine gewisse Menge dieser Stoffe in den Kessel zu werfen; ich weifs nicht, ob dieser Gebrauch schon sehr verbreitet ist.

Ehe ich diesen Aufsatz endige, mufs ich mich über zwei Dinge rechtfertigen. Einmal, warum ich nicht zwischen Kesseln von hohem und niederem Druck unterschieden habe. Allein ich glaube, eine solche Unterscheidung ist überflüssig; im Momente der Explosion steht jeder Kessel unter hohem Drucke. Auch ist es gar nicht ausgemacht, dafs die Kessel von hohem Druck häufiger springen als die andern, vielmehr ist das Gegentheil von vielen Mechanikern, wie unter andern von *Perkins* und *Oliver Evans*, behauptet worden.

Der andere Vorwurf, den man mir machen könnte, ist, dafs mein Aufsatz viele Personen vom Gebrauche der Dampfmaschinen abschrecken werde. Wahrlich, wenn diefs der Erfolg meiner Abhandlung seyn sollte, hätte ich sie lieber selbst unterdrückt; allein ich kann diese Besorgnifs nicht theilen, denn wenn man das Vorausgegangene mit Aufmerksamkeit liest, so wird man, ich darf es wohl gestehen, gegen jede mögliche Veran-

lassung einer Explosion, ohne Ausnahme, ein einfaches und allgemein zugängliches Mittel angegeben finden. Wer wird einem Kinde ein Feuergewehr anvertrauen, und ist es nicht eben so, wo nicht noch gefährlicher, die Leitung der Dampfmaschine einem ungeschickten, unerfahrenen, einsichtlosen Arbeiter zu überlassen? Man täuscht sich, wenn man meint, weil diese Maschinen für gewöhnlich von sich selbst gingen, bedürften sie auch keiner Obhut; diesen Irrthum hat schon *Watt* mit aller Kraft bekämpft, und wenn meine Arbeit zu seiner Verdrängung beitragen kann, so ist meine Mühe reichlich belohnt; denn diefs war der einzige Zweck, den ich vor Augen hatte.

Erklärung.

In *Kastner's* Archiv für die gesammte Naturlehre, Bd. 18, kommt ein Aufsatz über den Klaufsner Sauerbrunnen in Steyermark vor, worin (S. 314) die Bemerkung steht, dafs nach Professor *Anker* die ganze Gleichenberger Gegend *reich an Spuren ehemaliger Feuerausbrüche* sey. Wir sind vom Hrn. Prof. *Anker* ersucht worden, zu erklären: dafs seines Wissens daselbst von Feuerausbrüchen keine Spur wahrzunehmen sey, und dafs er nie über derlei Ausbrüche in der Gleichenberger Gegend sich geäufsert habe, wiewohl daselbst nach seiner Ansicht vulkanische Gebilde vorkommen. (Die Red.)

Verbesserungen.

Seite	317	Zeile	4	statt:	*DCD′*	soll	es	heifsen:	*DCD″*
»	320	»	1	»	*A″*	»	»	»	*A*
»	—	»	3	»	*B″D″A*	»	»	»	*B″D″O*
»	322	»	15	»	Fig. 23	ist	zu	lesen:	Fig. 23, die Ansicht von Vorne,
»	331	»	12	»	*K*=	»	»	»	*k*=
»	333	»	26	»	*R* und *p*	»	»	»	$\mathfrak{K}$ und *p*

» 334 » 2 » $\Pi = \mathfrak{K} r \sin.\zeta + \frac{\delta n}{2\mu} \sqrt{(\mathfrak{K}\cos.\vartheta + m)}$

ist zu lesen: $\Pi = \frac{\mathfrak{K} r \sin.\zeta}{\mathfrak{R}} + \frac{\delta n}{2\mu\mathfrak{R}} \sqrt{(R\cos.\vartheta + m)^2}$

Seite 484 Zeile 3 statt: *Gersont* soll es heifsen: *Gensoul*

Fig. 33.

Fig. 34.

Fig. 36.

Fig. 27

a

A

Fig. 38.

Fig. 39.

Fig. 42.

A

c

M. Bauer.




Widener Library
44 089 552 442

